Matematická analýza 1

2018/2019

1. Zopár základných pojmov

Obsah

Kvantifikátory

$\forall$ všeobecný kvantifikátor

Pre všetky, každý, ľubovoľný, žiadny (v zápore)

$\exists$ existenčný kvantifikátor

Existuje, aspoň jeden, niektorý, ...

Kvantifikátory

$\forall$ všeobecný kvantifikátor

Pre všetky, každý, ľubovoľný, žiadny (v zápore)...

$\exists$ existenčný kvantifikátor

Existuje, aspoň jeden, niektorý...

Kvantifikátory

$\forall$ všeobecný kvantifikátor

Pre všetky, každý, ľubovoľný, žiadny (v zápore)...

Napr. výrok $\forall n \in N: \; a > 0 \Rightarrow a^n > 0.$

$\exists$ existenčný kvantifikátor

Existuje, aspoň jeden, niektorý...

Napr. výrok $\exists n \in N: \; a > 0 \Rightarrow a^n > 0.$

Kvantifikátory

$\forall$ všeobecný kvantifikátor

Pre všetky, každý, ľubovoľný, žiadny (v zápore)...

Napr. výrok $\forall n \in N\colon\ a > 0 \Rightarrow a^n > 0.$

čítame Ak $a > 0$, potom $a^n > 0$ pre všetky prirodzené čísla n.

$\exists$ existenčný kvantifikátor

Existuje, aspoň jeden, niektorý...

Napr. výrok $\exists n \in N\colon\ a > 0 \Rightarrow a^n > 0.$

čítame Ak $a > 0$, potom $a^n > 0$ pre nejaké prirodzené číslo n.

Kvantifikátory

$\forall$ všeobecný kvantifikátor

Pre všetky, každý, ľubovoľný, žiadny (v zápore). . .

Napr. výrok $\forall n \in N\colon\ a > 0 \Rightarrow a^n > 0.$

čítame Ak $a > 0$, potom $a^n > 0$ pre všetky prirodzené čísla n.

alebo Pre všetky n prirodzené platí, že ak $a > 0$, potom $a^n > 0$.

$\exists$ existenčný kvantifikátor

Existuje, aspoň jeden, niektorý. . .

Napr. výrok $\exists n \in N\colon\ a > 0 \Rightarrow a^n > 0.$

čítame Ak $a > 0$, potom $a^n > 0$ pre nejaké prirodzené číslo n.

alebo Existuje n prirodzené také, že ak $a > 0$, potom $a^n > 0$.

Kvantifikátory

$\forall x \in R \, \exists n \in Z \colon \; n < x.$

Pre každé $x \in R$ existuje $n \in Z$ také, že $n < x$.

$\exists n \in Z \, \forall x \in R \colon \; n < x.$

Existuje $n \in Z$ také, že pre každé $x \in R$ platí $n < x$.

Kvantifikátory

$\forall x \in R \, \exists n \in Z: \; n < x.$

Pre každé $x \in R$ existuje $n \in Z$ také, že $n < x$.

$\exists n \in Z \, \forall x \in R: \; n < x.$

Existuje $n \in Z$ také, že pre každé $x \in R$ platí $n < x$.

Kvantifikátory

$\forall x \in R \, \exists n \in Z: \; n < x.$ **pravdivý výrok**

Pre každé $x \in R$ existuje $n \in Z$ také, že $n < x$.

$\exists n \in Z \, \forall x \in R: \; n < x.$ **nepravdivý výrok**

Existuje $n \in Z$ také, že pre každé $x \in R$ platí $n < x$.

Kvantifikátory

Záleží na vzájomnom poradí kvantifikátorov!

$\forall x \in R \, \exists n \in Z : \; n < x.$ **pravdivý výrok**

Pre každé $x \in R$ existuje $n \in Z$ také, že $n < x$.

$\exists n \in Z \, \forall x \in R : \; n < x.$ **nepravdivý výrok**

Existuje $n \in Z$ také, že pre každé $x \in R$ platí $n < x$.

Záleží na vzájomnom poradí kvantifikátorov!

Sumátory

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

$$\sum_{j=2}^{\infty} a_j = a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$$

Sumátory

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

pomocný index

$$\sum_{j=2}^{\infty} a_j = a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$$

pomocný index

Sumátory

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

pomocný index
postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

prvý index začiatok indexovania

$$\sum_{j=2}^{\infty} a_j = a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$$

pomocný index
postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

prvý index začiatok indexovania

Sumátory

posledný index koniec indexovania

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

pomocný index
postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu po posledný index

indexovanie pokračuje do nekonečna

$$\sum_{j=2}^{\infty} a_j = a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$$

pomocný index
postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu do nekonečna

Sumátory

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

posledný index koniec indexovania

pomocný index postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu po posledný index

prvý index začiatok indexovania

$$\sum_{j=2}^{\infty} a_j = a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$$

indexovanie pokračuje do nekonečna

pomocný index postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu do nekonečna

prvý index začiatok indexovania

Sumátory

Súčet a súčin prvkov

Sumátory

Súčet a súčin prvkov

$$\sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n$$

Sumátory

Súčet a súčin prvkov

$$\sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10},$$

Sumátory

Súčet a súčin prvkov

$$\sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10},$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_k = a_k + a_k + \cdots + a_k = na_k, \qquad \sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7 + a_8 + \cdots + a_k + \cdots .$$

Sumátory

Súčet a súčin prvkov

$$\sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7+a_8+a_9+a_{10},$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_k = a_k+a_k+\cdots+a_k = na_k, \qquad \sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7+a_8+\cdots+a_k+\cdots .$$

$$\prod_{i=1}^{n} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n, \qquad \prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdots a_n \cdots,$$

Sumátory

Súčet a súčin prvkov

$$\sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7+a_8+a_9+a_{10},$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_k = a_k+a_k+\cdots+a_k = na_k, \qquad \sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7+a_8+\cdots+a_k+\cdots.$$

$$\prod_{i=1}^{n} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n, \qquad \prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdots a_n \cdots, \qquad \prod_{i=1}^{n} i = n!.$$

Sumátory

Súčet a súčin prvkov

$$\sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7+a_8+a_9+a_{10},$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_k = a_k+a_k+\cdots+a_k = na_k, \qquad \sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7+a_8+\cdots+a_k+\cdots.$$

$$\prod_{i=1}^{n} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n, \qquad \prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdots a_n \cdots, \qquad \prod_{i=1}^{n} i = n!.$$

Prienik a zjednotenie množín

Sumátory

Súčet a súčin prvkov

$$\sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7+a_8+a_9+a_{10},$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_k = a_k+a_k+\cdots+a_k = na_k, \quad \sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7+a_8+\cdots+a_k+\cdots.$$

$$\prod_{i=1}^{n} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n, \quad \prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdots a_n \cdots, \quad \prod_{i=1}^{n} i = n!.$$

Prienik a zjednotenie množín

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n, \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n \cap \cdots.$$

Sumátory

Súčet a súčin prvkov

$$\sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7+a_8+a_9+a_{10},$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_k = a_k+a_k+\cdots+a_k = na_k, \qquad \sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7+a_8+\cdots+a_k+\cdots .$$

$$\prod_{i=1}^{n} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n, \qquad \prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdots a_n \cdots, \qquad \prod_{i=1}^{n} i = n!.$$

Prienik a zjednotenie množín

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n, \qquad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n \cap \cdots .$$

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n, \qquad \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n \cup \cdots .$$

Dôkazy

Matematika (ako každá vedná disciplína) je vybudovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom.

Dôkazy

Matematika (ako každá vedná disciplína) je vybudovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom.

Výber systému primitívnych pojmov a axióm nie je ľubovolný, ale je ovplyvnený rôznymi podmienkami a hlavne účelom, pre ktorý sa disciplína buduje.

Dôkazy

Matematika (ako každá vedná disciplína) je vybudovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom.

Výber systému primitívnych pojmov a axióm nie je ľubovolný, ale je ovplyvnený rôznymi podmienkami a hlavne účelom, pre ktorý sa disciplína buduje.

Najdôležitejšia je podmienka bezspornosti systému,

Dôkazy

Matematika (ako každá vedná disciplína) je vybudovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom.

Výber systému primitívnych pojmov a axióm nie je ľubovolný, ale je ovplyvnený rôznymi podmienkami a hlavne účelom, pre ktorý sa disciplína buduje.

Najdôležitejšia je podmienka bezspornosti systému,

t. j. v systéme nemôžeme odvodiť výrok a zároveň jeho negáciu.

Dôkazy

Matematika (ako každá vedná disciplína) je vybudovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom.

Výber systému primitívnych pojmov a axióm nie je ľubovolný, ale je ovplyvnený rôznymi podmienkami a hlavne účelom, pre ktorý sa disciplína buduje.

Najdôležitejšia je podmienka bezspornosti systému,

t. j. v systéme nemôžeme odvodiť výrok a zároveň jeho negáciu.

Na tomto základe definujeme pomocou definícií nové pojmy a pomocou už dokázaných (t. j. platných) viet formulujeme a dokazujeme vety nové.

Dôkazy

Axióma

Definícia

Veta (poučka, tvrdenie, zákon, lema)

Dôkaz (vety, tvrdenia. . .)

Dôkazy

Axióma

je tvrdenie, o ktorom sa predpokladá, že platí a nedokazuje sa.

Definícia

Veta (poučka, tvrdenie, zákon, lema)

Dôkaz (vety, tvrdenia. . .)

Dôkazy

Axióma

je tvrdenie, o ktorom sa predpokladá, že platí a nedokazuje sa.

Definícia

určuje význam zavádzaného pojmu, pomocou už známych pojmov.
Najčastejšie má tvar ekvivalencie, ktorý je vyjadrený slovami **práve vtedy, ak**.

Veta (poučka, tvrdenie, zákon, lema)

Dôkaz (vety, tvrdenia. . .)

Dôkazy

Axióma

je tvrdenie, o ktorom sa predpokladá, že platí a nedokazuje sa.

Definícia

určuje význam zavádzaného pojmu, pomocou už známych pojmov.
Najčastejšie má tvar ekvivalencie, ktorý je vyjadrený slovami **práve vtedy, ak**.

Veta (poučka, tvrdenie, zákon, lema)

je pravdivý výrok o matematických objektoch a vzťahoch medzi nimi, ktorý je dokázaný, resp. nie sú o ňom pochybnosti.

Dôkaz (vety, tvrdenia. . .)

Dôkazy

Axióma

je tvrdenie, o ktorom sa predpokladá, že platí a nedokazuje sa.

Definícia

určuje význam zavádzaného pojmu, pomocou už známych pojmov.
Najčastejšie má tvar ekvivalencie, ktorý je vyjadrený slovami **práve vtedy, ak**.

Veta (poučka, tvrdenie, zákon, lema)

je pravdivý výrok o matematických objektoch a vzťahoch medzi nimi, ktorý je dokázaný, resp. nie sú o ňom pochybnosti.

Dôkaz (vety, tvrdenia. . .)

je logický proces, ktorého cieľom je ukázať pravdivosť vety, tvrdenia pomocou axióm, definícií a už predtým dokázaných viet.

Dôkazy priamy a nepriamy

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2. Dokážte!

Dôkazy priamy a nepriamy

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2. Dokážte!

To znamená, že je potrebné dokázať tvrdenie:

$$\forall n \in N\colon\ 4 \big| n \Rightarrow 2 \big| n.$$

Dôkazy priamy a nepriamy

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2. Dokážte!

To znamená, že je potrebné dokázať tvrdenie:

$$\forall n \in N\colon\ 4 \big| n \Rightarrow 2 \big| n.$$

Priamy dôkaz $[4 \big| n \Rightarrow 2 \big| n]$:

$$\forall n \in N\colon\ 4 \big| n \ \Rightarrow\ \exists k \in N\colon\ n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k) \ \Rightarrow\ 2 \big| n.$$

Dôkazy priamy a nepriamy

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2. Dokážte!

To znamená, že je potrebné dokázať tvrdenie:

$$\forall n \in N\colon\ 4 \mid n \Rightarrow 2 \mid n.$$

Priamy dôkaz $[4 \mid n \Rightarrow 2 \mid n]$:

$$\forall n \in N\colon\ 4 \mid n \ \Rightarrow\ \exists k \in N\colon\ n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k) \ \Rightarrow\ 2 \mid n.$$

Obrátená implikácia $[2 \nmid n \Rightarrow 4 \nmid n]$:

$$\forall n \in N\colon\ 2 \nmid n \ \Rightarrow\ (2 \cdot 2) \nmid n, \text{ t. j. } 4 \nmid n.$$

Dôkazy priamy a nepriamy

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2. Dokážte!

To znamená, že je potrebné dokázať tvrdenie:

$\forall n \in N\colon\ 4|n \Rightarrow 2|n.$

Priamy dôkaz $[4|n \Rightarrow 2|n]$:

$$\forall n \in N\colon\ 4|n \ \Rightarrow\ \exists k \in N\colon\ n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k) \ \Rightarrow\ 2|n.$$

Obrátená implikácia $[2\nmid n \Rightarrow 4\nmid n]$:

$$\forall n \in N\colon\ 2\nmid n \ \Rightarrow\ (2 \cdot 2)\nmid n, \text{ t. j. } 4\nmid n.$$

Dôkaz sporom $[4|n \wedge 2\nmid n \Rightarrow \text{spor}]$:

$$\forall n \in N\colon\ 4|n \wedge 2\nmid n \ \Rightarrow\ [\exists k \in N\colon\ n = 4k = 2(2k)] \wedge 2\nmid n$$

$$\Rightarrow\ 2|n \wedge 2\nmid n, \text{ t. j. spor}.$$

Dôkaz matematickou indukciou

Matematická indukcia je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia, že prvky n nejakej množiny majú určitú vlastnosť $F(n)$.

Dôkaz matematickou indukciou

Matematická indukcia je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia, že prvky n nejakej množiny majú určitú vlastnosť $F(n)$.

Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru

$\forall n \in N, n \geq n_0: \ F(n)$, kde n_0 je dané prirodzené číslo.

Dôkaz matematickou indukciou

Matematická indukcia je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia, že prvky n nejakej množiny majú určitú vlastnosť $F(n)$.

Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru
$\forall n \in N,\, n \geq n_0 :\ F(n)$, kde n_0 je dané prirodzené číslo.

Dôkaz **matematickou indukciou** pozostáva z krokov 1, 2 a záveru.

Dôkaz matematickou indukciou

Matematická indukcia je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia, že prvky n nejakej množiny majú určitú vlastnosť $F(n)$.

Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru

$\forall n \in N, n \geq n_0: F(n)$, kde n_0 je dané prirodzené číslo.

Dôkaz matematickou indukciou pozostáva z krokov 1, 2 a záveru.

Krok 1. Ukážeme, že F platí pre prvý prvok $n = n_0$

Dôkaz matematickou indukciou

Matematická indukcia je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia, že prvky n nejakej množiny majú určitú vlastnosť $F(n)$.

Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru
$\forall n \in N, n \geq n_0 : F(n)$, kde n_0 je dané prirodzené číslo.

Dôkaz matematickou indukciou pozostáva z krokov 1, 2 a záveru.

Krok 1. Ukážeme, že F platí pre prvý prvok $n = n_0$

Krok 2. Predpokladáme, že F platí pre nejaké prirodzené číslo $n = k$ $(k \geq n_0)$ a (za tohto predpokladu) dokážeme, že F platí pre $n = k+1$ (nasledujúce prirodzené číslo)

Dôkaz matematickou indukciou

Matematická indukcia je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia, že prvky n nejakej množiny majú určitú vlastnosť $F(n)$.

Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru
$\forall n \in N, n \geq n_0 : \; F(n)$, kde n_0 je dané prirodzené číslo.

Dôkaz matematickou indukciou pozostáva z krokov 1, 2 a záveru.

Krok 1. Ukážeme, že F platí pre prvý prvok $n = n_0$

Krok 2. Predpokladáme, že F platí pre nejaké prirodzené číslo $n = k$ $(k \geq n_0)$ a (za tohto predpokladu) dokážeme, že F platí pre $n = k+1$ (nasledujúce prirodzené číslo)

Záver. Z kroku 1 vyplýva platnosť $F(n_0)$, z kroku 2 vyplýva platnosť $F(n_0+1)$, z tohto opäť na základe kroku 2 vyplýva platnosť $F(n_0+2)$, $F(n_0+3)\ldots$

Dôkaz matematickou indukciou

Matematická indukcia je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia, že prvky n nejakej množiny majú určitú vlastnosť $F(n)$.

Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru
$\forall n \in N, n \geq n_0 : \ F(n)$, kde n_0 je dané prirodzené číslo.

Dôkaz matematickou indukciou pozostáva z krokov 1, 2 a záveru.

Krok 1. Ukážeme, že F platí pre prvý prvok $n = n_0$, t. j. že platí $F(n_0)$.

Krok 2. Predpokladáme, že F platí pre nejaké prirodzené číslo $n = k$ $(k \geq n_0)$ a (za tohto predpokladu) dokážeme, že F platí pre $n = k+1$ (nasledujúce prirodzené číslo), t. j. dokážeme platnosť implikácie $F(k) \Rightarrow F(k+1)$.

Záver. Z kroku 1 vyplýva platnosť $F(n_0)$, z kroku 2 vyplýva platnosť $F(n_0+1)$, z tohto opäť na základe kroku 2 vyplýva platnosť $F(n_0+2)$, $F(n_0+3)\ldots$, t. j. vlastnosť F platí pre všetky prirodzené čísla $n \geq n_0$.

Dôkaz matematickou indukciou

Matematická indukcia je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia, že prvky n nejakej množiny majú určitú vlastnosť $F(n)$.

Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru

$\forall n \in N, n \geq n_0: \ F(n)$, kde n_0 je dané prirodzené číslo.

Dôkaz matematickou indukciou pozostáva z krokov 1, 2 a záveru.

Krok 1. Ukážeme, že F platí pre prvý prvok $n = n_0$, t. j. že platí $F(n_0)$.
[Máme začiatok, kde matematickú indukciu odštartujeme.]

Krok 2. Predpokladáme, že F platí pre nejaké prirodzené číslo $n = k$ $(k \geq n_0)$ a (za tohto predpokladu) dokážeme, že F platí pre $n = k+1$ (nasledujúce prirodzené číslo), t. j. dokážeme platnosť implikácie $F(k) \Rightarrow F(k+1)$.
[Máme zabezpečený prechod z ľubovoľného prirodzeného čísla na nasledujúce prirodzené číslo.]

Záver. Z kroku 1 vyplýva platnosť $F(n_0)$, z kroku 2 vyplýva platnosť $F(n_0+1)$, z tohto opäť na základe kroku 2 vyplýva platnosť $F(n_0+2)$, $F(n_0+3)\ldots$, t. j. vlastnosť F platí pre všetky prirodzené čísla $n \geq n_0$.
[Na základe krokov 1 a 2 sa dostaneme po určitom konečnom počte na ľubovoľné prirodzené číslo.]

Dôkaz matematickou indukciou

Dokážte, že pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = n^2$.

Dôkaz matematickou indukciou

Dokážte, že pre všetky $n \in N$ platí $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$.

Označme $F(n)=1+3+5+\cdots+(2n-1)=\sum_{i=1}^{n}(2i-1)$.

Dôkaz matematickou indukciou

Dokážte, že pre všetky $n \in N$ platí $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$.

Označme $F(n)=1+3+5+\cdots+(2n-1)=\sum_{i=1}^{n}(2i-1)$.

Takže máme ukázať rovnosť $F(n)=n^2$.

Dôkaz matematickou indukciou

Dokážte, že pre všetky $n \in N$ platí $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$.

Označme $F(n)=1+3+5+\cdots+(2n-1)=\sum_{i=1}^{n}(2i-1)$.

Takže máme ukázať rovnosť $F(n)=n^2$.

Krok 1. $F(1)=1^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(1)=1=1^2$.

Dôkaz matematickou indukciou

Dokážte, že pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = n^2$.

Označme $F(n) = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = \sum_{i=1}^{n} (2i-1)$.

Takže máme ukázať rovnosť $F(n) = n^2$.

Krok 1. $F(1) = 1^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(1) = 1 = 1^2$.

Krok 2. $F(k) = k^2 \Rightarrow F(k+1) = (k+1)^2$.

Ak predpokladáme, že platí $F(k) = 1 + 3 + \cdots + (2k-1) = k^2$,

Dôkaz matematickou indukciou

Dokážte, že pre všetky $n \in N$ platí $1+3+5+\cdots+(2n-1) = n^2$.

Označme $F(n) = 1+3+5+\cdots+(2n-1) = \sum_{i=1}^{n}(2i-1)$.

Takže máme ukázať rovnosť $F(n) = n^2$.

Krok 1. $F(1) = 1^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(1) = 1 = 1^2$.

Krok 2. $F(k) = k^2 \Rightarrow F(k+1) = (k+1)^2$.

Ak predpokladáme, že platí $F(k) = 1+3+\cdots+(2k-1) = k^2$,

potom $F(k+1) = 1+3+\cdots+(2k-1)+(2k+1)$

$$= F(k)+(2k+1) = k^2+2k+1 = (k+1)^2.$$

Dôkaz matematickou indukciou

Dokážte, že pre všetky $n \in N$ platí $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$.

Označme $F(n)=1+3+5+\cdots+(2n-1)=\sum_{i=1}^{n}(2i-1)$.

Takže máme ukázať rovnosť $F(n)=n^2$.

Krok 1. $F(1)=1^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(1)=1=1^2$.

Krok 2. $F(k)=k^2 \Rightarrow F(k+1)=(k+1)^2$.

Ak predpokladáme, že platí $F(k)=1+3+\cdots+(2k-1)=k^2$,

potom $F(k+1)=1+3+\cdots+(2k-1)+(2k+1)$

$$= F(k)+(2k+1)=k^2+2k+1=(k+1)^2.$$

Na základe matematickej indukcie vyplýva z krokov 1 a 2 dané tvrdenie.

Dôkaz matematickou indukciou

Dokážte, že pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = n^2$.

Dôkaz matematickou indukciou

Dokážte, že pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = n^2$.

Označme $F(n) = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = \sum_{i=1}^{n} (2i-1)$.

Dôkaz matematickou indukciou

Dokážte, že pre všetky $n \in N$ platí $1+3+5+\cdots+(2n-1) = n^2$.

Označme $F(n) = 1+3+5+\cdots+(2n-1) = \sum_{i=1}^{n}(2i-1)$.

Takže máme ukázať rovnosť $F(n) = n^2$.

Dôkaz matematickou indukciou

Dokážte, že pre všetky $n \in N$ platí $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$.

Označme $F(n)=1+3+5+\cdots+(2n-1)=\sum_{i=1}^{n}(2i-1)$.

Takže máme ukázať rovnosť $F(n)=n^2$.

Krok 1. $F(1)=1^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(1)=1=1^2$.

Dôkaz matematickou indukciou

Dokážte, že pre všetky $n \in N$ platí $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$.

Označme $F(n)=1+3+5+\cdots+(2n-1)=\sum_{i=1}^{n}(2i-1)$.

Takže máme ukázať rovnosť $F(n)=n^2$.

Krok 1. $F(1)=1^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(1)=1=1^2$.

Krok 2. $F(k)=k^2 \Rightarrow F(k+1)=(k+1)^2$.

Ak predpokladáme, že platí $F(k)=1+3+\cdots+(2k-1)=k^2$,

Dôkaz matematickou indukciou

Dokážte, že pre všetky $n \in N$ platí $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$.

Označme $F(n) = 1+3+5+\cdots+(2n-1) = \sum_{i=1}^{n}(2i-1)$.

Takže máme ukázať rovnosť $F(n)=n^2$.

Krok 1. $F(1)=1^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(1)=1=1^2$.

Krok 2. $F(k)=k^2 \Rightarrow F(k+1)=(k+1)^2$.

Ak predpokladáme, že platí $F(k)=1+3+\cdots+(2k-1) = k^2$,

potom $F(k+1) = 1+3+\cdots+(2k-1)+(2k+1)$

$$= F(k)+(2k+1) = k^2+2k+1 = (k+1)^2.$$

Dôkaz matematickou indukciou

Dokážte, že pre všetky $n \in N$ platí $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$.

Označme $F(n)=1+3+5+\cdots+(2n-1)=\sum_{i=1}^{n}(2i-1)$.

Takže máme ukázať rovnosť $F(n)=n^2$.

Krok 1. $F(1)=1^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(1)=1=1^2$.

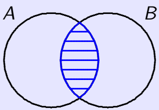
Krok 2. $F(k)=k^2 \Rightarrow F(k+1)=(k+1)^2$.

Ak predpokladáme, že platí $F(k)=1+3+\cdots+(2k-1)=k^2$,

potom
$$F(k+1)=1+3+\cdots+(2k-1)+(2k+1)$$
$$=F(k)+(2k+1)=k^2+2k+1=(k+1)^2.$$

Na základe matematickej indukcie vyplýva z krokov 1 a 2 dané tvrdenie.

Množiny

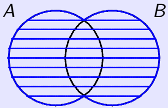


$A \cap B$

$\{x, x \in A \wedge x \in B\}$

prienik množín A **a** B

Množiny

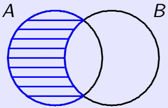


$A \cup B$

$\{x, x \in A \vee x \in B\}$

zjednotenie množín A a B

Množiny

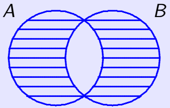


$A - B$

$\{x, x \in A \wedge x \notin B\}$

rozdiel
množín A a B

Množiny

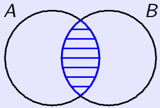


$A \triangle B$

$(A - B) \cup (B - A)$

symetrický rozdiel množín A a B

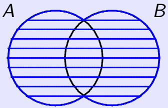
Množiny



$A \cap B$

$\{x, x \in A \wedge x \in B\}$

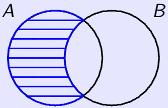
prienik množín A a B



$A \cup B$

$\{x, x \in A \vee x \in B\}$

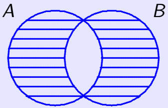
zjednotenie množín A a B



$A - B$

$\{x, x \in A \wedge x \notin B\}$

rozdiel množín A a B

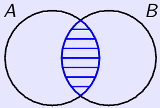


$A \triangle B$

$(A - B) \cup (B - A)$

symetrický rozdiel množín A a B

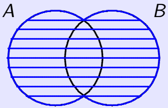
Množiny



$A \cap B$

$\{x, x \in A \wedge x \in B\}$

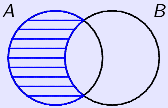
prienik množín A a B



$A \cup B$

$\{x, x \in A \vee x \in B\}$

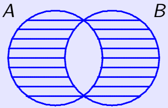
zjednotenie množín A a B



$A - B$

$\{x, x \in A \wedge x \notin B\}$

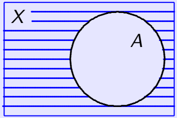
rozdiel množín A a B



$A \triangle B$

$(A - B) \cup (B - A)$

symetrický rozdiel množín A a B



$A' = X - A$

$\{x \in X, x \notin A\}$

doplnok množiny A do množiny $X \neq \emptyset$

Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

f je **binárnou reláciou** množiny A do množiny B,

Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

f je binárnou reláciou množiny A do množiny B,

ak $f \subset A \times B$.

Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

f je binárnou reláciou množiny A do množiny B,

ak $f \subset A \times B$.

Relácia f je zobrazením (funkciou) množiny A „do“ množiny B,

Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

f je binárnou reláciou množiny A do množiny B,

ak $f \subset A \times B$.

Relácia f je zobrazením (funkciou) množiny A „do“ množiny B,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$

Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

f je binárnou reláciou množiny A do množiny B,

ak $f \subset A \times B$.

Relácia f je zobrazením (funkciou) množiny A „do“ množiny B,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x; y] \in f$.

Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

f je binárnou reláciou množiny A do množiny B,

ak $f \subset A \times B$.

Relácia f je zobrazením (funkciou) množiny A „do“ množiny B,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x; y] \in f$.

Najčastejšie zapisujeme $y = f(x)$, resp. $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

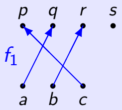
f je **binárnou reláciou** množiny A do množiny B,

ak $f \subset A \times B$.

Relácia f je **zobrazením (funkciou)** množiny A „do“ množiny B,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x; y] \in f$.

Najčastejšie zapisujeme $y = f(x)$, resp. $y = f(x)$, $x \in D(f)$.



injekcia f_1

$\{a,b,c\} \to \{p,q,r,s\}$

Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

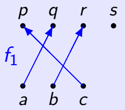
f je **binárnou reláciou** množiny A do množiny B,

ak $f \subset A \times B$.

Relácia f je **zobrazením (funkciou)** množiny A „do“ množiny B,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x; y] \in f$.

Najčastejšie zapisujeme $y = f(x)$, resp. $y = f(x)$, $x \in D(f)$.



injekcia f_1

prosté zobrazenie

$\{a,b,c\} \to \{p,q,r,s\}$

Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

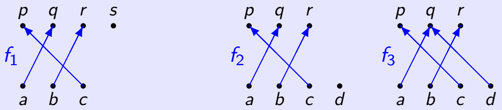
f je binárnou reláciou množiny A do množiny B,

ak $f \subset A \times B$.

Relácia f je zobrazením (funkciou) množiny A „do“ množiny B,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x; y] \in f$.

Najčastejšie zapisujeme $y = f(x)$, resp. $y = f(x)$, $x \in D(f)$.



injekcia f_1

prosté zobrazenie

$\{a,b,c\} \to \{p,q,r,s\}$

surjekcie f_2, f_3

$\{a,b,c,d\} \to \{p,q,r\}$

Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

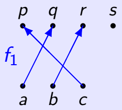
f je binárnou reláciou množiny A do množiny B,

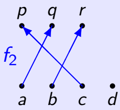
ak $f \subset A \times B$.

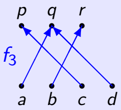
Relácia f je zobrazením (funkciou) množiny A „do“ množiny B,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x; y] \in f$.

Najčastejšie zapisujeme $y = f(x)$, resp. $y = f(x)$, $x \in D(f)$.







injekcia f_1

prosté zobrazenie

$\{a,b,c\} \to \{p,q,r,s\}$

surjekcie f_2, f_3

zobrazenia „na“

$\{a,b,c,d\} \to \{p,q,r\}$

Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

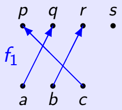
f je binárnou reláciou množiny A do množiny B,

ak $f \subset A \times B$.

Relácia f je zobrazením (funkciou) množiny A „do“ množiny B,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x; y] \in f$.

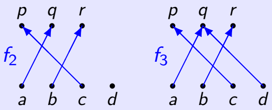
Najčastejšie zapisujeme $y = f(x)$, resp. $y = f(x)$, $x \in D(f)$.



injekcia f_1

prosté zobrazenie

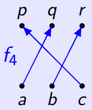
$\{a,b,c\} \to \{p,q,r,s\}$



surjekcie f_2, f_3

zobrazenia „na“

$\{a,b,c,d\} \to \{p,q,r\}$



bijekcia f_4

$\{a,b,c\} \to \{p,q,r\}$

Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

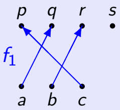
f je binárnou reláciou množiny A do množiny B,

ak $f \subset A \times B$.

Relácia f je zobrazením (funkciou) množiny A „do“ množiny B,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x; y] \in f$.

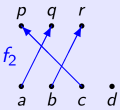
Najčastejšie zapisujeme $y = f(x)$, resp. $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

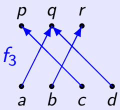


injekcia f_1

prosté zobrazenie

$\{a,b,c\} \to \{p,q,r,s\}$

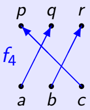




surjekcie f_2, f_3

zobrazenia „na“

$\{a,b,c,d\} \to \{p,q,r\}$



bijekcia f_4

prosté „na“

$\{a,b,c\} \to \{p,q,r\}$

Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

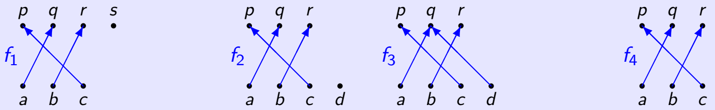
f je binárnou reláciou množiny A do množiny B,

ak $f \subset A \times B$.

Relácia f je zobrazením (funkciou) množiny A „do“ množiny B,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x; y] \in f$.

Najčastejšie zapisujeme $y = f(x)$, resp. $y = f(x)$, $x \in D(f)$.



injekcia f_1
prosté zobrazenie
$\{a,b,c\} \to \{p,q,r,s\}$

surjekcie f_2, f_3
zobrazenia „na“
$\{a,b,c,d\} \to \{p,q,r\}$

bijekcia f_4
prosté „na“
$\{a,b,c\} \to \{p,q,r\}$

Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

$f\colon A \to B$, $g\colon C \to D$, $H(f) \subset C$.

Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

$f\colon A \to B$, $g\colon C \to D$, $H(f) \subset C$.

$F\colon A \to D$, ktoré každému $x \in A$

Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

$f\colon A \to B$, $g\colon C \to D$, $H(f) \subset C$.

$F\colon A \to D$, ktoré každému $x \in A$ priradí $z = g(y) \in D$, kde $y = f(x)$,

Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

$f\colon A \to B$, $g\colon C \to D$, $H(f) \subset C$.

$F\colon A \to D$, ktoré každému $x \in A$ priradí $z = g(y) \in D$, kde $y = f(x)$,

t. j. hodnotu $z = g(f(x))$,

Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

$f\colon A \to B$, $g\colon C \to D$, $H(f) \subset C$.

$F\colon A \to D$, ktoré každému $x \in A$ priradí $z = g(y) \in D$, kde $y = f(x)$,
t. j. hodnotu $z = g(f(x))$, nazývame zložené zobrazenie f a g,
t. j. zložená funkcia f a g, resp. kompozícia, zloženie f a g.

Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

$f\colon A \to B$, $g\colon C \to D$, $H(f) \subset C$.

$F\colon A \to D$, ktoré každému $x \in A$ priradí $z = g(y) \in D$, kde $y = f(x)$,
t. j. hodnotu $z = g(f(x))$, nazývame zložené zobrazenie f a g,
t. j. zložená funkcia f a g, resp. kompozícia, zloženie f a g.

Zapisujeme $F = g(f) = f \circ g$, $\quad F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$, $x \in D(f)$.

Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

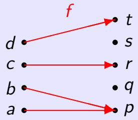
$f\colon A \to B$, $g\colon C \to D$, $H(f) \subset C$.

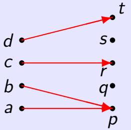
$F\colon A \to D$, ktoré každému $x \in A$ priradí $z = g(y) \in D$, kde $y = f(x)$, t. j. hodnotu $z = g(f(x))$, nazývame zložené zobrazenie f a g, t. j. zložená funkcia f a g, resp. kompozícia, zloženie f a g.

Zapisujeme $F = g(f) = f \circ g$, $\quad F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$, $x \in D(f)$.

vnútorná zložka f

$\{a,b,c,d\} \to \{p,q,r,s,t\}$





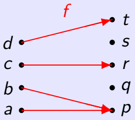
Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

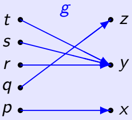
$f\colon A \to B$, $g\colon C \to D$, $H(f) \subset C$.

$F\colon A \to D$, ktoré každému $x \in A$ priradí $z = g(y) \in D$, kde $y = f(x)$,
t. j. hodnotu $z = g(f(x))$, nazývame **zložené zobrazenie f a g**,
t. j. **zložená funkcia f a g**, resp. **kompozícia, zloženie f a g**.

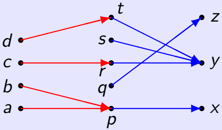
Zapisujeme $F = g(f) = f \circ g$, $\quad F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$, $x \in D(f)$.

vnútorná zložka f
$\{a,b,c,d\} \to \{p,q,r,s,t\}$





vonkajšia zložka g
$\{p,q,r,s,t\} \to \{x,y,z\}$



Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

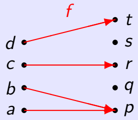
$f\colon A\to B,\ g\colon C\to D,\ H(f)\subset C.$

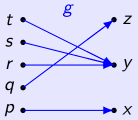
$F\colon A\to D$, ktoré každému $x\in A$ priradí $z=g(y)\in D$, kde $y=f(x)$, t. j. hodnotu $z=g(f(x))$, nazývame **zložené zobrazenie f a g**, t. j. **zložená funkcia f a g**, resp. **kompozícia, zloženie f a g**.

Zapisujeme $F=g(f)=f\circ g$, $\quad F(x)=g[f(x)]=[f\circ g](x),\ x\in D(f)$.

vnútorná zložka f

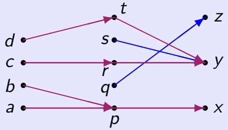
$\{a,b,c,d\}\to\{p,q,r,s,t\}$

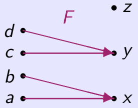




vonkajšia zložka g

$\{p,q,r,s,t\}\to\{x,y,z\}$





zloženie $F=g(f)$

$\{a,b,c,d\}\to\{x,y,z\}$

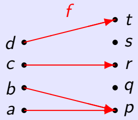
Binárne relácie a zobrazenia (t. j. funkcie)

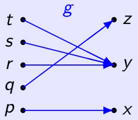
$f\colon A \to B$, $g\colon C \to D$, $H(f) \subset C$.

$F\colon A \to D$, ktoré každému $x \in A$ priradí $z = g(y) \in D$, kde $y = f(x)$,
t. j. hodnotu $z = g(f(x))$, nazývame **zložené zobrazenie f a g**,
t. j. **zložená funkcia f a g**, resp. **kompozícia, zloženie f a g**.

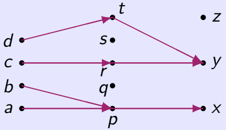
Zapisujeme $F = g(f) = f \circ g$, $\quad F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$, $x \in D(f)$.

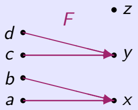
vnútorná zložka f
$\{a,b,c,d\} \to \{p,q,r,s,t\}$





vonkajšia zložka g
$\{p,q,r,s,t\} \to \{x,y,z\}$





zloženie $F = g(f)$
$\{a,b,c,d\} \to \{x,y,z\}$

Mohutnosť množín

A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), ozn. $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f : A \to B$.

Mohutnosť množín

A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), ozn. $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

Mohutnosť množín

A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), ozn. $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

množina A

Mohutnosť množín

A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), ozn. $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

$$\text{množina } A \begin{cases} \text{konečná} \\ \\ \\ \text{nekonečná} \end{cases}$$

Mohutnosť množín

A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), ozn. $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

$$\text{množina } A \begin{cases} \text{konečná} & \begin{cases} \text{prázdna} \\ \text{konečne spočítateľná} \end{cases} \\ & \end{cases}$$

Mohutnosť množín

A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), ozn. $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

množina A
- konečná
  - prázdna
    $A = \emptyset$
  - konečne spočítateľná
    $A \sim \{1,2,\ldots,n\}$, $n \in N$

Mohutnosť množín

A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), ozn. $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

$$\text{množina } A \begin{cases} \text{konečná} & \begin{cases} \text{prázdna} \\ A = \emptyset \\ \text{konečne spočítateľná} \\ A \sim \{1,2,\ldots,n\},\ n \in N \end{cases} \\ \\ \text{nekonečná} \end{cases}$$

Mohutnosť množín

A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), ozn. $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

- množina A
  - konečná
    - prázdna
      $A = \emptyset$
    - konečne spočítateľná
      $A \sim \{1,2,\ldots,n\}$, $n \in N$
  - nekonečná
    - nekonečne spočítateľná
    - nespočítateľná

Mohutnosť množín

A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), ozn. $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

$$\text{množina } A \begin{cases} \text{konečná} & \begin{cases} \text{prázdna} \\ A = \emptyset \\ \text{konečne spočítateľná} \\ A \sim \{1,2,\ldots,n\},\ n \in N \end{cases} \\ \text{nekonečná} & \begin{cases} \text{nekonečne spočítateľná} \\ A \sim N \\ \text{nespočítateľná} \\ \text{nie je spočítateľná} \end{cases} \end{cases}$$

Mohutnosť množín

A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), ozn. $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

množina A

- konečná
  - prázdna
    $A = \emptyset$
  - konečne spočítateľná
    $A \sim \{1,2,\ldots,n\},\ n \in N$
- nekonečná
  - nekonečne spočítateľná
    $A \sim N$
  - nespočítateľná
    nie je spočítateľná

spočítateľná

Mohutnosť množín

A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), ozn. $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

množina A
- konečná
  - prázdna
    $A = \emptyset$
  - konečne spočítateľná
    $A \sim \{1,2,\ldots,n\}$, $n \in N$
- nekonečná
  - nekonečne spočítateľná
    $A \sim N$
  - nespočítateľná
    nie je spočítateľná

prázdna, konečne spočítateľná, nekonečne spočítateľná: spočítateľná

Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov:

Mohutnosť množín

A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), ozn. $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

množina A
- konečná
  - prázdna: $A = \emptyset$
  - konečne spočítateľná: $A \sim \{1,2,\ldots,n\}$, $n \in N$
- nekonečná
  - nekonečne spočítateľná: $A \sim N$
  - nespočítateľná: nie je spočítateľná

prázdna, konečne spočítateľná a nekonečne spočítateľná: spočítateľná

Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov:

nula

Mohutnosť množín

A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), ozn. $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon\ A \to B$.

množina A
- konečná
  - prázdna: $A = \emptyset$
  - konečne spočítateľná: $A \sim \{1,2,\ldots,n\}$, $n \in N$
- nekonečná
  - nekonečne spočítateľná: $A \sim N$
  - nespočítateľná: nie je spočítateľná

(prázdna, konečne spočítateľná, nekonečne spočítateľná) — spočítateľná

Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov:

nula, konečne $n \in N$ veľa.

Mohutnosť množín

A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), ozn. $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

množina A
- konečná
  - prázdna: $A = \emptyset$
  - konečne spočítateľná: $A \sim \{1,2,\ldots,n\}$, $n \in N$
- nekonečná
  - nekonečne spočítateľná: $A \sim N$
  - nespočítateľná: nie je spočítateľná

konečne spočítateľná, nekonečne spočítateľná → spočítateľná

Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov:

nula, konečne $n \in N$, spočítateľne nekonečne veľa.

Mohutnosť množín

A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), ozn. $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon\ A \to B$.

množina A
- konečná
  - prázdna: $A = \emptyset$
  - konečne spočítateľná: $A \sim \{1, 2, \ldots, n\}$, $n \in N$
- nekonečná
  - nekonečne spočítateľná: $A \sim N$
  - nespočítateľná: nie je spočítateľná

(prázdna, konečne spočítateľná a nekonečne spočítateľná) spočítateľná

Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov:

nula, konečne $n \in N$, spočítateľne alebo nespočítateľne nekonečne veľa.

Operácie s nekonečnom

Pre všetky $a \in R$ platí $-\infty < a < \infty$,

Operácie s nekonečnom

Pre všetky $a \in R$ platí $-\infty < a < \infty$,

t. j. každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.

Operácie s nekonečnom

Pre všetky $a \in R$ platí $-\infty < a < \infty$,

t. j. každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.

Pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

Operácie s nekonečnom

Pre všetky $a \in R$ platí $-\infty < a < \infty$,

t. j. každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.

Pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

$$\infty + \infty = \infty, \qquad -\infty - \infty = -\infty, \qquad a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty,$$

Operácie s nekonečnom

Pre všetky $a \in R$ platí $-\infty < a < \infty$,

t. j. každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.

Pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

$$\infty + \infty = \infty, \qquad -\infty - \infty = -\infty, \qquad a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty,$$

$$\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty, \qquad -\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty,$$

Operácie s nekonečnom

Pre všetky $a \in R$ platí $-\infty < a < \infty$,

t. j. každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.

Pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

$$\infty + \infty = \infty, \qquad -\infty - \infty = -\infty, \qquad a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty,$$

$$\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty, \qquad -\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty,$$

$$\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty, \qquad \pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty,$$

Operácie s nekonečnom

Pre všetky $a \in R$ platí $-\infty < a < \infty$,

t. j. každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.

Pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

$$\infty + \infty = \infty, \qquad -\infty - \infty = -\infty, \qquad a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty,$$

$$\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty, \qquad -\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty,$$

$$\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty, \qquad \pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty,$$

$$\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty, \qquad \frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty, \qquad \frac{a}{\pm\infty} = 0.$$

Operácie s nekonečnom

Pre všetky $a \in R$ platí $-\infty < a < \infty$,

t. j. každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.

Pre všetky $a, b \in R,\ b > 0$ definujeme:

$$\infty + \infty = \infty, \qquad -\infty - \infty = -\infty, \qquad a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty,$$

$$\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty, \qquad -\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty,$$

$$\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty, \qquad \pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty,$$

$$\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty, \qquad \frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty, \qquad \frac{a}{\pm\infty} = 0.$$

Pre všetky $a \in R$ nedefinujeme tzv. neurčité výrazy:

Operácie s nekonečnom

Pre všetky $a \in R$ platí $-\infty < a < \infty$,

t. j. každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.

Pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

$$\infty + \infty = \infty, \qquad -\infty - \infty = -\infty, \qquad a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty,$$

$$\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty, \qquad -\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty,$$

$$\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty, \qquad \pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty,$$

$$\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty, \qquad \frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty, \qquad \frac{a}{\pm\infty} = 0.$$

Pre všetky $a \in R$ nedefinujeme tzv. neurčité výrazy:

$$\infty - \infty, \quad -\infty + \infty,$$

Operácie s nekonečnom

Pre všetky $a \in R$ platí $-\infty < a < \infty$,

t. j. každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.

Pre všetky $a, b \in R,\ b > 0$ definujeme:

$$\infty + \infty = \infty, \qquad -\infty - \infty = -\infty, \qquad a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty,$$

$$\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty, \qquad -\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty,$$

$$\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty, \qquad \pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty,$$

$$\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty, \qquad \frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty, \qquad \frac{a}{\pm\infty} = 0.$$

Pre všetky $a \in R$ nedefinujeme tzv. neurčité výrazy:

$$\infty - \infty, \quad -\infty + \infty, \quad \pm\infty \cdot 0, \quad 0 \cdot (\pm\infty),$$

Operácie s nekonečnom

Pre všetky $a \in R$ platí $-\infty < a < \infty$,

t. j. každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.

Pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

$$\infty + \infty = \infty, \qquad -\infty - \infty = -\infty, \qquad a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty,$$

$$\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty, \qquad -\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty,$$

$$\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty, \qquad \pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty,$$

$$\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty, \qquad \frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty, \qquad \frac{a}{\pm\infty} = 0.$$

Pre všetky $a \in R$ nedefinujeme tzv. neurčité výrazy:

$$\infty - \infty, \quad -\infty + \infty, \quad \pm\infty \cdot 0, \quad 0 \cdot (\pm\infty), \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty},$$

Operácie s nekonečnom

Pre všetky $a \in R$ platí $-\infty < a < \infty$,

t. j. každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.

Pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

$$\infty + \infty = \infty, \qquad -\infty - \infty = -\infty, \qquad a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty,$$

$$\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty, \qquad -\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty,$$

$$\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty, \qquad \pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty,$$

$$\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty, \qquad \frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty, \qquad \frac{a}{\pm\infty} = 0.$$

Pre všetky $a \in R$ nedefinujeme tzv. neurčité výrazy:

$$\infty - \infty, \quad -\infty + \infty, \quad \pm\infty \cdot 0, \quad 0 \cdot (\pm\infty), \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}, \quad \frac{\pm\infty}{0},$$

Operácie s nekonečnom

Pre všetky $a \in R$ platí $-\infty < a < \infty$,

t. j. každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.

Pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

$$\infty + \infty = \infty, \qquad -\infty - \infty = -\infty, \qquad a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty,$$

$$\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty, \qquad -\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty,$$

$$\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty, \qquad \pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty,$$

$$\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty, \qquad \frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty, \qquad \frac{a}{\pm\infty} = 0.$$

Pre všetky $a \in R$ nedefinujeme tzv. neurčité výrazy:

$$\infty - \infty, \quad -\infty + \infty, \quad \pm\infty \cdot 0, \quad 0 \cdot (\pm\infty), \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}, \quad \frac{\pm\infty}{0}, \quad \frac{a}{0}.$$

Intervaly

Ohraničené intervaly [krajné body $a, b \in R$]

Neohraničené intervaly [aspoň jedna hranica je $\pm\infty$]

Intervaly

Ohraničené intervaly [krajné body $a,b \in R$]

Nedegenerované intervaly [platí $a < b$]

Degenerované intervaly [platí $a = b$]

Intervaly

Ohraničené intervaly [krajné body $a, b \in R$]

Nedegenerované intervaly [platí $a < b$]

$$(a; b) = \{x \in R\,;\ a < x < b\},$$

Intervaly

Ohraničené intervaly [krajné body $a,b \in R$]

Nedegenerované intervaly [platí $a < b$]

$$(a;b) = \{x \in R\,;\ a < x < b\},\qquad \langle a;b\rangle = \{x \in R\,;\ a \leq x \leq b\},$$

Intervaly

Ohraničené intervaly

[krajné body $a, b \in R$]

Nedegenerované intervaly

[platí $a < b$]

$$(a; b) = \{x \in R;\ a < x < b\}, \qquad \langle a; b\rangle = \{x \in R;\ a \le x \le b\},$$

$$\langle a; b) = \{x \in R;\ a \le x < b\},$$

Intervaly

Ohraničené intervaly [krajné body $a, b \in R$]

Nedegenerované intervaly [platí $a < b$]

$$(a;b) = \{x \in R\,;\ a < x < b\}, \qquad \langle a;b\rangle = \{x \in R\,;\ a \leq x \leq b\},$$

$$\langle a;b) = \{x \in R\,;\ a \leq x < b\}, \qquad (a;b\rangle = \{x \in R\,;\ a < x \leq b\}.$$

Intervaly

Ohraničené intervaly

[krajné body $a,b \in R$]

Nedegenerované intervaly

[platí $a < b$]

$$(a;\, b) = \{x \in R\, ;\ a < x < b\}, \qquad \langle a;\, b\rangle = \{x \in R\, ;\ a \le x \le b\},$$
$$\langle a;\, b) = \{x \in R\, ;\ a \le x < b\}, \qquad (a;\, b\rangle = \{x \in R\, ;\ a < x \le b\}.$$

Degenerované intervaly

[platí $a = b$]

$$(a;\, a) = \emptyset,$$

Intervaly

Ohraničené intervaly [krajné body $a,b \in R$]

Nedegenerované intervaly [platí $a < b$]

$$(a;b) = \{x \in R\,;\ a < x < b\}, \qquad \langle a;b\rangle = \{x \in R\,;\ a \le x \le b\},$$
$$\langle a;b) = \{x \in R\,;\ a \le x < b\}, \qquad (a;b\rangle = \{x \in R\,;\ a < x \le b\}.$$

Degenerované intervaly [platí $a = b$]

$$(a;a) = \emptyset, \qquad \langle a;a\rangle = \{a\}.$$

Intervaly

Ohraničené intervaly

[krajné body $a, b \in R$]

Nedegenerované intervaly

[platí $a < b$]

$$(a; b) = \{x \in R\,;\ a < x < b\}, \qquad \langle a; b\rangle = \{x \in R\,;\ a \leq x \leq b\},$$
$$\langle a; b) = \{x \in R\,;\ a \leq x < b\}, \qquad (a; b\rangle = \{x \in R\,;\ a < x \leq b\}.$$

Degenerované intervaly

[platí $a = b$]

$$(a; a) = \emptyset, \qquad \langle a; a\rangle = \{a\}.$$

Neohraničené intervaly

[aspoň jedna hranica je $\pm\infty$]

Intervaly

Ohraničené intervaly [krajné body $a, b \in R$]

Nedegenerované intervaly [platí $a < b$]

$$(a; b) = \{x \in R;\ a < x < b\}, \qquad \langle a; b\rangle = \{x \in R;\ a \leq x \leq b\},$$
$$\langle a; b) = \{x \in R;\ a \leq x < b\}, \qquad (a; b\rangle = \{x \in R;\ a < x \leq b\}.$$

Degenerované intervaly [platí $a = b$]

$$(a; a) = \emptyset, \qquad \langle a; a\rangle = \{a\}.$$

Neohraničené intervaly [aspoň jedna hranica je $\pm\infty$]

$$(-\infty; a\rangle = \{x \in R;\ x \leq a\},$$

Intervaly

Ohraničené intervaly [krajné body $a, b \in R$]

Nedegenerované intervaly [platí $a < b$]

$$(a; b) = \{x \in R;\ a < x < b\}, \qquad \langle a; b\rangle = \{x \in R;\ a \leq x \leq b\},$$
$$\langle a; b) = \{x \in R;\ a \leq x < b\}, \qquad (a; b\rangle = \{x \in R;\ a < x \leq b\}.$$

Degenerované intervaly [platí $a = b$]

$$(a; a) = \emptyset, \qquad \langle a; a\rangle = \{a\}.$$

Neohraničené intervaly [aspoň jedna hranica je $\pm\infty$]

$$(-\infty; a\rangle = \{x \in R;\ x \leq a\}, \quad \langle a; \infty) = \{x \in R;\ a \leq x\},$$

Intervaly

Ohraničené intervaly [krajné body $a,b \in R$]

Nedegenerované intervaly [platí $a < b$]

$$(a;\, b) = \{x \in R\,;\ a < x < b\}, \qquad \langle a;\, b\rangle = \{x \in R\,;\ a \leq x \leq b\},$$
$$\langle a;\, b) = \{x \in R\,;\ a \leq x < b\}, \qquad (a;\, b\rangle = \{x \in R\,;\ a < x \leq b\}.$$

Degenerované intervaly [platí $a = b$]

$$(a;\, a) = \emptyset, \qquad \langle a;\, a\rangle = \{a\}.$$

Neohraničené intervaly [aspoň jedna hranica je $\pm\infty$]

$$(-\infty;\, a\rangle = \{x \in R\,;\ x \leq a\}, \quad \langle a;\, \infty) = \{x \in R\,;\ a \leq x\},$$
$$(-\infty;\, a) = \{x \in R\,;\ x < a\},$$

Intervaly

Ohraničené intervaly

[krajné body $a, b \in R$]

Nedegenerované intervaly

[platí $a < b$]

$$(a; b) = \{x \in R\,;\ a < x < b\}, \qquad \langle a; b\rangle = \{x \in R\,;\ a \leq x \leq b\},$$
$$\langle a; b) = \{x \in R\,;\ a \leq x < b\}, \qquad (a; b\rangle = \{x \in R\,;\ a < x \leq b\}.$$

Degenerované intervaly

[platí $a = b$]

$$(a; a) = \emptyset, \qquad \langle a; a\rangle = \{a\}.$$

Neohraničené intervaly

[aspoň jedna hranica je $\pm\infty$]

$$(-\infty; a\rangle = \{x \in R\,;\ x \leq a\}, \quad \langle a; \infty) = \{x \in R\,;\ a \leq x\},$$
$$(-\infty; a) = \{x \in R\,;\ x < a\}, \quad (a; \infty) = \{x \in R\,;\ a < x\},$$

Intervaly

Ohraničené intervaly

[krajné body $a, b \in R$]

Nedegenerované intervaly

[platí $a < b$]

$$(a; b) = \{x \in R\,;\ a < x < b\}, \qquad \langle a; b\rangle = \{x \in R\,;\ a \le x \le b\},$$

$$\langle a; b) = \{x \in R\,;\ a \le x < b\}, \qquad (a; b\rangle = \{x \in R\,;\ a < x \le b\}.$$

Degenerované intervaly

[platí $a = b$]

$$(a; a) = \emptyset, \qquad \langle a; a\rangle = \{a\}.$$

Neohraničené intervaly

[aspoň jedna hranica je $\pm\infty$]

$$(-\infty; a\rangle = \{x \in R\,;\ x \le a\}, \quad \langle a; \infty) = \{x \in R\,;\ a \le x\},$$

$$(-\infty; a) = \{x \in R\,;\ x < a\}, \quad (a; \infty) = \{x \in R\,;\ a < x\},$$

$$(-\infty; \infty) = \{x \in R\} = R.$$

Intervaly

Ohraničené intervaly

[krajné body $a, b \in R$]

Nedegenerované intervaly

[platí $a < b$]

$$(a;b) = \{x \in R;\ a < x < b\}, \qquad \langle a;b\rangle = \{x \in R;\ a \le x \le b\},$$
$$\langle a;b) = \{x \in R;\ a \le x < b\}, \qquad (a;b\rangle = \{x \in R;\ a < x \le b\}.$$

Degenerované intervaly

[platí $a = b$]

$$(a;a) = \emptyset, \qquad \langle a;a\rangle = \{a\}.$$

Hodnota $b - a$ sa nazýva dĺžka intervalu.

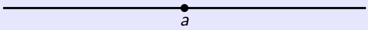
Neohraničené intervaly

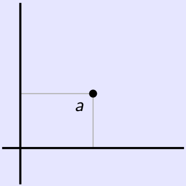
[aspoň jedna hranica je $\pm\infty$]

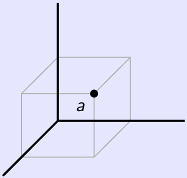
$$(-\infty;a\rangle = \{x \in R;\ x \le a\}, \quad \langle a;\infty) = \{x \in R;\ a \le x\},$$
$$(-\infty;a) = \{x \in R;\ x < a\}, \quad (a;\infty) = \{x \in R;\ a < x\},$$
$$(-\infty;\infty) = \{x \in R\} = R.$$

Dĺžka neohraničeného intervalu je ∞.

Okolie bodu



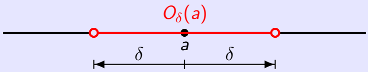


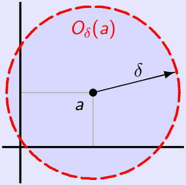


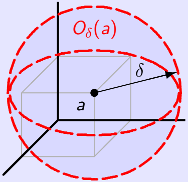
Okolie bodu a na priamke R, v rovine R^2, v priestore R^3.

Okolie bodu

δ okolie bodu $a \in R$





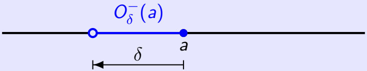


Okolie bodu a na priamke R, v rovine R^2, v priestore R^3.

$$O_\delta(a) = (a-\delta; a+\delta) = \{x \in R\,;\ a-\delta < x < a+\delta\} = \{x \in R\,;\ |x-a| < \delta\}$$

Okolie bodu

ľavé δ okolie bodu $a \in R$

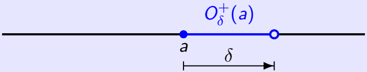


Okolie bodu a na priamke R,

$$O_\delta^-(a) = (a - \delta; a\rangle$$

Okolie bodu

pravé δ okolie bodu $a \in R$

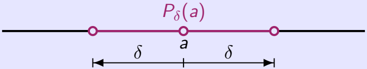


Okolie bodu a na priamke R,

$$O_\delta^+(a) = \langle a; a + \delta)$$

Okolie bodu

prstencové δ okolie bodu $a \in R$

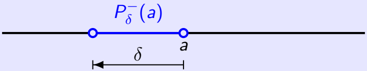


Okolie bodu a na priamke R,

$$P_\delta(a) = O_\delta(a) - \{a\} = (a-\delta;\, a) \cup (a;\, a+\delta) = \{x \in R\,;\ 0 < |x-a| < \delta\}$$

Okolie bodu

prstencové ľavé δ okolie bodu $a \in R$

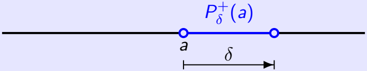


Okolie bodu a na priamke R,

$$P_\delta^-(a) = (a - \delta; a)$$

Okolie bodu

prstencové pravé δ okolie bodu $a \in R$

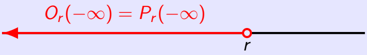


Okolie bodu a na priamke R,

$$P_\delta^+(a) = (a; a + \delta)$$

Okolie bodu

r okolie bodu $-\infty$

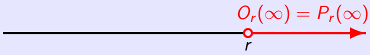


Okolie bodu a na priamke R,

$$O_r(-\infty) = P_r(-\infty) = (-\infty; r) = \{x \in R \,;\, x < r\}$$

Okolie bodu

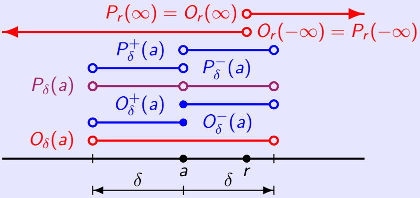
r okolie bodu ∞

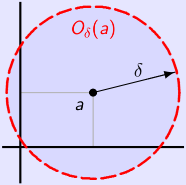


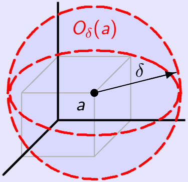
Okolie bodu a na priamke R,

$$O_r(\infty) = P_r(\infty) = (r; \infty) = \{x \in R\,;\ r < x\}$$

Okolie bodu







Okolie bodu a na priamke R, v rovine R^2, v priestore R^3.

$$O_\delta(a) = (a-\delta; a+\delta) = \{x \in R;\ a-\delta < x < a+\delta\} = \{x \in R;\ |x-a| < \delta\},$$

$$O_\delta^-(a) = (a-\delta; a\rangle, \qquad O_\delta^+(a) = \langle a; a+\delta),$$

$$P_\delta(a) = O_\delta(a) - \{a\} = (a-\delta; a) \cup (a; a+\delta) = \{x \in R;\ 0 < |x-a| < \delta\},$$

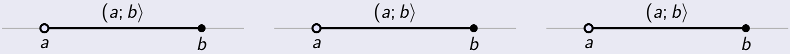
$$P_\delta^-(a) = (a-\delta; a), \qquad P_\delta^+(a) = (a; a+\delta),$$

$$O_r(-\infty) = P_r(-\infty) = (-\infty; r) = \{x \in R;\ x < r\},$$

$$O_r(\infty) = P_r(\infty) = (r; \infty) = \{x \in R;\ r < x\}.$$

Otvorené a uzavreté množiny

Množina $(a; b\rangle$,

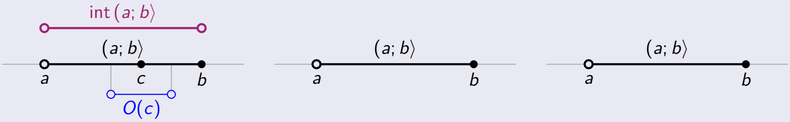


Množina $(a; b\rangle$,

Otvorené a uzavreté množiny

Množina $(a; b\rangle$,

vnútro množiny $(a; b\rangle$



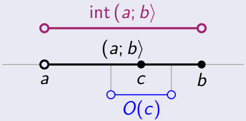
$\operatorname{int}(a; b\rangle = (a; b)$

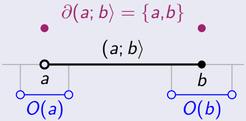
Množina $(a; b\rangle$, vnútro $\operatorname{int}(a; b\rangle = (a; b)$,

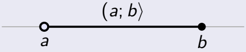
Otvorené a uzavreté množiny

Množina $(a;\, b\rangle$,

vnútro množiny $(a;\, b\rangle$ hranica množiny $(a;\, b\rangle$







$\operatorname{int}(a;\, b\rangle = (a;\, b)$ $\partial(a;\, b\rangle = \{a, b\}$

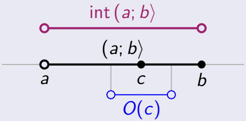
Množina $(a;\, b\rangle$, vnútro $\operatorname{int}(a;\, b\rangle = (a;\, b)$,

hranica $\partial(a;\, b\rangle = \{a, b\}$,

Otvorené a uzavreté množiny

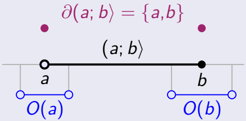
Množina $(a;\, b\rangle$, jej vnútro, vonkajšok a hranica.

vnútro množiny $(a;\, b\rangle$



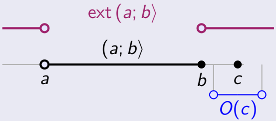
int $(a;\, b\rangle = (a;\, b)$

hranica množiny $(a;\, b\rangle$



$\partial(a;\, b\rangle = \{a, b\}$

vonkajšok množiny $(a;\, b\rangle$



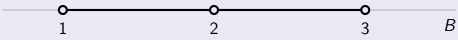
ext $(a;\, b\rangle = R - \langle a;\, b\rangle$

Množina $(a;\, b\rangle$, vnútro int $(a;\, b\rangle = (a;\, b)$,

hranica $\partial(a;\, b\rangle = \{a, b\}$, vonkajšok ext $(a;\, b\rangle = R - \langle a;\, b\rangle$.

Otvorené a uzavreté množiny

Množiny $A = \{1,2\}$, $B = (1;2) \cup (2;3)$

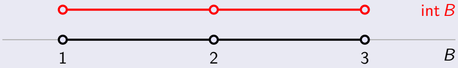


$$A = \{1,2\}$$

$$B = (1;2) \cup (2;3)$$

Otvorené a uzavreté množiny

Množiny $A = \{1,2\}$, $B = (1;2) \cup (2;3)$



$$A = \{1,2\}$$

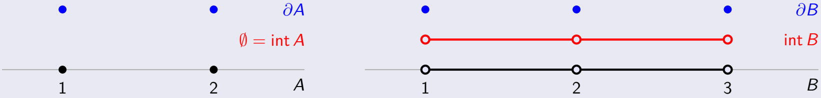
$$\operatorname{int} A = \emptyset$$

$$B = (1;2) \cup (2;3)$$

$$\operatorname{int} B = B$$

Otvorené a uzavreté množiny

Množiny $A = \{1,2\}$, $B = (1;2) \cup (2;3)$



$$A = \{1,2\}$$

$$\text{int}\, A = \emptyset$$

$$\partial A = A$$

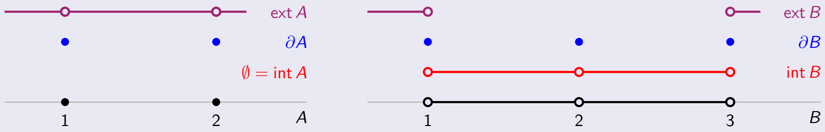
$$B = (1;2) \cup (2;3)$$

$$\text{int}\, B = B$$

$$\partial B = \{1,2,3\}$$

Otvorené a uzavreté množiny

Množiny $A = \{1,2\}$, $B = (1;2) \cup (2;3)$ a ich vnútra, vonkajšky a hranice.



$$A = \{1,2\}$$

$$\text{int } A = \emptyset$$

$$\partial A = A$$

$$\text{ext } A = R - \{1,2\}$$

$$B = (1;2) \cup (2;3)$$

$$\text{int } B = B$$

$$\partial B = \{1,2,3\}$$

$$\text{ext } B = (-\infty;1) \cup (3;\infty)$$

Otvorené a uzavreté množiny

Množina $A \subset R$ je otvorená,

ak každý bod $a \in A$ je vnútorný.

$A, B \subset R$ sú otvorené $\Rightarrow$ $A \cap B$, $A \cup B$ sú otvorené.

$A \subset R$ je uzavretá,

ak obsahuje všetky svoje hromadné body.

$A, B \subset R$ sú uzavreté $\Rightarrow$ $A \cap B$, $A \cup B$ sú uzavreté.

Otvorené a uzavreté množiny

Množina $A \subset R$ je otvorená,

ak každý bod $a \in A$ je vnútorný.

$A, B \subset R$ sú otvorené $\Rightarrow$ $A \cap B$, $A \cup B$ sú otvorené.

$A \subset R$ je uzavretá,

ak obsahuje všetky svoje hromadné body.

$A, B \subset R$ sú uzavreté $\Rightarrow$ $A \cap B$, $A \cup B$ sú uzavreté.

Otvorené a uzavreté množiny

Množina $A \subset R$ je otvorená,

ak každý bod $a \in A$ je vnútorný.

$A, B \subset R$ sú otvorené $\Rightarrow$ $A \cap B$, $A \cup B$ sú otvorené.

$A \subset R$ je uzavretá,

ak obsahuje všetky svoje hromadné body.

$A, B \subset R$ sú uzavreté $\Rightarrow$ $A \cap B$, $A \cup B$ sú uzavreté.

Otvorené a uzavreté množiny

Množina $A \subset R$ je otvorená,

ak každý bod $a \in A$ je vnútorný.

$A, B \subset R$ sú otvorené $\Rightarrow$ $A \cap B$, $A \cup B$ sú otvorené.

$A_k \subset R$, $k \in N$ sú otvorené $\Rightarrow$ množina $A = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$ je otvorená.

$A \subset R$ je uzavretá,

ak obsahuje všetky svoje hromadné body.

$A, B \subset R$ sú uzavreté $\Rightarrow$ $A \cap B$, $A \cup B$ sú uzavreté.

$A_k \subset R$, $k \in N$ sú uzavreté $\Rightarrow$ množina $A = \bigcap_{k=1}^{\infty} A_k$ je uzavretá.

Otvorené a uzavreté množiny

Množina $A \subset R$ je otvorená,

ak každý bod $a \in A$ je vnútorný.

$A, B \subset R$ sú otvorené $\Rightarrow$ $A \cap B$, $A \cup B$ sú otvorené.

$A_k \subset R$, $k \in N$ sú otvorené $\Rightarrow$ množina $A = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$ je otvorená.

$A \subset R$ je uzavretá,

ak obsahuje všetky svoje hromadné body.

$A, B \subset R$ sú uzavreté $\Rightarrow$ $A \cap B$, $A \cup B$ sú uzavreté.

$A_k \subset R$, $k \in N$ sú uzavreté $\Rightarrow$ množina $A = \bigcap_{k=1}^{\infty} A_k$ je uzavretá.

Množina $A \subset R$ je otvorená

$\Leftrightarrow$ doplnok $A' = R - A$ je uzavretá množina.

Otvorené a uzavreté množiny

Množina $A \subset R$ je otvorená,

ak každý bod $a \in A$ je vnútorný.

$A, B \subset R$ sú otvorené $\Rightarrow$ $A \cap B$, $A \cup B$ sú otvorené.

$A_k \subset R$, $k \in N$ sú otvorené $\Rightarrow$ množina $A = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$ je otvorená.

$A \subset R$ je uzavretá,

ak obsahuje všetky svoje hromadné body.

$A, B \subset R$ sú uzavreté $\Rightarrow$ $A \cap B$, $A \cup B$ sú uzavreté.

$A_k \subset R$, $k \in N$ sú uzavreté $\Rightarrow$ množina $A = \bigcap_{k=1}^{\infty} A_k$ je uzavretá.

Množina $A \subset R$ je otvorená

$\Leftrightarrow$ doplnok $A' = R - A$ je uzavretá množina.