# Matematická analýza 1

## 2018/2019

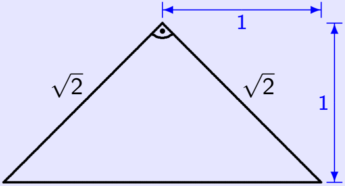
## 3. Číselné rady

beerb@frcatel.fri.uniza.sk http://frcatel.fri.uniza.sk/ beerb

# Obsah

# Číselné rady

Uvažujme v rovine pravouhlý rovnoramenný trojuholník $T$ s odvesnami $\sqrt{2}$ a preponou 2.

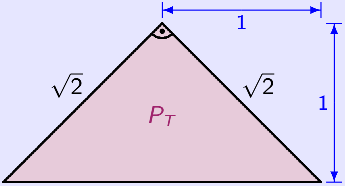


# Číselné rady

Uvažujme v rovine pravouhlý rovnoramenný trojuholník $T$ s odvesnami $\sqrt{2}$ a preponou 2.

Jeho obsah je

$$P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1.$$



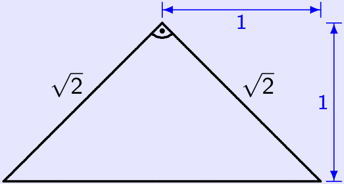
# Číselné rady

Uvažujme v rovine pravouhlý rovnoramenný trojuholník $T$ s odvesnami $\sqrt{2}$ a preponou 2.

Jeho obsah je

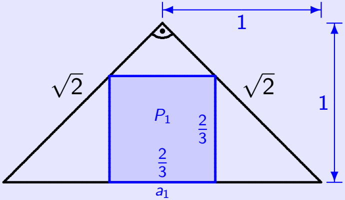
$$P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1.$$

Do $T$ postupne vložme:



# Číselné rady

Uvažujme v rovine pravouhlý rovnoramenný trojuholník $T$ s odvesnami $\sqrt{2}$ a preponou 2.



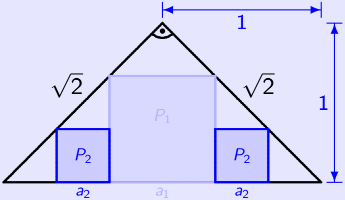
Jeho obsah je

$$P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1.$$

Do $T$ postupne vložme:

štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$,

# Číselné rady



Uvažujme v rovine pravouhlý rovnoramenný trojuholník $T$ s odvesnami $\sqrt{2}$ a preponou 2.

Jeho obsah je

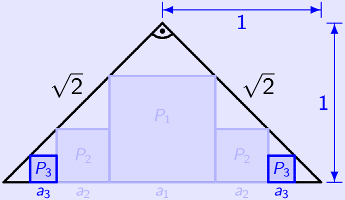
$$P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1.$$

Do $T$ postupne vložme:

štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$,

dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3\cdot 2}$, obsahom $2P_2 = 2a_2^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4} = \frac{2}{9}$,

# Číselné rady



Uvažujme v rovine pravouhlý rovnoramenný trojuholník $T$ s odvesnami $\sqrt{2}$ a preponou 2.

Jeho obsah je

$$P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1.$$

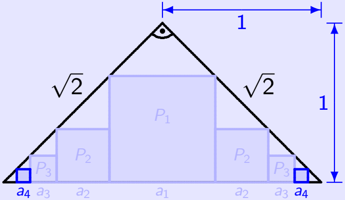
Do $T$ postupne vložme:

štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$,

dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3\cdot 2}$, obsahom $2P_2 = 2a_2^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4} = \frac{2}{9}$,

dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{a_1}{2^2} = \frac{2}{3\cdot 2^2}$, obsahom $2P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^2} = \frac{2}{9\cdot 4}$,

# Číselné rady



Uvažujme v rovine pravouhlý rovnoramenný trojuholník $T$ s odvesnami $\sqrt{2}$ a preponou 2.

Jeho obsah je

$$P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1.$$

Do $T$ postupne vložme:

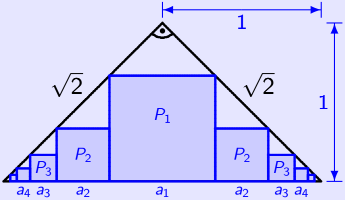
štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$,

dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3\cdot 2}$, obsahom $2P_2 = 2a_2^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4} = \frac{2}{9}$,

dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{a_1}{2^2} = \frac{2}{3\cdot 2^2}$, obsahom $2P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^2} = \frac{2}{9\cdot 4}$,

dva štvorce so stranami $a_4 = \frac{a_3}{2} = \frac{a_1}{2^3} = \frac{2}{3\cdot 2^3}$, obsahom $2P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^3} = \frac{2}{9\cdot 4^2}$.

# Číselné rady



Uvažujme v rovine pravouhlý rovnoramenný trojuholník $T$ s odvesnami $\sqrt{2}$ a preponou 2.

Jeho obsah je

$$P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1.$$

Do $T$ postupne vložme:

štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$,

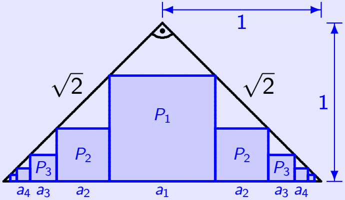
dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3\cdot 2}$, obsahom $2P_2 = 2a_2^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4} = \frac{2}{9}$,

dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{a_1}{2^2} = \frac{2}{3\cdot 2^2}$, obsahom $2P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^2} = \frac{2}{9\cdot 4}$,

dva štvorce so stranami $a_4 = \frac{a_3}{2} = \frac{a_1}{2^3} = \frac{2}{3\cdot 2^3}$, obsahom $2P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^3} = \frac{2}{9\cdot 4^2}$.

Týmto spôsobom pokračujeme do nekonečna.

# Číselné rady



Uvažujme v rovine pravouhlý rovnoramenný trojuholník $T$ s odvesnami $\sqrt{2}$ a preponou 2.

Jeho obsah je

$$P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1.$$

Do $T$ postupne vložme:

štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$,

dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3\cdot 2}$, obsahom $2P_2 = 2a_2^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4} = \frac{2}{9}$,

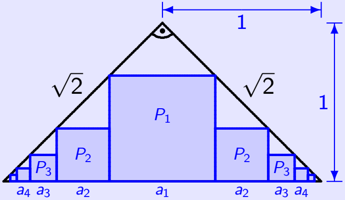
dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{a_1}{2^2} = \frac{2}{3\cdot 2^2}$, obsahom $2P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^2} = \frac{2}{9\cdot 4}$,

dva štvorce so stranami $a_4 = \frac{a_3}{2} = \frac{a_1}{2^3} = \frac{2}{3\cdot 2^3}$, obsahom $2P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^3} = \frac{2}{9\cdot 4^2}$.

Týmto spôsobom pokračujeme do nekonečna.

Pre súčet obsahov $P = P_1 + 2P_2 + 2P_3 + 2P_4 + \cdots$ týchto štvorcov platí:

# Číselné rady



Uvažujme v rovine pravouhlý rovnoramenný trojuholník $T$ s odvesnami $\sqrt{2}$ a preponou 2.

Jeho obsah je

$$P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1.$$

Do $T$ postupne vložme:

štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$,

dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3\cdot 2}$, obsahom $2P_2 = 2a_2^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4} = \frac{2}{9}$,

dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{a_1}{2^2} = \frac{2}{3\cdot 2^2}$, obsahom $2P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^2} = \frac{2}{9\cdot 4}$,

dva štvorce so stranami $a_4 = \frac{a_3}{2} = \frac{a_1}{2^3} = \frac{2}{3\cdot 2^3}$, obsahom $2P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^3} = \frac{2}{9\cdot 4^2}$.

Týmto spôsobom pokračujeme do nekonečna.

Pre súčet obsahov $P = P_1 + 2P_2 + 2P_3 + 2P_4 + \cdots$ týchto štvorcov platí:

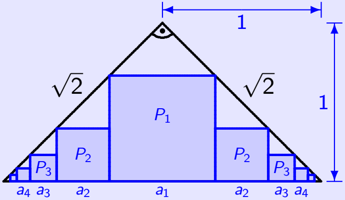
$$1 = P_T > P$$

# Číselné rady

Uvažujme v rovine pravouhlý rovnoramenný trojuholník $T$ s odvesnami $\sqrt{2}$ a preponou 2.

Jeho obsah je

$$P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1.$$



Do $T$ postupne vložme:

štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$,

dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3\cdot 2}$, obsahom $2P_2 = 2a_2^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4} = \frac{2}{9}$,

dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{a_1}{2^2} = \frac{2}{3\cdot 2^2}$, obsahom $2P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^2} = \frac{2}{9\cdot 4}$,

dva štvorce so stranami $a_4 = \frac{a_3}{2} = \frac{a_1}{2^3} = \frac{2}{3\cdot 2^3}$, obsahom $2P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^3} = \frac{2}{9\cdot 4^2}$.

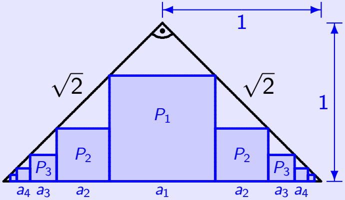
Týmto spôsobom pokračujeme do nekonečna.

Pre súčet obsahov $P = P_1 + 2P_2 + 2P_3 + 2P_4 + \cdots$ týchto štvorcov platí:

$$1 = P_T > P = P_1 + \sum_{n=2}^{\infty} 2P_n$$

# Číselné rady

Uvažujme v rovine pravouhlý
rovnoramenný trojuholník $T$
s odvesnami $\sqrt{2}$ a preponou 2.



Jeho obsah je

$$P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1.$$

Do $T$ postupne vložme:

štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$,

dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3\cdot 2}$, obsahom $2P_2 = 2a_2^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4} = \frac{2}{9}$,

dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{a_1}{2^2} = \frac{2}{3\cdot 2^2}$, obsahom $2P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^2} = \frac{2}{9\cdot 4}$,

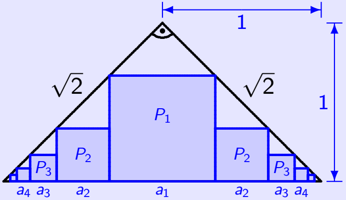
dva štvorce so stranami $a_4 = \frac{a_3}{2} = \frac{a_1}{2^3} = \frac{2}{3\cdot 2^3}$, obsahom $2P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^3} = \frac{2}{9\cdot 4^2}$.

Týmto spôsobom pokračujeme do nekonečna.

Pre súčet obsahov $P = P_1 + 2P_2 + 2P_3 + 2P_4 + \cdots$ týchto štvorcov platí:

$$1 = P_T > P = P_1 + \sum_{n=2}^{\infty} 2P_n = \frac{4}{9} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{9\cdot 4^{n-2}}$$

# Číselné rady



Uvažujme v rovine pravouhlý rovnoramenný trojuholník $T$ s odvesnami $\sqrt{2}$ a preponou 2.

Jeho obsah je

$$P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot1}{2} = 1.$$

Do $T$ postupne vložme:

štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$,

dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3\cdot2}$, obsahom $2P_2 = 2a_2^2 = \frac{2\cdot4}{9\cdot4} = \frac{2}{9}$,

dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{a_1}{2^2} = \frac{2}{3\cdot2^2}$, obsahom $2P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot4}{9\cdot4^2} = \frac{2}{9\cdot4}$,

dva štvorce so stranami $a_4 = \frac{a_3}{2} = \frac{a_1}{2^3} = \frac{2}{3\cdot2^3}$, obsahom $2P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot4}{9\cdot4^3} = \frac{2}{9\cdot4^2}$.

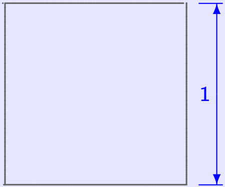
Týmto spôsobom pokračujeme do nekonečna.

Pre súčet obsahov $P = P_1 + 2P_2 + 2P_3 + 2P_4 + \cdots$ týchto štvorcov platí:

$$1 = P_T > P = P_1 + \sum_{n=2}^{\infty} 2P_n = \frac{4}{9} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{9\cdot4^{n-2}} = \frac{4}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9\cdot4} + \cdots + \frac{2}{9\cdot4^{n-2}} + \cdots.$$

# Číselné rady

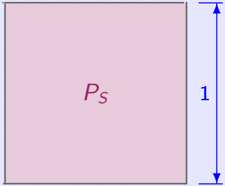
Uvažujme v rovine štvorec $S$ so stranou 1.



# Číselné rady

Uvažujme v rovine štvorec $S$ so stranou 1.

Jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

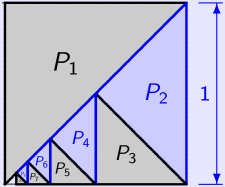


# Číselné rady

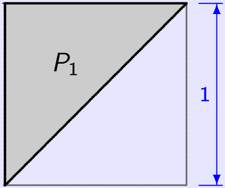
Uvažujme v rovine štvorec $S$ so stranou 1.

Jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec $S$ postupne rozdeľme (viď obr.)
na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky
s obsahmi $P_n$, $n \in N$, pričom $n \to \infty$.



# Číselné rady



Uvažujme v rovine štvorec $S$ so stranou 1.

Jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec $S$ postupne rozdeľme (viď obr.)
na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky
s obsahmi $P_n$, $n \in N$, pričom $n \to \infty$.

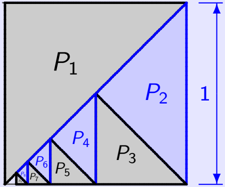
Prvý trojuholník má polovičný obsah ako štvorec $S$.

# Číselné rady

Uvažujme v rovine štvorec $S$ so stranou 1.

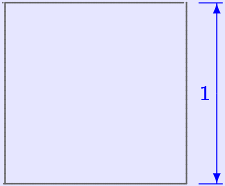
Jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec $S$ postupne rozdeľme (viď obr.)
na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky
s obsahmi $P_n$, $n \in N$, pričom $n \to \infty$.



Prvý trojuholník má polovičný obsah ako štvorec $S$.
Každý ďalší trojuholník má polovičný obsah ako predchádzajúci.

# Číselné rady



Uvažujme v rovine štvorec $S$ so stranou 1.

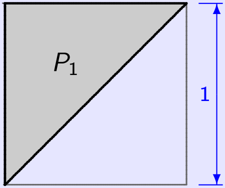
Jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec $S$ postupne rozdeľme (viď obr.)
na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky
s obsahmi $P_n$, $n \in N$, pričom $n \to \infty$.

Prvý trojuholník má polovičný obsah ako štvorec $S$.
Každý ďalší trojuholník má polovičný obsah ako predchádzajúci.

Postupne platí:

# Číselné rady



Uvažujme v rovine štvorec $S$ so stranou 1.

Jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

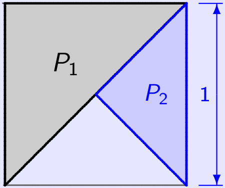
Štvorec $S$ postupne rozdeľme (viď obr.)
na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky
s obsahmi $P_n$, $n \in N$, pričom $n \to \infty$.

Prvý trojuholník má polovičný obsah ako štvorec $S$.
Každý ďalší trojuholník má polovičný obsah ako predchádzajúci.

Postupne platí:

$P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$,

# Číselné rady



Uvažujme v rovine štvorec $S$ so stranou 1.

Jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec $S$ postupne rozdeľme (viď obr.)
na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky
s obsahmi $P_n$, $n \in N$, pričom $n \to \infty$.

Prvý trojuholník má polovičný obsah ako štvorec $S$.
Každý ďalší trojuholník má polovičný obsah ako predchádzajúci.

Postupne platí:

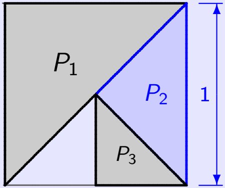
$P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$, $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$,

# Číselné rady

Uvažujme v rovine štvorec $S$ so stranou 1.

Jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec $S$ postupne rozdeľme (viď obr.)
na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky
s obsahmi $P_n$, $n \in N$, pričom $n \to \infty$.



Prvý trojuholník má polovičný obsah ako štvorec $S$.
Každý ďalší trojuholník má polovičný obsah ako predchádzajúci.

Postupne platí:

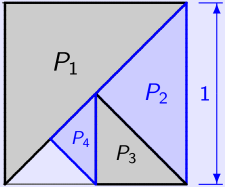
$$P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2},\ P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2},\ P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3},$$

# Číselné rady

Uvažujme v rovine štvorec $S$ so stranou 1.

Jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec $S$ postupne rozdeľme (viď obr.)
na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky
s obsahmi $P_n$, $n \in N$, pričom $n \to \infty$.



Prvý trojuholník má polovičný obsah ako štvorec $S$.
Každý ďalší trojuholník má polovičný obsah ako predchádzajúci.

Postupne platí:

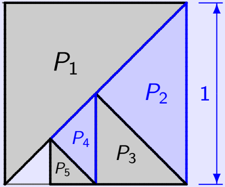
$$P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2},\ P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2},\ P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3},\ P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4},$$

# Číselné rady

Uvažujme v rovine štvorec $S$ so stranou 1.

Jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec $S$ postupne rozdeľme (viď obr.)
na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky
s obsahmi $P_n$, $n \in N$, pričom $n \to \infty$.



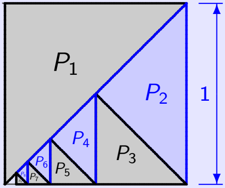
Prvý trojuholník má polovičný obsah ako štvorec $S$.
Každý ďalší trojuholník má polovičný obsah ako predchádzajúci.

Postupne platí:

$$P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2},\ P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2},\ P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3},\ P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4},$$

$$P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5},$$

# Číselné rady



Uvažujme v rovine štvorec $S$ so stranou 1.

Jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec $S$ postupne rozdeľme (viď obr.)
na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky
s obsahmi $P_n$, $n \in N$, pričom $n \to \infty$.

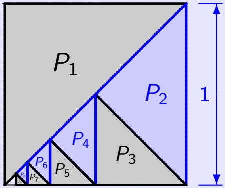
Prvý trojuholník má polovičný obsah ako štvorec $S$.
Každý ďalší trojuholník má polovičný obsah ako predchádzajúci.

Postupne platí:

$$P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2},\ P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2},\ P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3},\ P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4},$$

$$P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5},\ \ldots,\ \text{t. j. } P_n = \frac{P_{n-1}}{2} = \frac{P_S}{2^n} = \frac{1}{2^n},\ n \in N.$$

# Číselné rady



Uvažujme v rovine štvorec $S$ so stranou 1.

Jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec $S$ postupne rozdeľme (viď obr.)
na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky
s obsahmi $P_n$, $n \in N$, pričom $n \to \infty$.

Prvý trojuholník má polovičný obsah ako štvorec $S$.
Každý ďalší trojuholník má polovičný obsah ako predchádzajúci.

Postupne platí:

$$P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2},\ P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2},\ P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3},\ P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4},$$

$$P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5},\ \ldots,\ \text{t. j. } P_n = \frac{P_{n-1}}{2} = \frac{P_S}{2^n} = \frac{1}{2^n},\ n \in N.$$

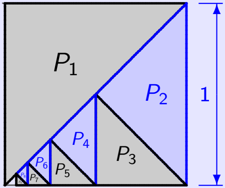
Pre súčet obsahov $P = P_1 + P_2 + P_3 + \cdots$ týchto trojuholníkov platí:

# Číselné rady

Uvažujme v rovine štvorec $S$ so stranou 1.

Jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec $S$ postupne rozdeľme (viď obr.)
na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky
s obsahmi $P_n$, $n \in N$, pričom $n \to \infty$.



Prvý trojuholník má polovičný obsah ako štvorec $S$.
Každý ďalší trojuholník má polovičný obsah ako predchádzajúci.

Postupne platí:

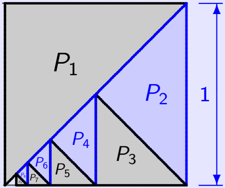
$$P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2},\ P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2},\ P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3},\ P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4},$$

$$P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5},\ \ldots,\ \text{t. j.}\ P_n = \frac{P_{n-1}}{2} = \frac{P_S}{2^n} = \frac{1}{2^n},\ n \in N.$$

Pre súčet obsahov $P = P_1 + P_2 + P_3 + \cdots$ týchto trojuholníkov platí:

$$1 = P_S$$

# Číselné rady



Uvažujme v rovine štvorec $S$ so stranou 1.

Jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec $S$ postupne rozdeľme (viď obr.)
na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky
s obsahmi $P_n$, $n \in N$, pričom $n \to \infty$.

Prvý trojuholník má polovičný obsah ako štvorec $S$.
Každý ďalší trojuholník má polovičný obsah ako predchádzajúci.

Postupne platí:

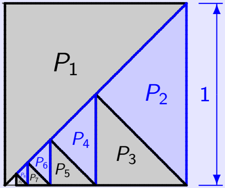
$$P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2},\ P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2},\ P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3},\ P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4},$$

$$P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5},\ \ldots,\ \text{t. j. } P_n = \frac{P_{n-1}}{2} = \frac{P_S}{2^n} = \frac{1}{2^n},\ n \in N.$$

Pre súčet obsahov $P = P_1 + P_2 + P_3 + \cdots$ týchto trojuholníkov platí:

$$1 = P_S = \sum_{n=1}^{\infty} P_n$$

# Číselné rady



Uvažujme v rovine štvorec $S$ so stranou 1.

Jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec $S$ postupne rozdeľme (viď obr.)
na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky
s obsahmi $P_n$, $n \in N$, pričom $n \to \infty$.

Prvý trojuholník má polovičný obsah ako štvorec $S$.
Každý ďalší trojuholník má polovičný obsah ako predchádzajúci.

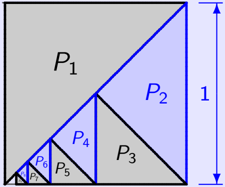
Postupne platí:

$$P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2},\ P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2},\ P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3},\ P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4},$$
$$P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5},\ \ldots,\ \text{t. j. } P_n = \frac{P_{n-1}}{2} = \frac{P_S}{2^n} = \frac{1}{2^n},\ n \in N.$$

Pre súčet obsahov $P = P_1 + P_2 + P_3 + \cdots$ týchto trojuholníkov platí:

$$1 = P_S = \sum_{n=1}^{\infty} P_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_S}{2^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$$

# Číselné rady



Uvažujme v rovine štvorec $S$ so stranou 1.

Jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec $S$ postupne rozdeľme (viď obr.)
na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky
s obsahmi $P_n$, $n \in N$, pričom $n \to \infty$.

Prvý trojuholník má polovičný obsah ako štvorec $S$.
Každý ďalší trojuholník má polovičný obsah ako predchádzajúci.

Postupne platí:

$$P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2},\ P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2},\ P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3},\ P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4},$$

$$P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5},\ \ldots,\ \text{t. j. } P_n = \frac{P_{n-1}}{2} = \frac{P_S}{2^n} = \frac{1}{2^n},\ n \in N.$$

Pre súčet obsahov $P = P_1 + P_2 + P_3 + \cdots$ týchto trojuholníkov platí:

$$1 = P_S = \sum_{n=1}^{\infty} P_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_S}{2^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{2^n} + \cdots.$$

# Konvergencia, divergencia, súčet radov

**Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N$**

sa nazýva postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

# Konvergencia, divergencia, súčet radov

**Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, $n \in N$**

sa nazýva postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

# Konvergencia, divergencia, súčet radov

**Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N$**

sa nazýva postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n$$

# Konvergencia, divergencia, súčet radov

**Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, $n \in N$**

sa nazýva postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) =$$

# Konvergencia, divergencia, súčet radov

**Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$,** kde $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, $n \in N$

sa nazýva postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) =$$

$$= \begin{cases} s \in R \\ \\ \pm\infty \\ \\ \nexists \end{cases}$$

# Konvergencia, divergencia, súčet radov

Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, $n \in N$

sa nazýva postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) =$$

$$= \begin{cases} \begin{matrix} s \in R \\ \text{konečný} \\ \text{súčet} \end{matrix} & \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto s \quad \text{alebo} \quad \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = s \\[2em] \begin{matrix} \pm\infty \\ \text{nekonečný} \\ \text{súčet} \end{matrix} & \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \pm\infty \quad \text{alebo} \quad \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \pm\infty \\[2em] \begin{matrix} \nexists \\ \text{súčet } \nexists \end{matrix} & \end{cases}$$

# Konvergencia, divergencia, súčet radov

**Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N$**

sa nazýva postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) =$$

$$= \begin{cases} s \in R \quad \text{konečný súčet} & \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto s \quad \text{alebo} \quad \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = s \\ & \text{rad } \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \text{ konverguje k súčtu } s \\ \pm\infty \quad \text{nekonečný súčet} & \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \pm\infty \quad \text{alebo} \quad \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \pm\infty \\ & \text{rad } \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \text{ diverguje do } \pm\infty \\ \nexists \quad \text{súčet } \nexists & \text{rad } \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \text{ osciluje} \end{cases}$$

# Konvergencia, divergencia, súčet radov

**Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, $n \in N$**

sa nazýva postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) =$$

$= \Bigg\{$

$s \in R$ konečný súčet: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto s$ alebo $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = s$

rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje k súčtu $s$ $\Bigg\}$ $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$

$\pm\,\infty$ nekonečný súčet: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \pm\infty$ alebo $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \pm\infty$

rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje do $\pm\infty$

$\nexists$ súčet $\nexists$

rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ osciluje $\Bigg\}$ $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \not\longmapsto$

# Konvergencia, divergencia, súčet radov

**Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N$**

sa nazýva postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) =$$

$=$

$s \in R$ konečný súčet: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto s$ alebo $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = s$

rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje k súčtu $s$

$\pm\,\infty$ nekonečný súčet: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \pm\infty$ alebo $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \pm\infty$

rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje do $\pm\infty$

$\nexists$ súčet $\nexists$

rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ osciluje

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$ rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \not\longmapsto$ rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje

# Konvergencia, divergencia, súčet radov

**Vzťah medzi $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ a postupnosťou jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$**

je vzájomne jednoznačný.

# Konvergencia, divergencia, súčet radov

**Vzťah medzi $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ a postupnosťou jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$**

je vzájomne jednoznačný.

**Daný je rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \;\Rightarrow\; s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k$ pre $n \in N$.**

# Konvergencia, divergencia, súčet radov

**Vzťah medzi $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a postupnosťou jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$**

je vzájomne jednoznačný.

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

**Daný je rad $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n \ \Rightarrow\ s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$ pre $n \in N$.**

# Konvergencia, divergencia, súčet radov

**Vzťah medzi $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ a postupnosťou jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$**

je vzájomne jednoznačný.

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

$$s_1 = a_1 = s_0 + a_1 \qquad \Leftrightarrow \qquad a_1 = s_1 - s_0,$$

**Daný je rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \;\Rightarrow\; s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k$ pre $n \in N$.**

# Konvergencia, divergencia, súčet radov

**Vzťah medzi $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ a postupnosťou jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$**

je vzájomne jednoznačný.

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

$$s_1 = a_1 = s_0 + a_1 \quad \Leftrightarrow \quad a_1 = s_1 - s_0,$$
$$s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2 \quad \Leftrightarrow \quad a_2 = s_2 - s_1,$$

**Daný je rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \;\Rightarrow\; s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k$ pre $n \in N$.**

Daná je postupnosť $\{s_n\}$ [illegible]

# Konvergencia, divergencia, súčet radov

**Vzťah medzi $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ a postupnosťou jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$**

je vzájomne jednoznačný.

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

$$\begin{aligned} s_1 &= a_1 = s_0 + a_1 & &\Leftrightarrow & a_1 &= s_1 - s_0, \\ s_2 &= a_1 + a_2 = s_1 + a_2 & &\Leftrightarrow & a_2 &= s_2 - s_1, \\ s_3 &= a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3 & &\Leftrightarrow & a_3 &= s_3 - s_2, \end{aligned}$$

**Daný je rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \;\Rightarrow\; s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k$ pre $n \in N$.**

# Konvergencia, divergencia, súčet radov

**Vzťah medzi $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ a postupnosťou jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$**

je vzájomne jednoznačný.

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

$$
\begin{aligned}
s_1 &= a_1 = s_0 + a_1 && \Leftrightarrow \quad a_1 = s_1 - s_0,\\
s_2 &= a_1 + a_2 = s_1 + a_2 && \Leftrightarrow \quad a_2 = s_2 - s_1,\\
s_3 &= a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3 && \Leftrightarrow \quad a_3 = s_3 - s_2,\\
s_4 &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4 && \Leftrightarrow \quad a_4 = s_4 - s_3,
\end{aligned}
$$

Daný je rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \;\Rightarrow\; s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k$ pre $n \in N$.

# Konvergencia, divergencia, súčet radov

**Vzťah medzi $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ a postupnosťou jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$**

je vzájomne jednoznačný.

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

$$
\begin{array}{lll}
s_1 = a_1 = s_0 + a_1 & \Leftrightarrow & a_1 = s_1 - s_0, \\
s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2 & \Leftrightarrow & a_2 = s_2 - s_1, \\
s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3 & \Leftrightarrow & a_3 = s_3 - s_2, \\
s_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4 & \Leftrightarrow & a_4 = s_4 - s_3, \\
\quad \ldots\ldots & & \\
s_n = a_1 + a_2 \cdots + a_{n-1} + a_n = s_{n-1} + a_n & \Leftrightarrow & a_n = s_n - s_{n-1},\ n \in N.
\end{array}
$$

**Daný je rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \;\Rightarrow\; s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k$ pre $n \in N$.**

# Konvergencia, divergencia, súčet radov

**Vzťah medzi $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ a postupnosťou jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$**

je vzájomne jednoznačný.

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

$$\begin{aligned}
s_1 &= a_1 = s_0 + a_1 && \Leftrightarrow \quad a_1 = s_1 - s_0,\\
s_2 &= a_1 + a_2 = s_1 + a_2 && \Leftrightarrow \quad a_2 = s_2 - s_1,\\
s_3 &= a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3 && \Leftrightarrow \quad a_3 = s_3 - s_2,\\
s_4 &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4 && \Leftrightarrow \quad a_4 = s_4 - s_3,\\
&\ldots\ldots\\
s_n &= a_1 + a_2 \cdots + a_{n-1} + a_n = s_{n-1} + a_n && \Leftrightarrow \quad a_n = s_n - s_{n-1},\ n \in N.
\end{aligned}$$

**Daný je rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \;\Rightarrow\; s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k$ pre $n \in N$.**

Daná je postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \;\Rightarrow\; a_n = s_n - s_{n-1}$ pre $n \in N$.

# Nutná podmienka konvergencie radu

## Nutná podmienka konvergencie radu

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje, $\Rightarrow$ $\lim_{n\to\infty} s_n = s \in R$ $\Rightarrow$ $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

## Nutná podmienka konvergencie radu — obrátená implikácia

Neplatí $\lim_{n\to\infty} a_n = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje

# Nutná podmienka konvergencie radu

## Nutná podmienka konvergencie radu

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje, t. j. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = s \in R \;\Rightarrow\; \lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0.$

## Nutná podmienka konvergencie radu — obrátená implikácia

Neplatí $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0 \Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje.

# Nutná podmienka konvergencie radu

## Nutná podmienka konvergencie radu

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s \in R \;\Rightarrow\; \lim_{n\to\infty} a_n = 0.$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s \in R \;\Rightarrow\; \lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} (s_n - s_{n-1}) = s - s = 0.$$

## Nutná podmienka konvergencie radu — obrátená implikácia

Neplatí $\lim_{n\to\infty} a_n = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje.

# Nutná podmienka konvergencie radu

## Nutná podmienka konvergencie radu

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s \in R \;\Rightarrow\; \lim_{n\to\infty} a_n = 0.$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s \in R \;\Rightarrow\; \lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} (s_n - s_{n-1}) = s - s = 0.$$

## Nutná podmienka konvergencie radu — obrátená implikácia

Neplatí $\lim_{n\to\infty} a_n = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje.

Platnosť $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ nezaručuje konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

# Nutná podmienka konvergencie radu

## Nutná podmienka konvergencie radu

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje, t. j. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = s \in R \;\Rightarrow\; \lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0.$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s \in R \;\Rightarrow\; \lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} (s_n - s_{n-1}) = s - s = 0.$$

## Nutná podmienka konvergencie radu — obrátená implikácia

Neplatí $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0 \Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje.

Platnosť $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ nezaručuje konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$,

napr. pre harmonický rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longmapsto \infty$ tiež platí $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0.$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$$

Pre $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots$$

Pre $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$$

Pre $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2},$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$$

Pre $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$s_1 = a_1 = 1 - \tfrac{1}{2},$$

$$s_2 = a_1 + a_2 = (1 - \tfrac{1}{2}) + (\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{3}) = 1 - \tfrac{1}{3},$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$$

Pre $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$s_1 = a_1 = 1 - \tfrac{1}{2},$$

$$s_2 = a_1 + a_2 = (1 - \tfrac{1}{2}) + (\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{3}) = 1 - \tfrac{1}{3},$$

$$s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = (1 - \tfrac{1}{2}) + (\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{3}) + (\tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{4}) = 1 - \tfrac{1}{4},$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$$

Pre $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$s_1 = a_1 = 1 - \tfrac{1}{2},$$

$$s_2 = a_1 + a_2 = (1 - \tfrac{1}{2}) + (\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{3}) = 1 - \tfrac{1}{3},$$

$$s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = (1 - \tfrac{1}{2}) + (\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{3}) + (\tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{4}) = 1 - \tfrac{1}{4}, \ \ldots$$

$$\begin{aligned} s_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n \\ &= (1 - \tfrac{1}{2}) + (\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{3}) + (\tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{4}) + \cdots + (\tfrac{1}{n-1} - \tfrac{1}{n}) + (\tfrac{1}{n} - \tfrac{1}{n+1}) \\ &= 1 - \frac{1}{n+1} \quad \text{pre všetky} \ n \in N. \end{aligned}$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$$

Pre $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$s_1 = a_1 = 1 - \tfrac{1}{2},$$

$$s_2 = a_1 + a_2 = (1 - \tfrac{1}{2}) + (\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{3}) = 1 - \tfrac{1}{3},$$

$$s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = (1 - \tfrac{1}{2}) + (\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{3}) + (\tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{4}) = 1 - \tfrac{1}{4}, \ \ldots$$

$$\begin{aligned} s_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n \\ &= (1 - \tfrac{1}{2}) + (\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{3}) + (\tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{4}) + \cdots + (\tfrac{1}{n-1} - \tfrac{1}{n}) + (\tfrac{1}{n} - \tfrac{1}{n+1}) \\ &= 1 - \tfrac{1}{n+1} \end{aligned}$$

pre všetky $n \in N$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{\infty} = 1 - 0 = 1.$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$$

Pre $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$s_1 = a_1 = 1 - \tfrac{1}{2},$$

$$s_2 = a_1 + a_2 = (1 - \tfrac{1}{2}) + (\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{3}) = 1 - \tfrac{1}{3},$$

$$s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = (1 - \tfrac{1}{2}) + (\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{3}) + (\tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{4}) = 1 - \tfrac{1}{4}, \ \ldots$$

$$\begin{aligned} s_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n \\ &= (1 - \tfrac{1}{2}) + (\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{3}) + (\tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{4}) + \cdots + (\tfrac{1}{n-1} - \tfrac{1}{n}) + (\tfrac{1}{n} - \tfrac{1}{n+1}) \\ &= 1 - \tfrac{1}{n+1} \quad \text{pre všetky } n \in N. \end{aligned}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right)$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots = 1.$$

Pre $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$s_1 = a_1 = 1 - \tfrac{1}{2},$$

$$s_2 = a_1 + a_2 = (1 - \tfrac{1}{2}) + (\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{3}) = 1 - \tfrac{1}{3},$$

$$s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = (1 - \tfrac{1}{2}) + (\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{3}) + (\tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{4}) = 1 - \tfrac{1}{4}, \; \ldots$$

$$\begin{aligned} s_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n \\ &= (1 - \tfrac{1}{2}) + (\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{3}) + (\tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{4}) + \cdots + (\tfrac{1}{n-1} - \tfrac{1}{n}) + (\tfrac{1}{n} - \tfrac{1}{n+1}) \\ &= 1 - \tfrac{1}{n+1} \quad \text{pre všetky } n \in N. \end{aligned}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 - \tfrac{1}{n+1}) = 1 - \tfrac{1}{\infty} = 1 - 0 = 1.$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$$

Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$$

Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$, $n \in N$:

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$$

Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$, $n \in N$:

$s_{2^0} = s_1 = 1$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$$

Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$, $n \in N$:

$s_{2^0} = s_1 = 1 \quad \geq 1 + \frac{0}{2}$,

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$$

Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$, $n \in N$:

$$s_{2^0} = s_1 = 1 \qquad \geq 1 + \frac{0}{2},$$

$$s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2}$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$$

Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$, $n \in N$:

$$s_{2^0} = s_1 = 1 \geq 1 + \frac{0}{2},$$

$$s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq \underbrace{1 + \frac{0}{2}}_{s_1 \geq 1 + \frac{0}{2}} + \frac{1}{2}$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$$

Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$, $n \in N$:

$$s_{2^0} = s_1 = 1 \geq 1 + \frac{0}{2},$$

$$s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq \underbrace{1 + \frac{0}{2}}_{s_1 \geq 1 + \frac{0}{2}} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2},$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$$

Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$, $n \in N$:

$$s_{2^0} = s_1 = 1 \qquad \geq 1 + \frac{0}{2},$$

$$s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \qquad \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} \qquad = 1 + \frac{1}{2},$$

$$s_{2^2} = s_4 = s_2 + \underbrace{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}_{\geq \frac{1}{4} + \frac{1}{4}}$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$$

Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$, $n \in N$:

$$s_{2^0} = s_1 = 1 \qquad \geq 1 + \frac{0}{2},$$

$$s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \qquad \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} \qquad = 1 + \frac{1}{2},$$

$$s_{2^2} = s_4 = s_2 + \underbrace{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}_{\geq \frac{1}{4} + \frac{1}{4}} \qquad \geq \underbrace{1 + \frac{1}{2}}_{s_2 \geq 1 + \frac{1}{2}} + 2 \cdot \frac{1}{4}$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$$

Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$, $n \in N$:

$$s_{2^0} = s_1 = 1 \qquad \geq 1 + \frac{0}{2},$$

$$s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \qquad \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2},$$

$$s_{2^2} = s_4 = s_2 + \underbrace{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}_{\geq \frac{1}{4} + \frac{1}{4}} \qquad \geq \underbrace{1 + \frac{1}{2}}_{s_2 \geq 1 + \frac{1}{2}} + 2 \cdot \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2},$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$$

Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$, $n \in N$:

$$\begin{aligned}
s_{2^0} &= s_1 = 1 && \geq 1 + \frac{0}{2}, \\
s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \frac{1}{2} && \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}, \\
s_{2^2} &= s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} && \geq 1 + \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}, \\
s_{2^3} &= s_8 = s_4 + \underbrace{\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}}_{\geq \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}}
\end{aligned}$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\cdots$$

Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Pre všetky $n\in N$ platí $s_n=1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}$, $n\in N$:

$$s_{2^0}=s_1=1 \geq 1+\frac{0}{2},$$

$$s_{2^1}=s_2=s_1+\frac{1}{2} \geq 1+\frac{0}{2}+\frac{1}{2} = 1+\frac{1}{2},$$

$$s_{2^2}=s_4=s_2+\frac{1}{3}+\frac{1}{4} \geq 1+\frac{1}{2}+2\cdot\frac{1}{4}=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1+\frac{2}{2},$$

$$s_{2^3}=s_8=s_4+\underbrace{\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}}_{\geq\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}} \geq \underbrace{1+\frac{2}{2}}_{s_4\geq 1+\frac{2}{2}}+4\cdot\frac{1}{8}$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$$

Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$, $n \in N$:

$$\begin{aligned}
s_{2^0} &= s_1 = 1 && \geq 1 + \tfrac{0}{2}, \\
s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \tfrac{1}{2} && \geq 1 + \tfrac{0}{2} + \tfrac{1}{2} = 1 + \tfrac{1}{2}, \\
s_{2^2} &= s_4 = s_2 + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{4} && \geq 1 + \tfrac{1}{2} + 2 \cdot \tfrac{1}{4} = 1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} = 1 + \tfrac{2}{2}, \\
s_{2^3} &= s_8 = s_4 + \underbrace{\tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{6} + \tfrac{1}{7} + \tfrac{1}{8}}_{\geq \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}} && \geq \underbrace{1 + \tfrac{2}{2}}_{s_4 \geq 1 + \frac{2}{2}} + 4 \cdot \tfrac{1}{8} = 1 + \tfrac{2}{2} + \tfrac{1}{2} = 1 + \tfrac{3}{2},
\end{aligned}$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$$

Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$, $n \in N$:

$$\begin{aligned}
s_{2^0} &= s_1 = 1 && \geq 1 + \tfrac{0}{2}, \\
s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \tfrac{1}{2} && \geq 1 + \tfrac{0}{2} + \tfrac{1}{2} && = 1 + \tfrac{1}{2}, \\
s_{2^2} &= s_4 = s_2 + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{4} && \geq 1 + \tfrac{1}{2} + 2 \cdot \tfrac{1}{4} = 1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} && = 1 + \tfrac{2}{2}, \\
s_{2^3} &= s_8 = s_4 + \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{6} + \tfrac{1}{7} + \tfrac{1}{8} && \geq 1 + \tfrac{2}{2} + 4 \cdot \tfrac{1}{8} = 1 + \tfrac{2}{2} + \tfrac{1}{2} && = 1 + \tfrac{3}{2}, \\
&\ldots \\
s_{2^n} &\geq 1 + \tfrac{n}{2} \text{ pre } n \in N.
\end{aligned}$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

## $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$

Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$, $n \in N$:

$$\begin{aligned}
s_{2^0} &= s_1 = 1 && \geq 1 + \frac{0}{2}, \\
s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \frac{1}{2} && \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}, \\
s_{2^2} &= s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} && \geq 1 + \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}, \\
s_{2^3} &= s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} && \geq 1 + \frac{2}{2} + 4 \cdot \frac{1}{8} = 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{2}, \\
&\ldots
\end{aligned}$$

$s_{2^n} \geq 1 + \frac{n}{2}$ pre $n \in N$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \lim_{n \to \infty} s_n \geq \lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{n}{2}\right) = \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$$

Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$, $n \in N$:

$$\begin{aligned}
s_{2^0} &= s_1 = 1 && \geq 1 + \tfrac{0}{2}, \\
s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \tfrac{1}{2} && \geq 1 + \tfrac{0}{2} + \tfrac{1}{2} = 1 + \tfrac{1}{2}, \\
s_{2^2} &= s_4 = s_2 + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{4} && \geq 1 + \tfrac{1}{2} + 2 \cdot \tfrac{1}{4} = 1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} = 1 + \tfrac{2}{2}, \\
s_{2^3} &= s_8 = s_4 + \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{6} + \tfrac{1}{7} + \tfrac{1}{8} && \geq 1 + \tfrac{2}{2} + 4 \cdot \tfrac{1}{8} = 1 + \tfrac{2}{2} + \tfrac{1}{2} = 1 + \tfrac{3}{2}, \\
&\cdots \\
s_{2^n} &\geq 1 + \tfrac{n}{2} \text{ pre } n \in N.
\end{aligned}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \lim_{n\to\infty} s_n \geq \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{n}{2}\right) = \infty$$

# Nutná podmienka konvergencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots = \infty.$$

Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$, $n \in N$:

$$\begin{aligned}
s_{2^0} &= s_1 = 1 && \geq 1 + \tfrac{0}{2}, \\
s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \tfrac{1}{2} && \geq 1 + \tfrac{0}{2} + \tfrac{1}{2} = 1 + \tfrac{1}{2}, \\
s_{2^2} &= s_4 = s_2 + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{4} && \geq 1 + \tfrac{1}{2} + 2 \cdot \tfrac{1}{4} = 1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} = 1 + \tfrac{2}{2}, \\
s_{2^3} &= s_8 = s_4 + \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{6} + \tfrac{1}{7} + \tfrac{1}{8} && \geq 1 + \tfrac{2}{2} + 4 \cdot \tfrac{1}{8} = 1 + \tfrac{2}{2} + \tfrac{1}{2} = 1 + \tfrac{3}{2}, \\
&\ldots
\end{aligned}$$

$s_{2^n} \geq 1 + \frac{n}{2}$ pre $n \in N$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \lim_{n\to\infty} s_n \geq \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{n}{2}\right) = \infty \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty.$$

# Porovnávacie kritérium

**Porovnávacie kritérium** $0 \leq a_n \leq b_n$ pre $n \in N$

# Porovnávacie kritérium

## Porovnávacie kritérium $0 \leq a_n \leq b_n$ pre $n \in N$

- $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$,

# Porovnávacie kritérium

## Porovnávacie kritérium $0 \leq a_n \leq b_n$ pre $n \in N$

- $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$,
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \infty \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \infty$.

# Porovnávacie kritérium

## Porovnávacie kritérium

$0 \leq a_n \leq b_n$ pre $n \in N$

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$,
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \infty \Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \infty$.

## Limitný tvar

$0 < a_n \leq b_n$ pre $n \in N$,

$\lim\limits_{n \to \infty} \frac{a_n}{b_n} = r \in R,\ r \neq 0,\ r \neq \infty$, resp. $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{b_n}{a_n} = s \in R,\ s \neq 0,\ s \neq \infty$,

potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \Leftrightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto$,

tj. oba rady súčasne konvergujú alebo oba rady súčasne divergujú.

# Porovnávacie kritérium

## Porovnávacie kritérium

$0 \leq a_n \leq b_n$ pre $n \in N$

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \; \Rightarrow \; \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto,$
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \infty \; \Rightarrow \; \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \infty.$

## Limitný tvar

$0 < a_n \leq b_n$ pre $n \in N,$

$\lim\limits_{n \to \infty} \frac{a_n}{b_n} = r \in R,\ r \neq 0,\ r \neq \infty,$ resp. $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{b_n}{a_n} = s \in R,\ s \neq 0,\ s \neq \infty,$

potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \; \Leftrightarrow \; \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto,$

t.j. obidva rady súčasne konvergujú alebo oba rady súčasne divergujú

# Porovnávacie kritérium

**Porovnávacie kritérium** $0 \leq a_n \leq b_n$ pre $n \in N$

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$,
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \infty \Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \infty$.

**Limitný tvar** $0 < a_n \leq b_n$ pre $n \in N$,

$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = r \in R,\ r \neq 0,\ r \neq \infty$, resp. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{b_n}{a_n} = s \in R,\ s \neq 0,\ s \neq \infty$,

potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \Leftrightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto$,

t. j. oba rady súčasne konvergujú alebo oba rady súčasne divergujú.

# Porovnávacie kritérium

**Porovnávacie kritérium** $0 \leq a_n \leq b_n$ pre $n \in N$

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \ \Rightarrow \ \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto,$
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \infty \ \Rightarrow \ \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \infty.$

**Limitný tvar** $0 < a_n \leq b_n$ pre $n \in N$,

$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = r \in R,\ r \neq 0,\ r \neq \infty,$ resp. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{b_n}{a_n} = s \in R,\ s \neq 0,\ s \neq \infty,$

potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \ \Leftrightarrow \ \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto,$

t. j. oba rady súčasne konvergujú alebo oba rady súčasne divergujú.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0,$$

# Porovnávacie kritérium

## Porovnávacie kritérium $0 \leq a_n \leq b_n$ pre $n \in N$

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \;\Rightarrow\; \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto,$
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \infty \;\Rightarrow\; \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \infty.$

## Limitný tvar $0 < a_n \leq b_n$ pre $n \in N,$

$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = r \in R,\ r \neq 0,\ r \neq \infty,$ resp. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{b_n}{a_n} = s \in R,\ s \neq 0,\ s \neq \infty,$

potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \;\Leftrightarrow\; \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto,$

t. j. oba rady súčasne konvergujú alebo oba rady súčasne divergujú.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0, \qquad \text{resp.} \quad \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{n} = \infty,$$

# Porovnávacie kritérium

**Porovnávacie kritérium** $0 \le a_n \le b_n$ pre $n \in N$

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \; \Rightarrow \; \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$,
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \infty \; \Rightarrow \; \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \infty$.

**Limitný tvar** $0 < a_n \le b_n$ pre $n \in N$,

$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = r \in R,\ r \ne 0,\ r \ne \infty$, resp. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{b_n}{a_n} = s \in R,\ s \ne 0,\ s \ne \infty$,

potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \; \Leftrightarrow \; \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto$,

t. j. oba rady súčasne konvergujú alebo oba rady súčasne divergujú.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0, \qquad \text{resp. } \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{n} = \infty,$$

t. j. divergenciu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ nevieme limitným tvarom pomocou $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ overiť.

# Porovnávacie kritérium

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

# Porovnávacie kritérium

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty,$$

# Porovnávacie kritérium

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty, \quad 0 < 1 \leq \sqrt{n} \leq n,$ t. j. $0 < 1 \leq \frac{1}{n} \leq \frac{1}{\sqrt{n}}$ pre $n \in N$

# Porovnávacie kritérium

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty, \quad 0 < 1 \leq \sqrt{n} \leq n, \quad \text{t. j. } 0 < 1 \leq \frac{1}{n} \leq \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ pre } n \in N$$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} \infty \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

# Porovnávacie kritérium

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longmapsto \infty,$ t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = \infty.$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty, \quad 0 < 1 \leq \sqrt{n} \leq n,$ t. j. $0 < 1 \leq \frac{1}{n} \leq \frac{1}{\sqrt{n}}$ pre $n \in N$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} \infty \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = \infty.$$

# Porovnávacie kritérium

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longmapsto \infty,$ t. j. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = \infty.$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty, \quad 0 < 1 \leq \sqrt{n} \leq n, \quad \text{t. j. } 0 < 1 \leq \frac{1}{n} \leq \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ pre } n \in N$$

$$\xrightarrow[\phantom{xx}]{\text{Porovnávacie kritérium}} \infty \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = \infty.$$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ pre $0 < p < 1.$

# Porovnávacie kritérium

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longmapsto \infty,$ t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = \infty.$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty, \quad 0 < 1 \leq \sqrt{n} \leq n,$ t. j. $0 < 1 \leq \frac{1}{n} \leq \frac{1}{\sqrt{n}}$ pre $n \in N$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} \infty \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = \infty.$$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ pre $0 < p < 1.$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty,$

# Porovnávacie kritérium

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longmapsto \infty,$ t. j. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = \infty.$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty, \quad 0 < 1 \leq \sqrt{n} \leq n,$ t. j. $0 < 1 \leq \frac{1}{n} \leq \frac{1}{\sqrt{n}}$ pre $n \in N$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} \infty \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = \infty.$$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ pre $0 < p < 1.$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty, \quad 0 < 1 \leq n^p \leq n,$ t. j. $0 < 1 \leq \frac{1}{n} \leq \frac{1}{n^p}$ pre $n \in N$

# Porovnávacie kritérium

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longmapsto \infty,$ t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = \infty.$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty, \quad 0 < 1 \leq \sqrt{n} \leq n,$ t. j. $0 < 1 \leq \frac{1}{n} \leq \frac{1}{\sqrt{n}}$ pre $n \in N$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} \infty \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = \infty.$$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ pre $0 < p < 1.$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty, \quad 0 < 1 \leq n^p \leq n,$ t. j. $0 < 1 \leq \frac{1}{n} \leq \frac{1}{n^p}$ pre $n \in N$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} \infty \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$$

# Porovnávacie kritérium

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longmapsto \infty, \qquad \text{t. j.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = \infty.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty, \quad 0 < 1 \leq \sqrt{n} \leq n, \quad \text{t. j.}\ 0 < 1 \leq \frac{1}{n} \leq \frac{1}{\sqrt{n}} \ \text{pre}\ n \in N$$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} \infty \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = \infty.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longmapsto \infty \qquad \text{pre}\ 0 < p < 1.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty, \quad 0 < 1 \leq n^p \leq n, \quad \text{t. j.}\ 0 < 1 \leq \frac{1}{n} \leq \frac{1}{n^p} \ \text{pre}\ n \in N$$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} \infty \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty.$$

# Porovnávacie kritérium

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2}$$

# Porovnávacie kritérium

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longmapsto,$$

# Porovnávacie kritérium

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2}$$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longmapsto,\quad 0 < n(n+1) \leq (n+1)^2$, t. j. $0 < \frac{1}{(n+1)^2} \leq \frac{1}{n(n+1)}$ pre $n \in N$

# Porovnávacie kritérium

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longmapsto, \quad 0 < n(n+1) \leq (n+1)^2, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{(n+1)^2} \leq \frac{1}{n(n+1)} \text{ pre } n \in N$$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} 0 < \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

# Porovnávacie kritérium

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} \longmapsto .$$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longmapsto,\quad 0<n(n+1)\leq(n+1)^2,$ t. j. $0<\frac{1}{(n+1)^2}\leq\frac{1}{n(n+1)}$ pre $n\in N$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} 0<\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)^2}\leq\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)} \quad\Rightarrow\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)^2}\longmapsto.$$

# Porovnávacie kritérium

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} \longmapsto .$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longmapsto, \quad 0 < n(n+1) \leq (n+1)^2, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{(n+1)^2} \leq \frac{1}{n(n+1)} \text{ pre } n \in N$$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} 0 < \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} \longmapsto .$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

# Porovnávacie kritérium

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} \longmapsto .$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longmapsto,\quad 0 < n(n+1) \leq (n+1)^2,$ t. j. $0 < \frac{1}{(n+1)^2} \leq \frac{1}{n(n+1)}$ pre $n \in N$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} 0 < \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} \longmapsto.$$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longmapsto,$

# Porovnávacie kritérium

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} \longmapsto .$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longmapsto, \quad 0 < n(n+1) \leq (n+1)^2, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{(n+1)^2} \leq \frac{1}{n(n+1)} \text{ pre } n \in N$$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} 0 < \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} \longmapsto .$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longmapsto, \quad 0 < n^2 \leq n(n+1), \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n(n+1)} \leq \frac{1}{n^2} \text{ pre } n \in N$$

# Porovnávacie kritérium

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} \longmapsto .$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longmapsto, \quad 0 < n(n+1) \leq (n+1)^2, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{(n+1)^2} \leq \frac{1}{n(n+1)} \text{ pre } n \in N$$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} 0 < \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} \longmapsto.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longmapsto, \quad 0 < n^2 \leq n(n+1), \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n(n+1)} \leq \frac{1}{n^2} \text{ pre } n \in N$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n(n+1)}}{\frac{1}{n^2}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = 1$$

# Porovnávacie kritérium

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} \longmapsto .$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longmapsto, \quad 0 < n(n+1) \leq (n+1)^2, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{(n+1)^2} \leq \frac{1}{n(n+1)} \text{ pre } n \in N$$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} 0 < \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} \longmapsto .$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longmapsto, \quad 0 < n^2 \leq n(n+1), \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n(n+1)} \leq \frac{1}{n^2} \text{ pre } n \in N$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n(n+1)}}{\frac{1}{n^2}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = 1 \begin{cases} \neq \infty \\ \neq 0 \end{cases}$$

# Porovnávacie kritérium

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} \longmapsto .$$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longmapsto,\quad 0<n(n+1)\leq(n+1)^2$, t. j. $0<\frac{1}{(n+1)^2}\leq\frac{1}{n(n+1)}$ pre $n\in N$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} 0<\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)^2}\leq\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)^2}\longmapsto.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longmapsto .$$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longmapsto,\quad 0<n^2\leq n(n+1)$, t. j. $0<\frac{1}{n(n+1)}\leq\frac{1}{n^2}$ pre $n\in N$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n(n+1)}}{\frac{1}{n^2}}=\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n+1}=1\begin{cases}\neq\infty\\ \neq 0\end{cases}\xRightarrow[\text{limitný tvar}]{\text{Porovnávacie kritérium}}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\longmapsto.$$

# Porovnávacie kritérium

**$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ pre $p > 2$.**

# Porovnávacie kritérium

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ pre $p > 2$.

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longmapsto$,

# Porovnávacie kritérium

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ pre $p > 2.$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longmapsto,\quad 0 < n^2 \leq n^p$, t. j. $0 < \frac{1}{n^p} \leq \frac{1}{n^2}$ pre $n \in N$

# Porovnávacie kritérium

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ pre $p > 2$.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longmapsto,\quad 0 < n^2 \leq n^p$, t. j. $0 < \frac{1}{n^p} \leq \frac{1}{n^2}$ pre $n \in N$

$$\xrightarrow[]{\text{Porovnávacie kritérium}}\!\!\!\!\Rightarrow 0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

# Porovnávacie kritérium

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longmapsto$ pre $p > 2.$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longmapsto,\quad 0 < n^2 \leq n^p,$ t. j. $0 < \frac{1}{n^p} \leq \frac{1}{n^2}$ pre $n \in N$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} 0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longmapsto.$$

# Porovnávacie kritérium

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longmapsto$ pre $p > 2.$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longmapsto, \quad 0 < n^2 \le n^p, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n^p} \le \frac{1}{n^2} \text{ pre } n \in N$$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} 0 \le \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \le \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longmapsto .$$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n-1)}$

# Porovnávacie kritérium

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longmapsto$ pre $p > 2$.

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longmapsto$, $\quad 0 < n^2 \leq n^p$, t. j. $0 < \frac{1}{n^p} \leq \frac{1}{n^2}$ pre $n \in N$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} 0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longmapsto .$$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n-1)}$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longmapsto$,

# Porovnávacie kritérium

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longmapsto$ pre $p > 2.$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longmapsto,\quad 0 < n^2 \leq n^p,$ t. j. $0 < \frac{1}{n^p} \leq \frac{1}{n^2}$ pre $n \in N$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} 0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longmapsto.$$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n-1)}$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longmapsto,\quad 0 < n^2 \leq 2n(2n-1),$ t. j. $0 < \frac{1}{2n(2n-1)} \leq \frac{1}{n^2}$ pre $n \in N$

# Porovnávacie kritérium

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longmapsto$ pre $p > 2$.

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longmapsto,\quad 0 < n^2 \leq n^p$, t. j. $0 < \frac{1}{n^p} \leq \frac{1}{n^2}$ pre $n \in N$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} 0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longmapsto.$$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n-1)}$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longmapsto,\quad 0 < n^2 \leq 2n(2n-1)$, t. j. $0 < \frac{1}{2n(2n-1)} \leq \frac{1}{n^2}$ pre $n \in N$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{2n(2n-1)}}{\frac{1}{n^2}} = \frac{1}{4}$$

# Porovnávacie kritérium

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longmapsto$ pre $p > 2.$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longmapsto, \quad 0 < n^2 \leq n^p, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n^p} \leq \frac{1}{n^2} \text{ pre } n \in N$$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} 0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longmapsto.$$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n-1)}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longmapsto, \quad 0 < n^2 \leq 2n(2n-1), \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{2n(2n-1)} \leq \frac{1}{n^2} \text{ pre } n \in N$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{2n(2n-1)}}{\frac{1}{n^2}} = \frac{1}{4} \begin{cases} \neq \infty \\ \neq 0 \end{cases}$$

# Porovnávacie kritérium

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longmapsto$ pre $p > 2.$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longmapsto, \quad 0 < n^2 \leq n^p,$ t. j. $0 < \frac{1}{n^p} \leq \frac{1}{n^2}$ pre $n \in N$

$$\xRightarrow{\text{Porovnávacie kritérium}} 0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longmapsto.$$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n-1)} \longmapsto .$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longmapsto, \quad 0 < n^2 \leq 2n(2n-1),$ t. j. $0 < \frac{1}{2n(2n-1)} \leq \frac{1}{n^2}$ pre $n \in N$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{2n(2n-1)}}{\frac{1}{n^2}} = \frac{1}{4} \begin{cases} \neq \infty \\ \neq 0 \end{cases} \xRightarrow[\text{limitný tvar}]{\text{Porovnávacie kritérium}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n-1)} \longmapsto.$$

# D'Alembertovo (podielové) kritérium

## D'Alembertovo (podielové) kritérium $0 < a_n$ pre $n \in N$

- Existuje $q \in (0;1)$ také, že pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$, potom $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ [illegible]
- Pre všetky $n \in N$ platí $1 \leq \frac{a_{n+1}}{a_n}$, potom $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ [illegible]

# D’Alembertovo (podielové) kritérium

## D’Alembertovo (podielové) kritérium $0 < a_n$ pre $n \in N$

- Existuje $q \in (0; 1)$ také,

  že pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$,

# D'Alembertovo (podielové) kritérium

## D'Alembertovo (podielové) kritérium $0 < a_n$ pre $n \in N$

- Existuje $q \in (0; 1)$ také,
  že pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $1 \leq \frac{a_{n+1}}{a_n}$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \infty$.

# D'Alembertovo (podielové) kritérium

**D'Alembertovo (podielové) kritérium** $0 < a_n$ pre $n \in N$

- Existuje $q \in (0; 1)$ také, že pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $1 \leq \frac{a_{n+1}}{a_n}$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \infty$.

# D'Alembertovo (podielové) kritérium

**D'Alembertovo (podielové) kritérium** $0 < a_n$ pre $n \in N$

- Existuje $q \in (0; 1)$ také,
  že pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $1 \leq \frac{a_{n+1}}{a_n}$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \infty$.

# D’Alembertovo (podielové) kritérium

### D’Alembertovo (podielové) kritérium $0 < a_n$ pre $n \in N$

- Existuje $q \in (0; 1)$ také, že pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $1 \leq \frac{a_{n+1}}{a_n}$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \infty$.

### Limitný tvar $0 < a_n$ pre $n \in N$, $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = p$

- $p < 1 \Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$,
- $p > 1 \Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \infty$.
- $p = 1 \Rightarrow$ nevieme rozhodnúť o konvergencii či divergencii $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

# D'Alembertovo (podielové) kritérium

## D'Alembertovo (podielové) kritérium $0 < a_n$ pre $n \in N$

- Existuje $q \in (0; 1)$ také, že pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$, potom $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $1 \leq \frac{a_{n+1}}{a_n}$, potom $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \infty$.

## Limitný tvar $0 < a_n$ pre $n \in N$, $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = p$

- $p < 1 \;\Rightarrow\; \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$,
- $p > 1 \;\Rightarrow\; \sum_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \infty$,
- $p = 1 \;\Rightarrow\;$ nevieme rozhodnúť o konvergencii či divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

# D'Alembertovo (podielové) kritérium

## D'Alembertovo (podielové) kritérium $0 < a_n$ pre $n \in N$

- Existuje $q \in (0; 1)$ také, že pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $1 \leq \frac{a_{n+1}}{a_n}$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \infty$.

## Limitný tvar $0 < a_n$ pre $n \in N$, $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = p$

- $p < 1 \;\Rightarrow\; \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$,
- $p > 1 \;\Rightarrow\; \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \infty$,
- $p = 1 \;\Rightarrow$ nevieme rozhodnúť o konvergencii či divergencii $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

# D'Alembertovo (podielové) kritérium

### D'Alembertovo (podielové) kritérium $0 < a_n$ pre $n \in N$

- Existuje $q \in (0;1)$ také, že pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$, potom $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $1 \leq \frac{a_{n+1}}{a_n}$, potom $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \infty$.

### Limitný tvar $0 < a_n$ pre $n \in N$, $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = p$

- $p < 1 \;\Rightarrow\; \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$,
- $p > 1 \;\Rightarrow\; \sum_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \infty$,
- $p = 1 \;\Rightarrow\;$ nevieme rozhodnúť o konvergencii či divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

# Cauchyho (odmocninové) kritérium

## Cauchyho (odmocninové) kritérium $0 \leq a_n$ pre $n \in N$

- Existuje $q \in (0, 1)$ také,

  že pre všetky $n \in N$ platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$, potom $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.

- Pre všetky $n \in N$ platí $1 \leq \sqrt[n]{a_n}$, potom $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

# Cauchyho (odmocninové) kritérium

## Cauchyho (odmocninové) kritérium $0 \leq a_n$ pre $n \in N$

- Existuje $q \in (0; 1)$ také,
  že pre všetky $n \in N$ platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$,

# Cauchyho (odmocninové) kritérium

**Cauchyho (odmocninové) kritérium** $0 \leq a_n$ pre $n \in N$

- Existuje $q \in (0;1)$ také,
  že pre všetky $n \in N$ platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $1 \leq \sqrt[n]{a_n}$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty}$ [illegible]

# Cauchyho (odmocninové) kritérium

**Cauchyho (odmocninové) kritérium** $0 \leq a_n$ pre $n \in N$

- Existuje $q \in (0; 1)$ také, že pre všetky $n \in N$ platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $1 \leq \sqrt[n]{a_n}$, potom $\sum\limits_{n=1} a_n \longmapsto \infty$.

# Cauchyho (odmocninové) kritérium

## Cauchyho (odmocninové) kritérium $0 \leq a_n$ pre $n \in N$

- Existuje $q \in (0; 1)$ také, že pre všetky $n \in N$ platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $1 \leq \sqrt[n]{a_n}$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \infty$.

# Cauchyho (odmocninové) kritérium

## Cauchyho (odmocninové) kritérium $0 \leq a_n$ pre $n \in N$

- Existuje $q \in (0; 1)$ také, že pre všetky $n \in N$ platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto .$
- Pre všetky $n \in N$ platí $1 \leq \sqrt[n]{a_n}$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \infty.$

## Limitný tvar $0 \leq a_n$ pre $n \in N$, $\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt[n]{a_n} = p$

- $p < 1 \Rightarrow \sum\limits_{n=1} a_n \longmapsto .$ $\quad$ $p > 1 \Rightarrow \sum\limits_{n=1} b_n \longmapsto \infty.$
- $p = 1 \Rightarrow$ nevieme rozhodnúť o konvergencii či divergencii $\sum\limits_{n=1} a_n.$

# Cauchyho (odmocninové) kritérium

## Cauchyho (odmocninové) kritérium $0 \leq a_n$ pre $n \in N$

- Existuje $q \in (0; 1)$ také, že pre všetky $n \in N$ platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $1 \leq \sqrt[n]{a_n}$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \infty$.

## Limitný tvar $0 \leq a_n$ pre $n \in N$, $\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt[n]{a_n} = p$

- $p < 1 \;\Rightarrow\; \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$,

# Cauchyho (odmocninové) kritérium

## Cauchyho (odmocninové) kritérium $0 \leq a_n$ pre $n \in N$

- Existuje $q \in (0; 1)$ také, že pre všetky $n \in N$ platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $1 \leq \sqrt[n]{a_n}$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \infty$.

## Limitný tvar $0 \leq a_n$ pre $n \in N$, $\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt[n]{a_n} = p$

- $p < 1 \Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$,
- $p > 1 \Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \infty$,

$p = 1 \Rightarrow$ nevieme rozhodnúť o konvergencii či divergencii $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

# Cauchyho (odmocninové) kritérium

## Cauchyho (odmocninové) kritérium $0 \leq a_n$ pre $n \in N$

- Existuje $q \in (0;1)$ také, že pre všetky $n \in N$ platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $1 \leq \sqrt[n]{a_n}$, potom $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto \infty$.

## Limitný tvar $0 \leq a_n$ pre $n \in N$, $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = p$

- $p < 1 \;\Rightarrow\; \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$,
- $p > 1 \;\Rightarrow\; \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longmapsto \infty$,
- $p = 1 \;\Rightarrow\;$ nevieme rozhodnúť o konvergencii či divergencii $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ $a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}$ pre $n = 2k-1$, $a_n = \frac{1}{6^k}$ pre $n = 2k$, $k \in N$.

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ $a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}$ pre $n = 2k-1$, $a_n = \frac{1}{6^k}$ pre $n = 2k$, $k \in N$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^0} + \frac{1}{6^1}$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ $\quad a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}$ pre $n = 2k-1,\quad a_n = \frac{1}{6^k}$ pre $n = 2k,\ k \in N.$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2{\cdot}6^1} + \frac{1}{6^2}$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ $\quad a_n = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$ pre $n = 2k-1, \quad a_n = \frac{1}{6^k}$ pre $n = 2k, \; k \in N.$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2 \cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2 \cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{2 \cdot 6^2} + \frac{1}{6^3}$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ $\quad a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}$ pre $n = 2k-1, \quad a_n = \frac{1}{6^k}$ pre $n = 2k,\ k \in N.$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2{\cdot}6^1} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{2{\cdot}6^2} + \frac{1}{6^3} + \cdots$$
$$+ \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}}$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ $\quad a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}$ pre $n = 2k-1$, $\quad a_n = \frac{1}{6^k}$ pre $n = 2k,\ k \in N.$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2{\cdot}6^1} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{2{\cdot}6^2} + \frac{1}{6^3} + \cdots$$

$$+ \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^k}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{6^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots,$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ $\quad a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}$ pre $n = 2k-1$, $\quad a_n = \frac{1}{6^k}$ pre $n = 2k$, $k \in N$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2{\cdot}6^1} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{2{\cdot}6^2} + \frac{1}{6^3} + \cdots$$

$$+ \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^k}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{6^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots, \qquad 0 < a_n \text{ pre } n \in N.$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ $\quad a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}$ pre $n=2k-1,\quad a_n=\frac{1}{6^k}$ pre $n=2k,\ k\in N.$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^0}+\frac{1}{6^1}+\frac{1}{2{\cdot}6^1}+\frac{1}{6^2}+\frac{1}{2{\cdot}6^2}+\frac{1}{6^3}+\cdots$$

$$+\underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}}_{a_{2k-1}}+\underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}}+\underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^k}}_{a_{2k+1}}+\underbrace{\frac{1}{6^{k+1}}}_{a_{2k+2}}+\cdots,\qquad 0<a_n \text{ pre } n\in N.$$

$$n=2k \qquad \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{a_{2k+1}}{a_{2k}}=\frac{\frac{1}{2\cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}}=\frac{1}{2}$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ $\quad a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}$ pre $n = 2k-1$, $\quad a_n = \frac{1}{6^k}$ pre $n = 2k$, $k \in N$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2{\cdot}6^1} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{2{\cdot}6^2} + \frac{1}{6^3} + \cdots$$

$$+ \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^k}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{6^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots, \qquad 0 < a_n \text{ pre } n \in N.$$

$$n = 2k \qquad \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2{\cdot}6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{1}{2}$$

$$n = 2k+1 \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2{\cdot}6^k}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ $\qquad a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}$ pre $n=2k-1$, $\quad a_n = \frac{1}{6^k}$ pre $n=2k,\ k\in N$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2{\cdot}6^1} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{2{\cdot}6^2} + \frac{1}{6^3} + \cdots$$

$$+ \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^k}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{6^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots, \qquad 0<a_n \text{ pre } n\in N.$$

$$\left.\begin{array}{ll} n=2k & \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2\cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{1}{2} \\ n=2k+1 & \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2\cdot 6^k}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{array}\right\} \text{ t. j. } \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} \text{ neexistuje.}$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ $\quad a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}$ pre $n = 2k-1,\quad a_n = \frac{1}{6^k}$ pre $n = 2k,\ k\in N.$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2{\cdot}6^1} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{2{\cdot}6^2} + \frac{1}{6^3} + \cdots$$

$$+ \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^k}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{6^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots, \qquad 0 < a_n \text{ pre } n\in N.$$

$$\left.\begin{aligned} n=2k \quad &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2\cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{1}{2} \\ n=2k+1 &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2\cdot 6^k}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{aligned}\right\} \text{ t. j. } \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} \text{ neexistuje.}$$

Ale pre všetky $n\in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq \max\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right\} = \frac{1}{2} < 1$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto,$ $\quad a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}$ pre $n = 2k-1,\quad a_n = \frac{1}{6^k}$ pre $n = 2k,\ k \in N.$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2{\cdot}6^1} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{2{\cdot}6^2} + \frac{1}{6^3} + \cdots$$

$$+ \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^k}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{6^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots, \qquad 0 < a_n \text{ pre } n \in N.$$

$$\left.\begin{aligned} n=2k \quad &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2{\cdot}6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{1}{2} \\ n=2k+1 &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2{\cdot}6^k}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{aligned}\right\} \text{ t. j. } \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} \text{ neexistuje.}$$

Ale pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq \max\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right\} = \frac{1}{2} < 1$

$$\xrightarrow{\text{D'Alembertovo kritérium}} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto.$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$ $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$ pre $n \in N$.

# D'Alembertovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$ $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$ pre $n \in N$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{n^n}{n!}}$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$ $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$ pre $n \in N$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{n^n}{n!}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^n}{n^n} = \lim_{n\to\infty} (1+\tfrac{1}{n})^n$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$ $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$ pre $n \in N$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{n^n}{n!}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^n}{n^n} = \lim_{n\to\infty} (1+\frac{1}{n})^n = \mathrm{e} > 1$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longmapsto \infty,$ $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$ pre $n \in N.$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{n^n}{n!}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^n}{n^n} = \lim_{n\to\infty} (1+\tfrac{1}{n})^n = e > 1$$

$$\xRightarrow{\text{D'Alembertovo kritérium}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longmapsto \infty.$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longmapsto \infty,$ $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$ pre $n \in N.$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{n^n}{n!}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^n}{n^n} = \lim_{n\to\infty} (1+\tfrac{1}{n})^n = \mathrm{e} > 1$$

$$\xRightarrow{\text{D'Alembertovo kritérium}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longmapsto \infty.$$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$ $a > 0,\ a_n = \frac{a^n}{n!} > 0$ pre $n \in N.$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longmapsto \infty,$ $\quad a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$ pre $n \in N.$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{n^n}{n!}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^n}{n^n} = \lim_{n\to\infty} (1+\tfrac{1}{n})^n = \mathrm{e} > 1$$

$$\xRightarrow{\text{D'Alembertovo kritérium}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longmapsto \infty.$$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$ $\quad a > 0,\ a_n = \frac{a^n}{n!} > 0$ pre $n \in N.$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{a^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{a^n}{n!}}$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longmapsto \infty,$ $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$ pre $n \in N$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{n^n}{n!}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^n}{n^n} = \lim_{n\to\infty} (1+\tfrac{1}{n})^n = \mathrm{e} > 1$$

$$\xRightarrow{\text{D'Alembertovo kritérium}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longmapsto \infty.$$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$ $a > 0,\ a_n = \frac{a^n}{n!} > 0$ pre $n \in N$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{a^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{a^n}{n!}} = \lim_{n\to\infty} \frac{a^{n+1} n!}{a^n (n+1)!} = \lim_{n\to\infty} \frac{a}{n+1}$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longmapsto \infty,$ $\qquad a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$ pre $n \in N.$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{n^n}{n!}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^n}{n^n} = \lim_{n\to\infty} (1+\tfrac{1}{n})^n = e > 1$$

$$\xRightarrow{\text{D'Alembertovo kritérium}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longmapsto \infty.$$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$ $\qquad a > 0,\ a_n = \frac{a^n}{n!} > 0$ pre $n \in N.$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{a^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{a^n}{n!}} = \lim_{n\to\infty} \frac{a^{n+1}n!}{a^n(n+1)!} = \lim_{n\to\infty} \frac{a}{n+1} = \frac{a}{\infty} = 0 < 1$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longmapsto \infty, \qquad a_n = \frac{n^n}{n!} > 0 \text{ pre } n \in N.$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{n^n}{n!}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^n}{n^n} = \lim_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n = \mathrm{e} > 1$$

$$\xRightarrow{\text{D'Alembertovo kritérium}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longmapsto \infty.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!} \qquad a > 0,\ a_n = \frac{a^n}{n!} > 0 \text{ pre } n \in N.$$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{a^n}{n!}}$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longmapsto \infty,$ $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$ pre $n \in N.$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{n^n}{n!}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^n}{n^n} = \lim_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e > 1$$

$$\xRightarrow{\text{D'Alembertovo kritérium}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longmapsto \infty.$$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$ $a > 0,\ a_n = \frac{a^n}{n!} > 0$ pre $n \in N.$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{a^n}{n!}} = \lim_{n\to\infty} \frac{a}{\sqrt[n]{n!}}$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longmapsto \infty,$ $\quad a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$ pre $n \in N.$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{n^n}{n!}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^n}{n^n} = \lim_{n\to\infty} (1+\tfrac{1}{n})^n = \mathrm{e} > 1$$

$$\xRightarrow{\text{D'Alembertovo kritérium}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longmapsto \infty.$$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$ $\quad a > 0,\ a_n = \frac{a^n}{n!} > 0$ pre $n \in N.$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{a^n}{n!}} = \lim_{n\to\infty} \frac{a}{\sqrt[n]{n!}} = \frac{a}{\infty} = 0 < 1$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longmapsto \infty,$ $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$ pre $n \in N.$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{n^n}{n!}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^n}{n^n} = \lim_{n\to\infty} (1+\tfrac{1}{n})^n = \mathrm{e} > 1$$

$$\xRightarrow{\text{D'Alembertovo kritérium}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longmapsto \infty.$$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$ $a > 0,\ a_n = \frac{a^n}{n!} > 0$ pre $n \in N.$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{a^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{a^n}{n!}} = \lim_{n\to\infty} \frac{a^{n+1}n!}{a^n(n+1)!} = \lim_{n\to\infty} \frac{a}{n+1} = \frac{a}{\infty} = 0 < 1$$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{a^n}{n!}} = \lim_{n\to\infty} \frac{a}{\sqrt[n]{n!}} = \frac{a}{\infty} = 0 < 1$$

# D'Alembertovovo a Cauchyho kritéria – príklady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longmapsto \infty,$ $\qquad a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$ pre $n \in N.$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{n^n}{n!}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^n}{n^n} = \lim_{n\to\infty} \left(1+\tfrac{1}{n}\right)^n = \mathrm{e} > 1$$

$$\xRightarrow{\text{D'Alembertovo kritérium}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longmapsto \infty.$$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!} \longmapsto,$ $\qquad a > 0,\ a_n = \frac{a^n}{n!} > 0$ pre $n \in N.$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{a^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{a^n}{n!}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a^{n+1}n!}{a^n(n+1)!} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a}{n+1} = \frac{a}{\infty} = 0 < 1 \\ \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{a^n}{n!}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a}{\sqrt[n]{n!}} = \frac{a}{\infty} = 0 < 1 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\xRightarrow{\text{D'Alembertovo kritérium, resp. Cauchyho kritérium}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!} \longmapsto.$$

# Absolútna a relatívna konvergencia

**Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, kde $a_n \in R$ pre $n \in N$** [členy môžu byť aj záporné]

# Absolútna a relatívna konvergencia

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, kde $a_n \in R$ pre $n \in N$ [členy môžu byť aj záporné]

konverguje absolútne, ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longmapsto$,

# Absolútna a relatívna konvergencia

**Číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, kde $a_n \in R$ pre $n \in N$** [členy môžu byť aj záporné]

konverguje absolútne, ak $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n| \longmapsto$,

konverguje relatívne (neabsolútne), ak $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$ a súčasne $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n| \longmapsto \infty$,

# Absolútna a relatívna konvergencia

**Číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, kde $a_n \in R$ pre $n \in N$** [členy môžu byť aj záporné]

konverguje absolútne, ak $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n| \longmapsto$,

t. j. konverguje rad absolútnych hodnôt $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n|$, ozn. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \xmapsto{\text{a}}$.

konverguje relatívne (neabsolútne), ak $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$ a súčasne $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n| \longmapsto \infty$,

t. j. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje a súčasne $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n| = \infty$ (diverguje do $\infty$), ozn. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \xmapsto{\text{r}}$.

# Absolútna a relatívna konvergencia

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, kde $a_n \in R$ pre $n \in N$ [členy môžu byť aj záporné]

**konverguje absolútne**, ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longmapsto$,

t. j. konverguje rad absolútnych hodnôt $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, ozn. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{a}}$.

**konverguje relatívne (neabsolútne)**, ak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$ a súčasne $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longmapsto \infty$,

t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje a súčasne $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = \infty$ (diverguje do $\infty$), ozn. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{r}}$.

## $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{a}}$, t. j. konverguje absolútne

$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje

# Absolútna a relatívna konvergencia

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, kde $a_n \in R$ pre $n \in N$ [členy môžu byť aj záporné]

konverguje absolútne, ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longmapsto$,

t. j. konverguje rad absolútnych hodnôt $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, ozn. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \overset{\mathrm{a}}{\longmapsto}$.

konverguje relatívne (neabsolútne), ak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$ a súčasne $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longmapsto \infty$,

t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje a súčasne $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = \infty$ (diverguje do $\infty$), ozn. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \overset{\mathrm{r}}{\longmapsto}$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \overset{\mathrm{a}}{\longmapsto}$, t. j. konverguje absolútne

$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longmapsto$, t. j. konverguje.

# Leibnizovo kritérium, dôležité rady

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = a_1-a_2+a_3-a_4+\cdots, \text{ kde } a_n\geq 0 \; \big[\text{resp. } a_n\leq 0\big] \text{ pre } n\in N$$

beerb@frcatel.fri.uniza.sk http://frcatel.fri.uniza.sk/ beerb

# Leibnizovo kritérium, dôležité rady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \cdots$, kde $a_n \geq 0$ [resp. $a_n \leq 0$] pre $n \in N$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).

# Leibnizovo kritérium, dôležité rady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \cdots$, kde $a_n \geq 0$ [resp. $a_n \leq 0$] pre $n \in N$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).

## Leibnizovo kritérium

$a_n \geq 0$ pre $n \in N$

# Leibnizovo kritérium, dôležité rady

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \cdots$, kde $a_n \geq 0$ [resp. $a_n \leq 0$] pre $n \in N$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).

## Leibnizovo kritérium

$a_n \geq 0$ pre $n \in N$

- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je nerastúca

# Leibnizovo kritérium, dôležité rady

$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \cdots$, kde $a_n \geq 0$ $\big[$resp. $a_n \leq 0\big]$ pre $n \in N$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).

## Leibnizovo kritérium

$a_n \geq 0$ pre $n \in N$

- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je nerastúca
- $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$

# Leibnizovo kritérium, dôležité rady

$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \cdots$, kde $a_n \geq 0$ [resp. $a_n \leq 0$] pre $n \in N$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).

## Leibnizovo kritérium

$a_n \geq 0$ pre $n \in N$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \{a_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ je nerastúca} \\ \bullet\ \lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \longmapsto .$$

# Leibnizovo kritérium, dôležité rady

$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \cdots$, kde $a_n \geq 0$ [resp. $a_n \leq 0$] pre $n \in N$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).

## Leibnizovo kritérium

$a_n \geq 0$ pre $n \in N$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \{a_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ je nerastúca} \\ \bullet\ \lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \longmapsto.$$

## Dôležité rady — naspamäť!

# Leibnizovo kritérium, dôležité rady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \cdots$, kde $a_n \geq 0$ $\left[\text{resp. } a_n \leq 0\right]$ pre $n \in N$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).

## Leibnizovo kritérium

$a_n \geq 0$ pre $n \in N$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \{a_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ je nerastúca} \\ \bullet\ \lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \longmapsto .$$

## Dôležité rady — naspamäť!

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!} = \mathrm{e}, \qquad \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!} = \mathrm{e}^{-1} = \frac{1}{\mathrm{e}},$$

# Leibnizovo kritérium, dôležité rady

$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \cdots$, kde $a_n \geq 0$ [resp. $a_n \leq 0$] pre $n \in N$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).

## Leibnizovo kritérium

$a_n \geq 0$ pre $n \in N$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \{a_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ je nerastúca} \\ \bullet\ \lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \longmapsto .$$

## Dôležité rady — naspamäť!

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!} = e, \qquad \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!} = e^{-1} = \frac{1}{e}, \qquad \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q} \text{ pre } q \in (-1;1),$$

# Leibnizovo kritérium, dôležité rady

$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \cdots$, kde $a_n \geq 0$ $[$resp. $a_n \leq 0]$ pre $n \in N$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).

## Leibnizovo kritérium

$a_n \geq 0$ pre $n \in N$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \{a_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ je nerastúca} \\ \bullet\ \lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \longmapsto.$$

## Dôležité rady — naspamäť!

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!} = e, \qquad \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!} = e^{-1} = \frac{1}{e}, \qquad \sum_{n=0}^{\infty}q^n = \frac{1}{1-q} \text{ pre } q \in (-1;1),$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2,$$

# Leibnizovo kritérium, dôležité rady

$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \cdots$, kde $a_n \geq 0$ [resp. $a_n \leq 0$] pre $n \in N$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).

## Leibnizovo kritérium

$a_n \geq 0$ pre $n \in N$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \{a_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ je nerastúca} \\ \bullet\ \lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \longmapsto .$$

## Dôležité rady — naspamäť!

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!} = \mathrm{e}, \qquad \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!} = \mathrm{e}^{-1} = \frac{1}{\mathrm{e}}, \qquad \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q} \text{ pre } q \in (-1; 1),$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2, \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n} = \infty, \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6},$$

# Leibnizovo kritérium, dôležité rady

$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = a_1-a_2+a_3-a_4+\cdots$, kde $a_n\geq 0$ [resp. $a_n\leq 0$] pre $n\in N$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).

## Leibnizovo kritérium

$a_n\geq 0$ pre $n\in N$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \{a_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ je nerastúca} \\ \bullet\ \lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \longmapsto.$$

## Dôležité rady — naspamäť!

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}=\mathrm{e},\qquad \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!}=\mathrm{e}^{-1}=\frac{1}{\mathrm{e}},\qquad \sum_{n=0}^{\infty}q^n=\frac{1}{1-q}\ \text{ pre } q\in(-1;1),$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}=\ln 2,\qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}=\infty,\qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{6},\qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}\begin{cases} =\infty & \text{pre } p\leq 1, \\ \longmapsto & \text{pre } p>1. \end{cases}$$

# Konštrukcia radu s daným súčtom

### Konštrukcia číselného radu s vopred daným súčtom $s \in R^*$.

# Konštrukcia radu s daným súčtom

## Konštrukcia číselného radu s vopred daným súčtom $s \in R^*$.

Ak $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto s$, pričom $s_0 = 0$

# Konštrukcia radu s daným súčtom

**Konštrukcia číselného radu s vopred daným súčtom $s \in R^*$.**

Ak $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto s$, pričom $s_0 = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) \longmapsto s$.

# Konštrukcia radu s daným súčtom

### Konštrukcia číselného radu s vopred daným súčtom $s \in R^*$.

Ak $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto s$, pričom $s_0 = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) \longmapsto s$.

### $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto 0$, $s = 0$, $s_n = \frac{1}{n}$, $n \in N$

[illegible]

---

$$0 = 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \Rightarrow 1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}.$$

# Konštrukcia radu s daným súčtom

## Konštrukcia číselného radu s vopred daným súčtom $s \in R^*$.

Ak $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto s$, pričom $s_0 = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) \longmapsto s$.

$\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto 0$, $s = 0$, $s_n = \frac{1}{n}$, $n \in N \Rightarrow \longmapsto 0$.

---

$$0 = 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \Rightarrow 1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}.$$

# Konštrukcia radu s daným súčtom

**Konštrukcia číselného radu s vopred daným súčtom $s \in R^*$.**

Ak $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto s$, pričom $s_0 = 0 \Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) \longmapsto s$.

$\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto 0$, $s = 0$, $s_n = \frac{1}{n}$, $n \in N \quad \Rightarrow \qquad \longmapsto 0$.

$a_1 = s_1 - s_0$ pričom $s_0 = 0$,

$$0 = 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longrightarrow 1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}.$$

# Konštrukcia radu s daným súčtom

## Konštrukcia číselného radu s vopred daným súčtom $s \in R^*$.

Ak $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto s$, pričom $s_0 = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) \longmapsto s$.

## $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto 0,\ s = 0,\ s_n = \frac{1}{n},\ n \in N \quad \Rightarrow \qquad \longmapsto 0.$

$a_1 = s_1 - s_0 = \frac{1}{1} - 0 = 1,$ pričom $s_0 = 0,$

---

$$0 = 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \Rightarrow 1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

# Konštrukcia radu s daným súčtom

## Konštrukcia číselného radu s vopred daným súčtom $s \in R^*$.

Ak $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto s$, pričom $s_0 = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) \longmapsto s$.

$\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto 0$, $s = 0$, $s_n = \frac{1}{n}$, $n \in N \quad \Rightarrow \quad \longmapsto 0.$

$a_1 = s_1 - s_0 = \frac{1}{1} - 0 = 1,$ pričom $s_0 = 0,$

$a_n = s_n - s_{n-1}$ pre $n = 2,3,4,\ldots$

$$0 = 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \Rightarrow 1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}.$$

# Konštrukcia radu s daným súčtom

## Konštrukcia číselného radu s vopred daným súčtom $s \in R^*$.

Ak $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto s$, pričom $s_0 = 0$ $\Rightarrow$ $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) \longmapsto s$.

## $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto 0$, $s = 0$, $s_n = \frac{1}{n}$, $n \in N$ $\Rightarrow$ $\longmapsto 0.$

$a_1 = s_1 - s_0 = \frac{1}{1} - 0 = 1,$ pričom $s_0 = 0,$

$a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}$ pre $n = 2,3,4,\ldots$

---

$$0 = 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \Rightarrow 1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}.$$

# Konštrukcia radu s daným súčtom

## Konštrukcia číselného radu s vopred daným súčtom $s \in R^*$.

Ak $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto s$, pričom $s_0 = 0 \Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) \longmapsto s$.

## $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto 0$, $s = 0$, $s_n = \frac{1}{n}$, $n \in N \quad \Rightarrow \qquad \longmapsto 0$.

$a_1 = s_1 - s_0 = \frac{1}{1} - 0 = 1,$ pričom $s_0 = 0,$

$a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$ pre $n = 2,3,4,\ldots$

---

$$0 = 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \Rightarrow 1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

# Konštrukcia radu s daným súčtom

## Konštrukcia číselného radu s vopred daným súčtom $s \in R^*$.

Ak $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto s$, pričom $s_0 = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) \longmapsto s$.

## $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto 0$, $s = 0$, $s_n = \frac{1}{n}$, $n \in N \quad \Rightarrow \qquad \longmapsto 0$.

$a_1 = s_1 - s_0 = \frac{1}{1} - 0 = 1,$ pričom $s_0 = 0,$

$a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$ pre $n = 2,3,4,\ldots$

$$\Rightarrow 0 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n}$$

$$0 = 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \Rightarrow 1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}.$$

# Konštrukcia radu s daným súčtom

## Konštrukcia číselného radu s vopred daným súčtom $s \in R^*$.

Ak $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto s$, pričom $s_0 = 0 \Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) \longmapsto s$.

## $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto 0$, $s=0$, $s_n = \frac{1}{n}$, $n \in N \Rightarrow 1 - \sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \longmapsto 0$.

$$a_1 = s_1 - s_0 = \frac{1}{1} - 0 = 1, \qquad \text{pričom } s_0 = 0,$$

$$a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n} \qquad \text{pre } n = 2,3,4,\ldots$$

$$\Rightarrow 0 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \frac{1}{1\cdot 2} - \frac{1}{2\cdot 3} - \cdots - \frac{1}{(n-1)n} - \cdots .$$

---

$$0 = 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \Rightarrow 1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}.$$

# Konštrukcia radu s daným súčtom

## Konštrukcia číselného radu s vopred daným súčtom $s \in R^*$.

Ak $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto s$, pričom $s_0 = 0 \Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) \longmapsto s$.

## $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto 0,\ s=0,\ s_n = \frac{1}{n},\ n \in N \ \Rightarrow\ 1 - \sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \longmapsto 0.$

$$a_1 = s_1 - s_0 = \frac{1}{1} - 0 = 1, \qquad \text{pričom} \quad s_0 = 0,$$

$$a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n} \qquad \text{pre} \quad n = 2,3,4,\ldots$$

$$\Rightarrow\ 0 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \frac{1}{1\cdot 2} - \frac{1}{2\cdot 3} - \cdots - \frac{1}{(n-1)n} - \cdots .$$

---

$$0 = 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

# Konštrukcia radu s daným súčtom

### Konštrukcia číselného radu s vopred daným súčtom $s \in R^*$.

Ak $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto s$, pričom $s_0 = 0 \Rightarrow \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) \longmapsto s$.

### $\{s_n\}_{n=0}^{\infty} \longmapsto 0,\ s=0,\ s_n=\frac{1}{n},\ n \in N \quad \Rightarrow \quad 1-\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \longmapsto 0.$

$$a_1 = s_1 - s_0 = \frac{1}{1} - 0 = 1, \qquad \text{pričom } s_0 = 0,$$

$$a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n} \qquad \text{pre } n = 2,3,4,\ldots$$

$$\Rightarrow\ 0 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \frac{1}{1\cdot 2} - \frac{1}{2\cdot 3} - \cdots - \frac{1}{(n-1)n} - \cdots .$$

---

$$0 = 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \Rightarrow\ 1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}.$$

# Rady a asociatívnosť

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$ osciluje.

Pridáme zátvorky a dostaneme iné rady, napr. konvergentné:

$$(1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots = 0+0+0+\cdots = 0$$

$$1-(1-1)-(1-1)-\cdots = 1-0-0-\cdots = 1.$$

# Rady a asociatívnosť

Rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} = 1-1+1-1+\cdots$ osciluje.

**Pridáme zátvorky a dostaneme iné rady**, napr. konvergentné:

$$(1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots = 0+0+0+\cdots = 0$$

$$1+(-1+1)+(-1+1)+\cdots = 1+0+0+\cdots = 1$$

# Rady a asociatívnosť

Rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} = 1-1+1-1+\cdots$ osciluje.

**Pridáme zátvorky a dostaneme iné rady**, napr. konvergentné:

$$(1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots = 0+0+0+\cdots = 0,$$

$$1+(-1+1)+(-1+1)+\cdots = 1+0+0+\cdots = 1.$$

# Rady a asociatívnosť

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$ osciluje.

**Pridáme zátvorky a dostaneme iné rady**, napr. konvergentné:

$$(1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots = 0+0+0+\cdots = 0,$$

# Rady a asociatívnosť

**Rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$ osciluje.**

**Pridáme zátvorky a dostaneme iné rady**, napr. konvergentné:

$$(1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots = 0+0+0+\cdots = 0,$$

$$1+(-1+1)+(-1+1)+\cdots = 1+0+0+\cdots = 1.$$

# Rady a asociatívnosť

**Rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$ osciluje.**

**Pridáme zátvorky a dostaneme iné rady**, napr. konvergentné:

$$(1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots = 0+0+0+\cdots = 0,$$

$$1+(-1+1)+(-1+1)+\cdots = 1+0+0+\cdots = 1.$$

**Rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n^2}-1+1\right) = \frac{\pi^2}{6}$ konverguje,**

$$= (1-1+1)+\left(\tfrac{1}{2^2}-1+1\right)+\cdots+\left(\tfrac{1}{n^2}-1+1\right)+\cdots = \frac{\pi^2}{6}.$$

**Vynecháme zátvorky a dostaneme divergentný rad**

$$1-1+1+\frac{1}{2^2}-1+1+\cdots+\frac{1}{n^2}-1+1+\cdots \text{ (osciluje).}$$

# Rady a asociatívnosť

## Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$ osciluje.

**Pridáme zátvorky a dostaneme iné rady**, napr. konvergentné:

$$(1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots = 0+0+0+\cdots = 0,$$

$$1+(-1+1)+(-1+1)+\cdots = 1+0+0+\cdots = 1.$$

## Rad $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} - 1 + 1\right) = \frac{\pi^2}{6}$ konverguje,

t. j. $(1-1+1)+(\frac{1}{2^2}-1+1)+\cdots+(\frac{1}{n^2}-1+1)+\cdots \longmapsto \frac{\pi^2}{6}$.

**Vynecháme zátvorky a dostaneme divergentný rad**

$$1-1+1+\frac{1}{2^2}-1+1+\cdots+\frac{1}{n^2}-1+1+\cdots$$ (osciluje).

# Rady a asociatívnosť

**Rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} = 1-1+1-1+\cdots$ osciluje.**

**Pridáme zátvorky a dostaneme iné rady**, napr. konvergentné:

$$(1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots = 0+0+0+\cdots = 0,$$

$$1+(-1+1)+(-1+1)+\cdots = 1+0+0+\cdots = 1.$$

**Rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n^2}-1+1\right) = \frac{\pi^2}{6}$ konverguje,**

t. j. $(1-1+1)+(\frac{1}{2^2}-1+1)+\cdots+(\frac{1}{n^2}-1+1)+\cdots \longmapsto \frac{\pi^2}{6}$.

**Vynecháme zátvorky a dostaneme divergentný rad**

# Rady a asociatívnosť

**Rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$ osciluje.**

**Pridáme zátvorky a dostaneme iné rady**, napr. konvergentné:

$$(1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots = 0+0+0+\cdots = 0,$$

$$1+(-1+1)+(-1+1)+\cdots = 1+0+0+\cdots = 1.$$

**Rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n^2}-1+1\right) = \frac{\pi^2}{6}$ konverguje,**

t. j. $(1-1+1)+\left(\frac{1}{2^2}-1+1\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n^2}-1+1\right)+\cdots \longmapsto \frac{\pi^2}{6}.$

**Vynecháme zátvorky a dostaneme divergentný rad**

$$1-1+1 \;+\; \frac{1}{2^2}-1+1 \;+\cdots+\; \frac{1}{n^2}-1+1 \;+\cdots \quad \text{(osciluje).}$$

# Rady a komutatívnosť

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \cdots = \ln 2.$$

**Vymeníme poradie členov:**

Postupne spočítavame jeden nepárny člen a dva párne členy:

# Rady a komutatívnosť

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \cdots = \ln 2.$$

**Vymeníme poradie členov:**

# Rady a komutatívnosť

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots=\ln 2.$$

**Vymeníme poradie členov:**

Postupne spočítavame jeden nepárny člen a dva párne členy,

# Rady a komutatívnosť

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots=\ln 2.$$

**Vymeníme poradie členov:**

Postupne spočítavame jeden nepárny člen a dva párne členy, t. j.

$$1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$$

# Rady a komutatívnosť

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots=\ln 2.$$

**Vymeníme poradie členov:**

Postupne spočítavame jeden nepárny člen a dva párne členy, t. j.

$$1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}-\frac{1}{8}$$

# Rady a komutatívnosť

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots=\ln 2.$$

**Vymeníme poradie členov:**

Postupne spočítavame jeden nepárny člen a dva párne členy, t. j.

$$1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{5}-\frac{1}{10}-\frac{1}{12}$$

# Rady a komutatívnosť

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \cdots = \ln 2.$$

**Vymeníme poradie členov:**

Postupne spočítavame jeden nepárny člen a dva párne členy, t. j.

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \cdots$$

# Rady a komutatívnosť

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \cdots = \ln 2.$$

**Vymeníme poradie členov:**

Postupne spočítavame jeden nepárny člen a dva párne členy, t. j.

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \cdots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2\cdot 2k}$$

# Rady a komutatívnosť

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \cdots = \ln 2.$$

**Vymeníme poradie členov:**

Postupne spočítavame jeden nepárny člen a dva párne členy, t. j.

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \cdots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \cdots$$

# Rady a komutatívnosť

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots=\ln 2.$$

**Vymeníme poradie členov:**

Postupne spočítavame jeden nepárny člen a dva párne členy, t. j.

$$\underbrace{1-\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}}-\frac{1}{4}+\underbrace{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}}-\frac{1}{8}+\underbrace{\frac{1}{5}-\frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}}-\frac{1}{12}+\cdots+\underbrace{\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2(2k-1)}}_{\frac{1}{2(2k-1)}}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

# Rady a komutatívnosť

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots=\ln 2.$$

**Vymeníme poradie členov:**

Postupne spočítavame jeden nepárny člen a dva párne členy, t. j.

$$\underbrace{1-\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}}-\frac{1}{4}+\underbrace{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}}-\frac{1}{8}+\underbrace{\frac{1}{5}-\frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}}-\frac{1}{12}+\cdots+\underbrace{\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2(2k-1)}}_{\frac{1}{2(2k-1)}}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

# Rady a komutatívnosť

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots=\ln 2.$$

**Vymeníme poradie členov:**

Postupne spočítavame jeden nepárny člen a dva párne členy, t. j.

$$\underbrace{1-\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}}-\frac{1}{4}+\underbrace{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}}-\frac{1}{8}+\underbrace{\frac{1}{5}-\frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}}-\frac{1}{12}+\cdots+\underbrace{\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2(2k-1)}}_{\frac{1}{2(2k-1)}}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$=\frac{1}{2\cdot 1}-\frac{1}{2\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}-\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{2\cdot 5}-\frac{1}{2\cdot 6}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

# Rady a komutatívnosť

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots = \ln 2.$$

**Vymeníme poradie členov:**

Postupne spočítavame jeden nepárny člen a dva párne členy, t. j.

$$\underbrace{1-\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}}-\frac{1}{4}+\underbrace{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}}-\frac{1}{8}+\underbrace{\frac{1}{5}-\frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}}-\frac{1}{12}+\cdots+\underbrace{\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2(2k-1)}}_{\frac{1}{2(2k-1)}}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$=\frac{1}{2\cdot 1}-\frac{1}{2\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}-\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{2\cdot 5}-\frac{1}{2\cdot 6}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\cdots+\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k}+\cdots\right)$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}=\frac{1}{2}\ln 2$$ dostali sme iný súčet

# Rady a komutatívnosť

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots=\ln 2.$$

**Vymeníme poradie členov:**

Postupne spočítavame jeden nepárny člen a dva párne členy, t. j.

$$\underbrace{1-\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}}-\frac{1}{4}+\underbrace{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}}-\frac{1}{8}+\underbrace{\frac{1}{5}-\frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}}-\frac{1}{12}+\cdots+\underbrace{\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2(2k-1)}}_{\frac{1}{2(2k-1)}}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$=\frac{1}{2\cdot 1}-\frac{1}{2\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}-\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{2\cdot 5}-\frac{1}{2\cdot 6}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$=\frac{1}{2}\Big(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\cdots+\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k}+\cdots\Big)$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}=\frac{1}{2}\ln 2,$$ t. j. dostali sme iný súčet.

# Rady a komutatívnosť

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots=\ln 2.$$

**Vymeníme poradie členov:**

Postupne spočítavame jeden nepárny člen a dva párne členy, t. j.

$$\underbrace{1-\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}}-\frac{1}{4}+\underbrace{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}}-\frac{1}{8}+\underbrace{\frac{1}{5}-\frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}}-\frac{1}{12}+\cdots+\underbrace{\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2(2k-1)}}_{\frac{1}{2(2k-1)}}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$=\frac{1}{2\cdot 1}-\frac{1}{2\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}-\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{2\cdot 5}-\frac{1}{2\cdot 6}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$=\frac{1}{2}\Big(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\cdots+\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k}+\cdots\Big)$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}=\frac{1}{2}\ln 2,$$ t. j. dostali sme iný súčet.