# Matematická analýza 1

## 2018/2019

## 4. Reálne funkcie

beerb@frcatel.fri.uniza.sk 

# Obsah

# Reálne funkcie reálnej premennej

**Funkcia $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:**

# Reálne funkcie reálnej premennej

Funkcia $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$

Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$

# Reálne funkcie reálnej premennej

**Funkcia $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:**

Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. ak $D(f) \subset R$.

Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. ak $H(f) \subset R$.

# Reálne funkcie reálnej premennej

**Funkcia $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:**

Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. ak $D(f) \subset R$.

Množina $D(f)$ sa nazýva definičný obor funkcie,

Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. ak $H(f) \subset R$.

Množina $H(f)$ sa nazýva obor hodnôt funkcie,

# Reálne funkcie reálnej premennej

Funkcia $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. ak $D(f) \subset R$.

Množina $D(f)$ sa nazýva definičný obor funkcie,
$x \in D(f)$ sa nazýva nezávislá premenná (vzor).

Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. ak $H(f) \subset R$.

Množina $H(f)$ sa nazýva obor hodnôt funkcie,
$f(x) \in H(f)$ sa nazýva závislá premenná (funkčná hodnota, obraz).

# Reálne funkcie reálnej premennej

**Funkcia $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:**

Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. ak $D(f) \subset R$.

Množina $D(f)$ sa nazýva definičný obor funkcie,

$x \in D(f)$ sa nazýva nezávislá premenná (vzor).

Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. ak $H(f) \subset R$.

Množina $H(f)$ sa nazýva obor hodnôt funkcie,

$f(x) \in H(f)$ sa nazýva závislá premenná (funkčná hodnota, obraz).

**Množina $\{[x; y] \in R^2 ; x \in D(f),\ y = f(x)\}$ sa nazýva graf funkcie $f$.**

# Reálne funkcie reálnej premennej

**Funkcia $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:**

Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. ak $D(f) \subset R$.

Množina $D(f)$ sa nazýva definičný obor funkcie,

$x \in D(f)$ sa nazýva nezávislá premenná (vzor).

Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. ak $H(f) \subset R$.

Množina $H(f)$ sa nazýva obor hodnôt funkcie,

$f(x) \in H(f)$ sa nazýva závislá premenná (funkčná hodnota, obraz).

**Množina $\{[x; y] \in R^2 ; x \in D(f), \ y = f(x)\}$ sa nazýva graf funkcie $f$.**

Funkciu $f$ tvoria usporiadané dvojice $[x; f(x)]$, takže ju môžeme v rovine $R^2$ zobraziť ako množinu bodov s týmito súradnicami.

# Reálne funkcie reálnej premennej

## Funkcie $f$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

# Reálne funkcie reálnej premennej

**Funkcie $f$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:**

Explicitne predpisom $y = f(x)$.

# Reálne funkcie reálnej premennej

## Funkcie $f$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

Explicitne predpisom $y = f(x)$.

Parametricky pomocnými funkciam $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$, $t \in J$, $J \subset R$.

# Reálne funkcie reálnej premennej

**Funkcie $f$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:**

Explicitne predpisom $y = f(x)$.

Parametricky pomocnými funkciam $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$, $t \in J$, $J \subset R$.

Implicitne rovnicou $F(x, y) = 0$ a podmienkami pre $x$, $y$.

# Reálne funkcie reálnej premennej

## Funkcie $f$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

Explicitne predpisom $y = f(x)$.

Napr. funkciu $y=|x|$, $x \in R$ môžeme tiež definovať:

Parametricky pomocnými funkciam $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$, $t \in J$, $J \subset R$.

Napr. funkciu $y=|x|$, $x \in R$ môžeme parametricky definovať:

Implicitne rovnicou $F(x, y) = 0$ a podmienkami pre $x$, $y$.

Napr. funkciu $y=|x|$, $x \in R$ môžeme implicitne definovať:

# Reálne funkcie reálnej premennej

## Funkcie $f$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

Explicitne predpisom $y = f(x)$.

Napr. funkciu $y=|x|$, $x \in R$ môžeme tiež definovať:
$y = \sqrt{x^2}$, $x \in R$,

Parametricky pomocnými funkciam $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$, $t \in J$, $J \subset R$.

Napr. funkciu $y=|x|$, $x \in R$ môžeme parametricky definovať:
$x = t$, $t \in R$,
$y = |t|$,

Implicitne rovnicou $F(x, y) = 0$ a podmienkami pre $x$, $y$.

Napr. funkciu $y=|x|$, $x \in R$ môžeme implicitne definovať:
$y^2 - x^2 = 0$, $y \geq 0$,

# Reálne funkcie reálnej premennej

## Funkcie $f$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

Explicitne predpisom $y = f(x)$.

Napr. funkciu $y=|x|$, $x\in R$ môžeme tiež definovať:

$y = \sqrt{x^2}$, $x \in R$, resp. $y = \max\{-x, x\}$,

Parametricky pomocnými funkciam $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$, $t \in J$, $J \subset R$.

Napr. funkciu $y=|x|$, $x\in R$ môžeme parametricky definovať:

$x = t$, $t \in R$, $y = |t|$, resp. $x = t$, $t \in R$, $y = \sqrt{t^2}$,

Implicitne rovnicou $F(x, y) = 0$ a podmienkami pre $x$, $y$.

Napr. funkciu $y=|x|$, $x\in R$ môžeme implicitne definovať:

$y^2 - x^2 = 0$, $y \geq 0$, resp. $y - |x| = 0$,

# Reálne funkcie reálnej premennej

## Funkcie $f$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

Explicitne predpisom $y = f(x)$.

Napr. funkciu $y=|x|$, $x\in R$ môžeme tiež definovať:

$$y = \sqrt{x^2},\ x\in R, \quad \text{resp.} \quad y = \max\{-x, x\}, \quad \text{resp.} \quad y = \begin{cases} -x & \text{pre } x < 0, \\ x & \text{pre } x \geq 0. \end{cases}$$

Parametricky pomocnými funkciam $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$, $t\in J$, $J \subset R$.

Napr. funkciu $y=|x|$, $x\in R$ môžeme parametricky definovať:

$$\begin{aligned} x &= t,\ t\in R, \\ y &= |t|, \end{aligned} \quad \text{resp.} \quad \begin{aligned} x &= t,\ t\in R, \\ y &= \sqrt{t^2}, \end{aligned} \quad \text{resp.} \quad \begin{aligned} x &= t^3,\ t\in R. \\ y &= \left|t^3\right|, \end{aligned}$$

Implicitne rovnicou $F(x, y) = 0$ a podmienkami pre $x$, $y$.

Napr. funkciu $y=|x|$, $x\in R$ môžeme implicitne definovať:

$$y^2 - x^2 = 0,\ y \geq 0, \quad \text{resp.} \quad y - |x| = 0, \quad \text{resp.} \quad y - \sqrt{x^2} = 0.$$

# Operácie s funkciami

**Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...**

# Operácie s funkciami

## Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

$\forall x \in D(f)$ definujeme $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$,

# Operácie s funkciami

**Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...**

$\forall x \in D(f)$ definujeme $\quad (f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x), \quad (fg)(x) = f(x) \cdot g(x),$

# Operácie s funkciami

**Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .**

$\forall x \in D(f)$ definujeme $\quad (f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x), \quad (fg)(x) = f(x) \cdot g(x),$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)},$$

# Operácie s funkciami

**Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...**

$\forall x \in D(f)$ definujeme $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$, $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$,

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, \quad |f|(x) = |f(x)|,$$

# Operácie s funkciami

**Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...**

$\forall x \in D(f)$ definujeme $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$, $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$,

$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, $|f|(x) = |f(x)|$, $f^n(x) = \left[f(x)\right]^n$ pre $n \in N$.

# Operácie s funkciami

**Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...**

$\forall x \in D(f)$ definujeme $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$, $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$,

$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, $|f|(x) = |f(x)|$, $f^n(x) = \left[f(x)\right]^n$ pre $n \in N$.

**Funkcia $y = h(x)$, $x \in A$ sa nazýva zúžením (reštrikciou) funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ na množinu $A \subset D(f)$,**

# Operácie s funkciami

**Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...**

$\forall x \in D(f)$ definujeme $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$, $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$,

$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, $|f|(x) = |f(x)|$, $f^n(x) = [f(x)]^n$ pre $n \in N$.

**Funkcia $y = h(x)$, $x \in A$ sa nazýva zúžením (reštrikciou) funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ na množinu $A \subset D(f)$,**

ak pre všetky $x \in A$ platí $h(x) = f(x)$, ozn. $h = f|_A$, $h(x) = f(x)|_A$.

# Operácie s funkciami

**Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...**

$\forall x \in D(f)$ definujeme $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$, $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$,

$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, $|f|(x) = |f(x)|$, $f^n(x) = [f(x)]^n$ pre $n \in N$.

**Funkcia $y = h(x)$, $x \in A$ sa nazýva zúžením (reštrikciou) funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ na množinu $A \subset D(f)$,**

ak pre všetky $x \in A$ platí $h(x) = f(x)$, ozn. $h = f|_A$, $h(x) = f(x)|_A$.

Pre Dirichletovu funkciu $\chi(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in Q, \\ 0 & \text{pre } x \in I \end{cases}$

# Operácie s funkciami

**Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...**

$\forall x \in D(f)$ definujeme $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$, $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$,

$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, $|f|(x) = |f(x)|$, $f^n(x) = \left[f(x)\right]^n$ pre $n \in N$.

**Funkcia $y = h(x)$, $x \in A$ sa nazýva zúžením (reštrikciou) funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ na množinu $A \subset D(f)$,**

ak pre všetky $x \in A$ platí $h(x) = f(x)$, ozn. $h = f|_A$, $h(x) = f(x)|_A$.

Pre Dirichletovu funkciu $\chi(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in Q, \\ 0 & \text{pre } x \in I \end{cases}$

platí $\chi(x)|_Q$: $y = 1$, $x \in Q$,

# Operácie s funkciami

**Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .**

$\forall x \in D(f)$ definujeme $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$, $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$,

$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, $|f|(x) = |f(x)|$, $f^n(x) = \left[f(x)\right]^n$ pre $n \in N$.

**Funkcia $y = h(x)$, $x \in A$ sa nazýva zúžením (reštrikciou) funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ na množinu $A \subset D(f)$,**

ak pre všetky $x \in A$ platí $h(x) = f(x)$, ozn. $h = f|_A$, $h(x) = f(x)|_A$.

Pre Dirichletovu funkciu $\chi(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in Q, \\ 0 & \text{pre } x \in I \end{cases}$

platí $\chi(x)|_Q$: $y = 1$, $x \in Q$, resp. $\chi(x)|_I$: $y = 0$, $x \in R - Q$.

# Operácie s funkciami

**Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .**

$\forall x \in D(f)$ definujeme $\quad (f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x), \quad (fg)(x) = f(x) \cdot g(x),$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, \quad |f|(x) = |f(x)|, \quad f^n(x) = \left[f(x)\right]^n \text{ pre } n \in N.$$

**Funkcia $y = h(x)$, $x \in A$ sa nazýva zúžením (reštrikciou) funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ na množinu $A \subset D(f)$,**

ak pre všetky $x \in A$ platí $h(x) = f(x)$, ozn. $h = f|_A$, $h(x) = f(x)|_A$.

Pre Dirichletovu funkciu $\chi(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in Q, \\ 0 & \text{pre } x \in I \end{cases}$

platí $\chi(x)|_Q$: $y = 1$, $x \in Q$, resp. $\chi(x)|_I$: $y = 0$, $x \in R - Q$.

Pre funkcie $f$: $y = x^2$, $x \in R$, $g$: $y = x^2$, $x \in \langle 0; 2\rangle$

# Operácie s funkciami

**Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...**

$\forall x \in D(f)$ definujeme $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$, $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$,

$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, $|f|(x) = |f(x)|$, $f^n(x) = \left[f(x)\right]^n$ pre $n \in N$.

**Funkcia $y = h(x)$, $x \in A$ sa nazýva zúžením (reštrikciou) funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ na množinu $A \subset D(f)$,**

ak pre všetky $x \in A$ platí $h(x) = f(x)$, ozn. $h = f|_A$, $h(x) = f(x)|_A$.

Pre Dirichletovu funkciu $\chi(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in Q, \\ 0 & \text{pre } x \in I \end{cases}$

platí $\chi(x)|_Q$: $y=1$, $x \in Q$, resp. $\chi(x)|_I$: $y=0$, $x \in R-Q$.

Pre funkcie $f$: $y = x^2$, $x \in R$, $g$: $y = x^2$, $x \in \langle 0; 2\rangle$ platí $g = f|_{\langle 0;2\rangle}$.

# Lokálne a globálne vlastnosti funkcií

**Funkcie $f$ a $g$ sa rovnajú,** ozn. $f = g$,

ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.

**Funkcie $f$ a $g$ sa rovnajú na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$,**

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = g(x)$.

# Lokálne a globálne vlastnosti funkcií

**Funkcie $f$ a $g$ sa rovnajú,** ozn. $f = g$,

ak $D(f) = D(g)$

**Funkcie $f$ a $g$ sa rovnajú na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$,**

# Lokálne a globálne vlastnosti funkcií

**Funkcie $f$ a $g$ sa rovnajú,** ozn. $f = g$,

ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.

**Funkcie $f$ a $g$ sa rovnajú na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$,**

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = g(x)$.

# Lokálne a globálne vlastnosti funkcií

**Funkcie $f$ a $g$ sa rovnajú,** ozn. $f = g$,

ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.

**Funkcie $f$ a $g$ sa rovnajú na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$,**

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = g(x)$.

Pre funkcie $f\colon\ y = 1$, $g\colon\ y = \frac{x}{x}$ platí:

# Lokálne a globálne vlastnosti funkcií

**Funkcie $f$ a $g$ sa rovnajú,** ozn. $f = g$,

ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.

**Funkcie $f$ a $g$ sa rovnajú na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$,**

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = g(x)$.

Pre funkcie $f\colon\ y = 1$, $g\colon\ y = \frac{x}{x}$ platí:

$f \neq g$, pretože $D(f) = R$, $D(g) = R - \{0\}$, $D(f) \neq D(g)$,

# Lokálne a globálne vlastnosti funkcií

**Funkcie $f$ a $g$ sa rovnajú,** ozn. $f = g$,

ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.

**Funkcie $f$ a $g$ sa rovnajú na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$,**

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = g(x)$.

Pre funkcie $f\colon\ y = 1$, $g\colon\ y = \frac{x}{x}$ platí:

$f \neq g$, pretože $D(f) = R$, $D(g) = R - \{0\}$, $D(f) \neq D(g)$,

$f = g$ na množine $R - \{0\}$, pretože pre všetky $x \neq 0$ platí $1 = \frac{x}{x}$.

# Lokálne a globálne vlastnosti funkcií

**Funkcie $f$ a $g$ sa rovnajú,** ozn. $f = g$,

ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.

**Funkcie $f$ a $g$ sa rovnajú na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$,**

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = g(x)$.

Pre funkcie $f\colon\ y = 1$, $g\colon\ y = \frac{x}{x}$ platí:

$f \neq g$, pretože $D(f) = R$, $D(g) = R - \{0\}$, $D(f) \neq D(g)$,

$f = g$ na množine $R - \{0\}$, pretože pre všetky $x \neq 0$ platí $1 = \frac{x}{x}$.

**Ak nejaká vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ platí:**

# Lokálne a globálne vlastnosti funkcií

**Funkcie $f$ a $g$ sa rovnajú,** ozn. $f = g$,

ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.

**Funkcie $f$ a $g$ sa rovnajú na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$,**

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = g(x)$.

Pre funkcie $f\colon\ y = 1$, $g\colon\ y = \frac{x}{x}$ platí:

$f \neq g$, pretože $D(f) = R$, $D(g) = R - \{0\}$, $D(f) \neq D(g)$,

$f = g$ na množine $R - \{0\}$, pretože pre všetky $x \neq 0$ platí $1 = \frac{x}{x}$.

**Ak nejaká vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ platí:**

- pre všetky $x \in A$, kde $A \subset D(f)$, nazýva sa lokálna vlastnosť na $A$,

# Lokálne a globálne vlastnosti funkcií

**Funkcie $f$ a $g$ sa rovnajú,** ozn. $f = g$,

ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.

**Funkcie $f$ a $g$ sa rovnajú na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$,**

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = g(x)$.

Pre funkcie $f\colon\ y = 1$, $g\colon\ y = \frac{x}{x}$ platí:

$f \neq g$, pretože $D(f) = R$, $D(g) = R - \{0\}$, $D(f) \neq D(g)$,

$f = g$ na množine $R - \{0\}$, pretože pre všetky $x \neq 0$ platí $1 = \frac{x}{x}$.

**Ak nejaká vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ platí:**

- pre všetky $x \in A$, kde $A \subset D(f)$, nazýva sa lokálna vlastnosť na $A$,
- pre všetky $x \in D(f)$, nazýva sa globálna vlastnosť, t. j. na $D(f)$.

# Ohraničenosť funkcie

**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva:**

# Ohraničenosť funkcie

## Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva:

Ohraničená zhora, ak $\exists M \in R$ také, že $\forall x \in D(f)$ platí $f(x) \leq M$.

Neohraničená zhora, ak nie je ohraničená zhora.

# Ohraničenosť funkcie

**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva:**

Ohraničená zhora, ak $\exists M \in R$ také, že $\forall x \in D(f)$ platí $f(x) \leq M$.

Ohraničená zdola, ak $\exists m \in R$ také, že $\forall x \in D(f)$ platí $m \leq f(x)$.

Neohraničená zhora, ak nie je ohraničená zhora.

Neohraničená zdola, ak nie je ohraničená zdola.

# Ohraničenosť funkcie

**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva:**

Ohraničená zhora, ak $\exists M \in R$ také, že $\forall x \in D(f)$ platí $f(x) \leq M$.

Ohraničená zdola, ak $\exists m \in R$ také, že $\forall x \in D(f)$ platí $m \leq f(x)$.

Ohraničená, ak je ohraničená zhora a ohraničená zdola,

Neohraničená zhora, ak nie je ohraničená zhora.

Neohraničená zdola, ak nie je ohraničená zdola.

Neohraničená, ak je neohraničená zhora alebo neohraničená zdola.

# Ohraničenosť funkcie

## Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva:

Ohraničená zhora, ak $\exists M \in R$ také, že $\forall x \in D(f)$ platí $f(x) \leq M$.

Ohraničená zdola, ak $\exists m \in R$ také, že $\forall x \in D(f)$ platí $m \leq f(x)$.

Ohraničená, ak je ohraničená zhora a ohraničená zdola,

t. j. ak $\exists m, M \in R$ také, že $\forall x \in D(f)$ platí $m \leq f(x) \leq M$,

Neohraničená zhora, ak nie je ohraničená zhora.

Neohraničená zdola, ak nie je ohraničená zdola.

Neohraničená, ak je neohraničená zhora alebo neohraničená zdola.

# Ohraničenosť funkcie

**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva:**

Ohraničená zhora, ak $\exists M \in R$ také, že $\forall x \in D(f)$ platí $f(x) \leq M$.

Ohraničená zdola, ak $\exists m \in R$ také, že $\forall x \in D(f)$ platí $m \leq f(x)$.

Ohraničená, ak je ohraničená zhora a ohraničená zdola,

t. j. ak $\exists m, M \in R$ také, že $\forall x \in D(f)$ platí $m \leq f(x) \leq M$,

resp. ak $\exists M \in R$ také, že $\forall x \in D(f)$ platí $|f(x)| \leq M$.

Neohraničená zhora, ak nie je ohraničená zhora.

Neohraničená zdola, ak nie je ohraničená zdola.

Neohraničená, ak je neohraničená zhora alebo neohraničená zdola.

# Extrémy funkcie

$y = f(x)$, $x \in D(f)$, $A \subset D(f)$ je množina, potom:

# Extrémy funkcie

**$y = f(x)$, $x \in D(f)$, $A \subset D(f)$ je množina, potom:**

$\sup f(x) = \sup H(f) = \sup\{f(x), x \in D(f)\}$ suprémum $f$

$\max f(x) = \max H(f) = \max\{f(x), x \in D(f)\}$ maximum $f$

$\max\limits_{x \in A} f(x) = \max f(A) = \max\{f(x), x \in A\}$ lokálne maximum $f$ na množine $A$

# Extrémy funkcie

## $y = f(x)$, $x \in D(f)$, $A \subset D(f)$ je množina, potom:

$\inf f(x) = \inf H(f) = \inf \{f(x), x \in D(f)\}$ infimum $f$

$\min f(x) = \min H(f) = \min \{f(x), x \in D(f)\}$ minimum $f$

$\min\limits_{x \in A} f(x) = \min f(A) = \min \{f(x), x \in A\}$ lokálne minimum $f$ na množine $A$.

# Extrémy funkcie

**$y=f(x)$, $x\in D(f)$, $A\subset D(f)$ je množina, potom:**

$\sup f(x)=\sup H(f)=\sup\{f(x), x\in D(f)\}$ suprémum $f$

$\inf f(x)=\inf H(f)=\inf\{f(x), x\in D(f)\}$ infimum $f$

$\max f(x)=\max H(f)=\max\{f(x), x\in D(f)\}$ maximum $f$

$\min f(x)=\min H(f)=\min\{f(x), x\in D(f)\}$ minimum $f$

$\Big\}$ globálne extrémy

$\max\limits_{x\in A} f(x)=\max f(A)=\max\{f(x), x\in A\}$ lokálne maximum $f$ na množine $A$

$\min\limits_{x\in A} f(x)=\min f(A)=\min\{f(x), x\in A\}$ lokálne minimum $f$ na množine $A$.

# Extrémy funkcie

$y = f(x)$, $x \in D(f)$, $A \subset D(f)$ je množina, potom:

$\sup f(x) = \sup H(f) = \sup \{f(x), x \in D(f)\}$ suprémum $f$

$\inf f(x) = \inf H(f) = \inf \{f(x), x \in D(f)\}$ infimum $f$

$\max f(x) = \max H(f) = \max \{f(x), x \in D(f)\}$ maximum $f$

$\min f(x) = \min H(f) = \min \{f(x), x \in D(f)\}$ minimum $f$

$$\left.\begin{array}{ll} \max\limits_{x \in A} f(x) = \max f(A) = \max \{f(x), x \in A\} & \text{lokálne maximum } f \text{ na množine } A \\ \min\limits_{x \in A} f(x) = \min f(A) = \min \{f(x), x \in A\} & \text{lokálne minimum } f \text{ na množine } A. \end{array}\right\} \text{lokálne extrémy na } A$$

# Extrémy funkcie

$y = f(x)$, $x \in D(f)$, $A \subset D(f)$ je množina, potom:

$\sup f(x) = \sup H(f) = \sup \{f(x), x \in D(f)\}$ suprémum $f$

$\inf f(x) = \inf H(f) = \inf \{f(x), x \in D(f)\}$ infimum $f$

$\max f(x) = \max H(f) = \max \{f(x), x \in D(f)\}$ maximum $f$

$\min f(x) = \min H(f) = \min \{f(x), x \in D(f)\}$ minimum $f$

globálne extrémy

$\max\limits_{x \in A} f(x) = \max f(A) = \max \{f(x), x \in A\}$ lokálne maximum $f$ na množine $A$

$\min\limits_{x \in A} f(x) = \min f(A) = \min \{f(x), x \in A\}$ lokálne minimum $f$ na množine $A$.

lokálne extrémy na $A$

# Extrémy funkcie

**$y = f(x)$, $x \in D(f)$, $A \subset D(f)$ je množina, potom:**

$\sup f(x) = \sup H(f) = \sup \{f(x), x \in D(f)\}$ — suprémum $f$

$\inf f(x) = \inf H(f) = \inf \{f(x), x \in D(f)\}$ — infimum $f$

$\max f(x) = \max H(f) = \max \{f(x), x \in D(f)\}$ — maximum $f$

$\min f(x) = \min H(f) = \min \{f(x), x \in D(f)\}$ — minimum $f$

} globálne extrémy

$\max\limits_{x \in A} f(x) = \max f(A) = \max \{f(x), x \in A\}$ — lokálne maximum $f$ na množine $A$

$\min\limits_{x \in A} f(x) = \min f(A) = \min \{f(x), x \in A\}$ — lokálne minimum $f$ na množine $A$.

} lokálne extrémy na $A$

**Maximum $\max f(x) = f(c)$ je hodnota funkcie $f$ v bode $c \in D(f)$,**

# Extrémy funkcie

**$y = f(x)$, $x \in D(f)$, $A \subset D(f)$ je množina, potom:**

$\sup f(x) = \sup H(f) = \sup \{f(x), x \in D(f)\}$ suprémum $f$

$\inf f(x) = \inf H(f) = \inf \{f(x), x \in D(f)\}$ infimum $f$

$$\left.\begin{array}{ll} \max f(x) = \max H(f) = \max \{f(x), x \in D(f)\} & \text{maximum } f \\ \min f(x) = \min H(f) = \min \{f(x), x \in D(f)\} & \text{minimum } f \end{array}\right\} \text{globálne extrémy}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \max\limits_{x \in A} f(x) = \max f(A) = \max \{f(x), x \in A\} & \text{lokálne maximum } f \text{ na množine } A \\ \min\limits_{x \in A} f(x) = \min f(A) = \min \{f(x), x \in A\} & \text{lokálne minimum } f \text{ na množine } A. \end{array}\right\} \text{lokálne extrémy na } A$$

**Maximum $\max f(x) = f(c)$ je hodnota funkcie $f$ v bode $c \in D(f)$,**

$c \in D(f)$ je bod, v ktorom funkcia $f$ maximum nadobúda.

# Monotónnosť funkcie

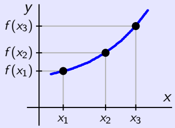
**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva:**

# Monotónnosť funkcie

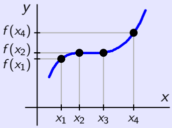
## Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva:

Rastúca, ak $\forall x_1, x_2 \in D(f)$, $x_1 < x_2$ platí $f(x_1) < f(x_2)$.

Neklesajúca, ak $\forall x_1, x_2 \in D(f)$, $x_1 < x_2$ platí $f(x_1) \leq f(x_2)$.




(ostro) rastúca



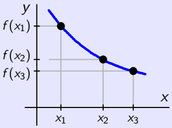

neklesajúca

# Monotónnosť funkcie

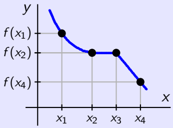
## Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva:

**Klesajúca**, ak $\forall x_1, x_2 \in D(f)$ platí $x_1 < x_2 \quad f(x_1) > f(x_2)$.

**Nerastúca**, ak $\forall x_1, x_2 \in D(f)$ platí $x_1 < x_2 \quad f(x_1) \geq f(x_2)$.




(ostro) klesajúca

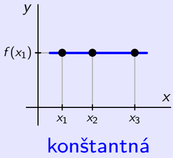



nerastúca

# Monotónnosť funkcie

Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva:

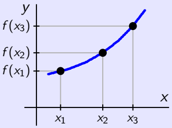
Stacionárna (konštantná), ak $\forall x_1, x_2 \in D(f)$ platí $f(x_1) = f(x_2)$.



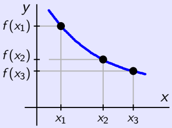
# Monotónnosť funkcie

## Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Rastúca, | ak $\forall x_1, x_2 \in D(f)$ platí | $f(x_1) < f(x_2)$. | rýdzo (ostro) monotónna |
| Klesajúca, | $x_1 < x_2$ | $f(x_1) > f(x_2)$. | |




(ostro) rastúca




(ostro) klesajúca

# Monotónnosť funkcie

**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva:**

Rastúca, ak $\forall x_1, x_2 \in D(f)$, $x_1 < x_2$ platí $f(x_1) < f(x_2)$.

Klesajúca, ak $\forall x_1, x_2 \in D(f)$, $x_1 < x_2$ platí $f(x_1) > f(x_2)$.

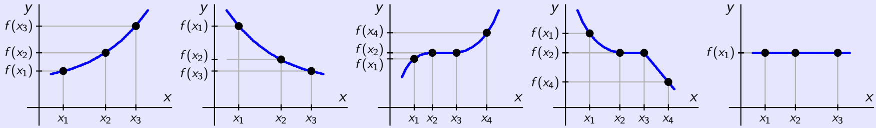
(Rastúca a klesajúca: rýdzo (ostro) monotónna)

Neklesajúca, ak $\forall x_1, x_2 \in D(f)$, $x_1 < x_2$ platí $f(x_1) \leq f(x_2)$.

Nerastúca, ak $\forall x_1, x_2 \in D(f)$, $x_1 < x_2$ platí $f(x_1) \geq f(x_2)$.

Stacionárna (konštantná), ak $\forall x_1, x_2 \in D(f)$ platí $f(x_1) = f(x_2)$.

(Všetky: monotónna)




(ostro) rastúca | (ostro) klesajúca | neklesajúca | nerastúca | konštantná

# Párna a nepárna funkcia

**Funkcia $f$ je rýdzo monotónna, t. j. rastúca alebo klesajúca,**

potom je funkcia $f$ prostá.

# Párna a nepárna funkcia

**Funkcia $f$ je rýdzo monotónna, t. j. rastúca alebo klesajúca,**

potom je funkcia $f$ prostá.

**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva:**

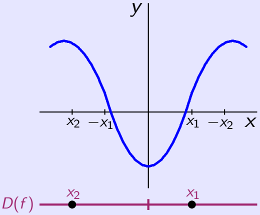
# Párna a nepárna funkcia

**Funkcia $f$ je rýdzo monotónna, t. j. rastúca alebo klesajúca,**

potom je funkcia $f$ prostá.

**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva:**

Párna, ak $\forall x \in D(f)$




párna funkcia

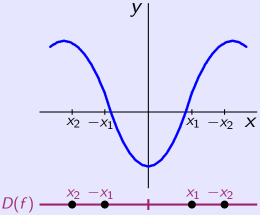
# Párna a nepárna funkcia

**Funkcia $f$ je rýdzo monotónna, t. j. rastúca alebo klesajúca,**

potom je funkcia $f$ prostá.

**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva:**

Párna, ak $\forall x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$




párna funkcia

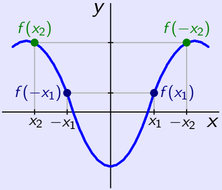
# Párna a nepárna funkcia

**Funkcia $f$ je rýdzo monotónna, t. j. rastúca alebo klesajúca,**

potom je funkcia $f$ prostá.

**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva:**

Párna, ak $\forall x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše platí $f(-x) = f(x)$.




párna funkcia

# Párna a nepárna funkcia

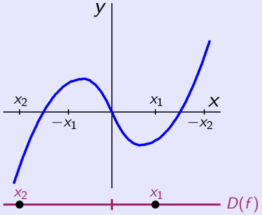
**Funkcia $f$ je rýdzo monotónna, t. j. rastúca alebo klesajúca,**

potom je funkcia $f$ prostá.

**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva:**

ak $\forall x \in D(f)$

Nepárna,




nepárna funkcia

# Párna a nepárna funkcia

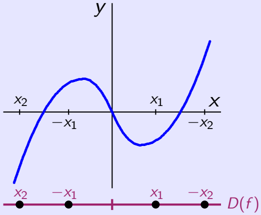
**Funkcia $f$ je rýdzo monotónna, t. j. rastúca alebo klesajúca,**

potom je funkcia $f$ prostá.

**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva:**

ak $\forall x \in D(f)$ platí

Nepárna, $-x \in D(f)$




nepárna funkcia

# Párna a nepárna funkcia

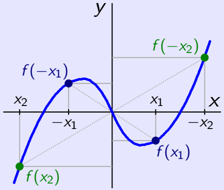
**Funkcia $f$ je rýdzo monotónna, t. j. rastúca alebo klesajúca,**

potom je funkcia $f$ prostá.

**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva:**

ak $\forall x \in D(f)$ platí a navyše platí

Nepárna, $-x \in D(f)$ $f(-x) = -f(x)$.




nepárna funkcia

# Párna a nepárna funkcia

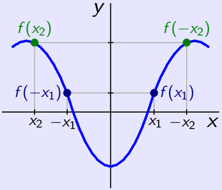
**Funkcia $f$ je rýdzo monotónna, t. j. rastúca alebo klesajúca,**

potom je funkcia $f$ prostá.

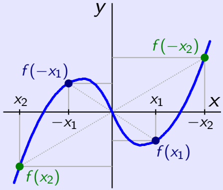
**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva:**

Párna, ak $\forall x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše platí $f(-x) = f(x)$.

Nepárna, $-x \in D(f)$ $f(-x) = -f(x)$.




párna funkcia




nepárna funkcia

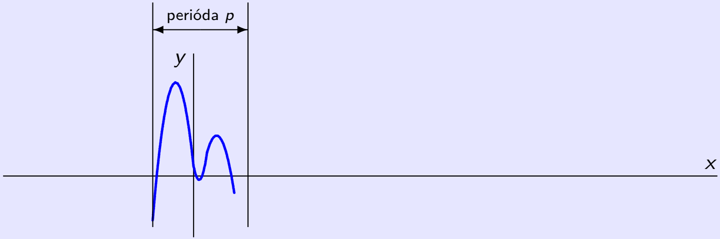
# Periodická funkcia

Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva periodická,

# Periodická funkcia

**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva periodická,**

ak existuje číslo $p \in R$, $p \neq 0$, tzv. perióda, také že:

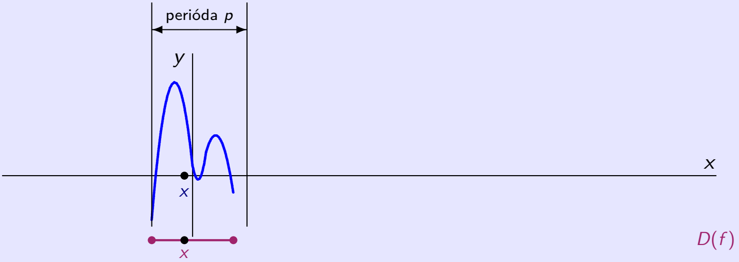


# Periodická funkcia

Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva periodická,

ak existuje číslo $p \in R$, $p \neq 0$, tzv. perióda, také že:

$x \in D(f)$

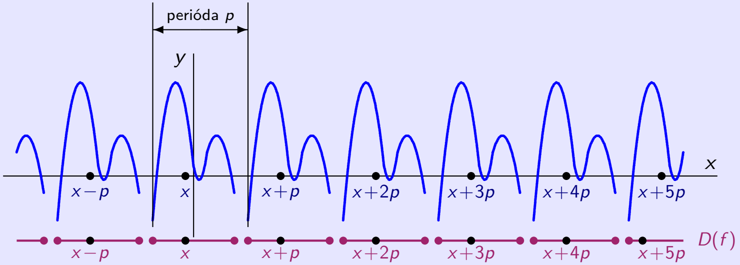


# Periodická funkcia

**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva periodická,**

ak existuje číslo $p \in R$, $p \neq 0$, tzv. perióda, také že:

$x \in D(f) \;\Leftrightarrow\; x+p \in D(f)$,

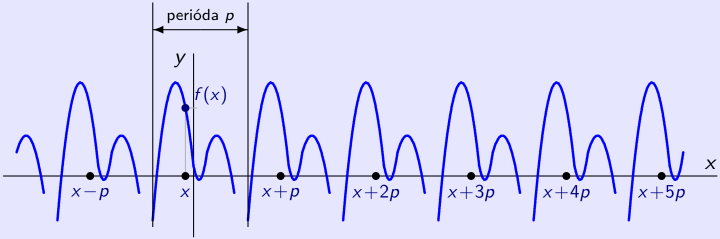


# Periodická funkcia

Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva **periodická**,

ak existuje číslo $p \in R$, $p \neq 0$, tzv. **perióda**, také že:

$$x \in D(f) \;\Leftrightarrow\; x+p \in D(f), \qquad \forall x \in D(f)$$

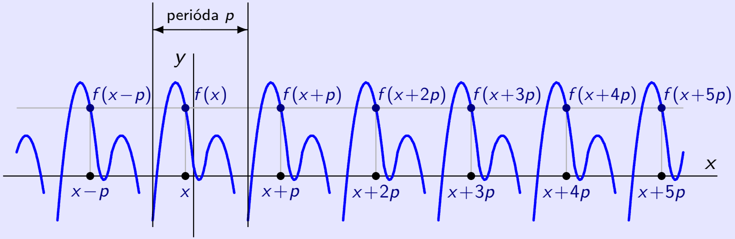


# Periodická funkcia

Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva periodická,

ak existuje číslo $p \in R$, $p \neq 0$, tzv. perióda, také že:

$$x \in D(f) \;\Leftrightarrow\; x+p \in D(f), \qquad \forall x \in D(f) \text{ platí } f(x) = f(x \pm p).$$

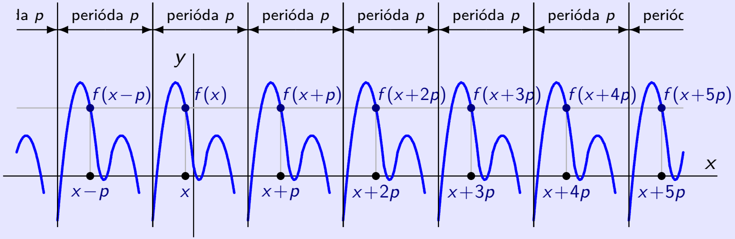


# Periodická funkcia

**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva periodická,**

ak existuje číslo $p \in R$, $p \neq 0$, tzv. perióda, také že:

$$x \in D(f) \;\Leftrightarrow\; x+p \in D(f), \qquad \forall x \in D(f) \text{ platí } f(x) = f(x \pm p).$$



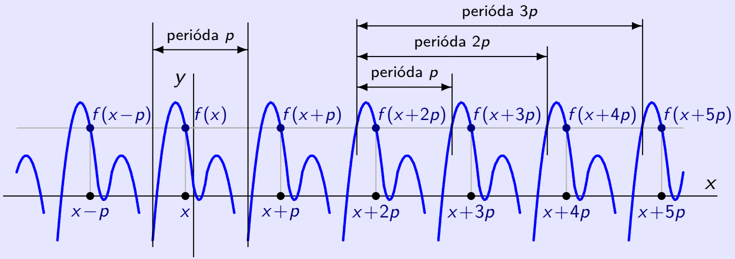
# Periodická funkcia

**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva periodická,**

ak existuje číslo $p \in R$, $p \neq 0$, tzv. perióda, také že:

$$x \in D(f) \;\Leftrightarrow\; x+p \in D(f), \qquad \forall x \in D(f) \text{ platí } f(x) = f(x \pm p).$$

Najmenšia kladná perióda $p > 0$ sa nazýva primitívna (základná).



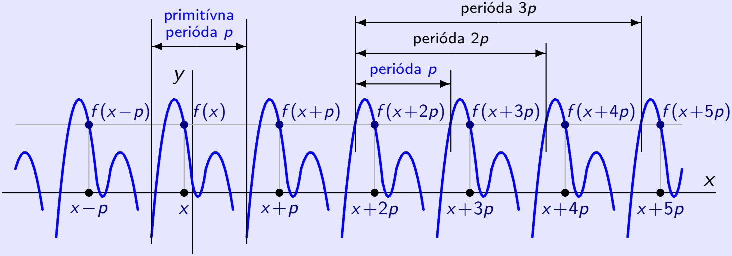
# Periodická funkcia

**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva periodická,**

ak existuje číslo $p \in R$, $p \neq 0$, tzv. perióda, také že:

$$x \in D(f) \;\Leftrightarrow\; x+p \in D(f), \qquad \forall x \in D(f) \text{ platí } f(x) = f(x \pm p).$$

Najmenšia kladná perióda $p > 0$ sa nazýva primitívna (základná).



# Konvexnosť a konkávnosť funkcie

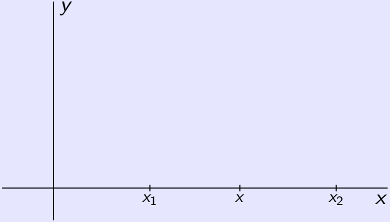
## Funkcia $y = f(x)$

# Konvexnosť a konkávnosť funkcie

## Funkcia $y = f(x)$

pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$

$x_1 < x < x_2$

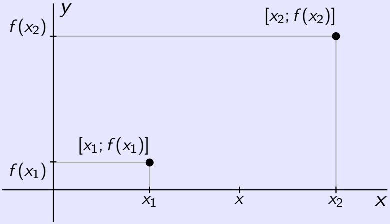


# Konvexnosť a konkávnosť funkcie

## Funkcia $y = f(x)$

pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$

$x_1 < x < x_2$

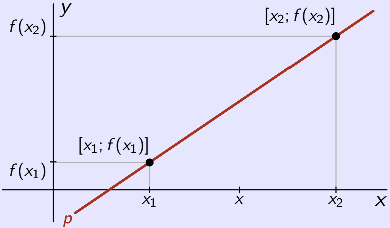


# Konvexnosť a konkávnosť funkcie

## Funkcia $y = f(x)$

pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$

$x_1 < x < x_2$




Priamka $p$ prechádza bodmi

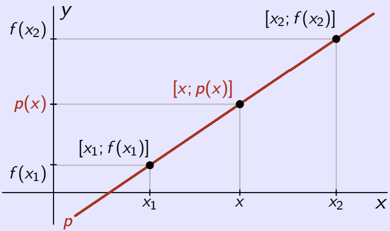
$[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.

# Konvexnosť a konkávnosť funkcie

## Funkcia $y = f(x)$

pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$

$$x_1 < x < x_2$$




Priamka $p$ prechádza bodmi

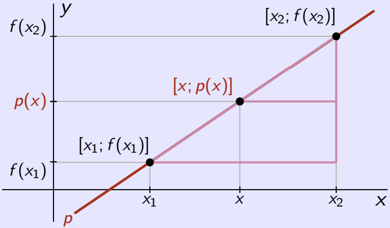
$$[x_1; f(x_1)],\ [x_2; f(x_2)].$$

# Konvexnosť a konkávnosť funkcie

## Funkcia $y = f(x)$

pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$

$x_1 < x < x_2$




Priamka $p$ prechádza bodmi

$[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.

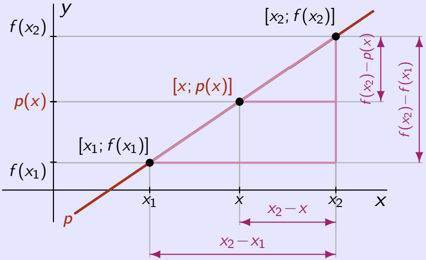
Trojuholníky sú podobné

# Konvexnosť a konkávnosť funkcie

## Funkcia $y = f(x)$

pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$

$x_1 < x < x_2$




Priamka $p$ prechádza bodmi

$$[x_1; f(x_1)],\ [x_2; f(x_2)].$$

Trojuholníky sú podobné

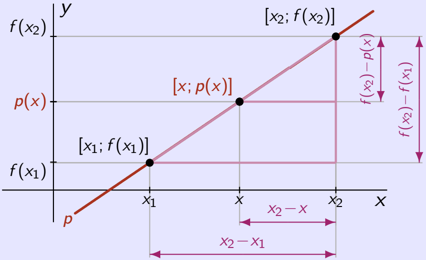
$$\Rightarrow \frac{f(x_2)-p(x)}{f(x_2)-f(x_1)} = \frac{x_2-x}{x_2-x_1}$$

# Konvexnosť a konkávnosť funkcie

## Funkcia $y = f(x)$

pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$

$x_1 < x < x_2$




Priamka $p$ prechádza bodmi

$$[x_1; f(x_1)],\ [x_2; f(x_2)].$$

Trojuholníky sú podobné

$$\Rightarrow\ \frac{f(x_2)-p(x)}{f(x_2)-f(x_1)} = \frac{x_2-x}{x_2-x_1}$$

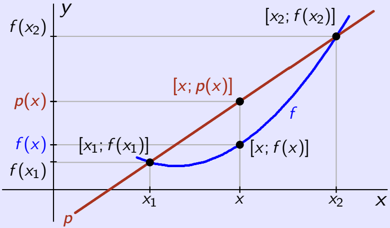
$$\Rightarrow\ p(x) = f(x_1)\frac{x_2-x}{x_2-x_1} + f(x_2)\frac{x-x_1}{x_2-x_1}.$$

# Konvexnosť a konkávnosť funkcie

**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:**

Konvexná, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí $f(x) \leq p(x)$,

Rýdzo (ostro) konvexná, platí $f(x) < p(x)$,




Priamka $p$ prechádza bodmi

$$[x_1; f(x_1)],\ [x_2; f(x_2)].$$

Trojuholníky sú podobné

$$\Rightarrow \frac{f(x_2)-p(x)}{f(x_2)-f(x_1)} = \frac{x_2-x}{x_2-x_1}$$

$$\Rightarrow p(x) = f(x_1)\frac{x_2-x}{x_2-x_1} + f(x_2)\frac{x-x_1}{x_2-x_1}.$$

# Konvexnosť a konkávnosť funkcie

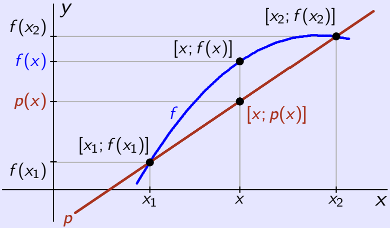
**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:**

ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí

Konkávna, $f(x) \geq p(x)$,

platí

Rýdzo (ostro) konkávna, $f(x) > p(x)$.




Priamka $p$ prechádza bodmi

$$[x_1; f(x_1)],\ [x_2; f(x_2)].$$

Trojuholníky sú podobné

$$\Rightarrow \frac{f(x_2) - p(x)}{f(x_2) - f(x_1)} = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1}$$

$$\Rightarrow p(x) = f(x_1)\frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2)\frac{x - x_1}{x_2 - x_1}.$$

# Konvexnosť a konkávnosť funkcie

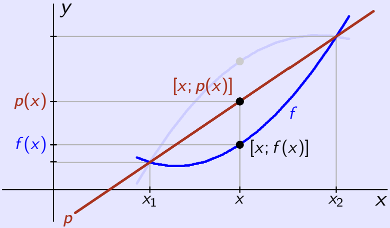
**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:**

Konvexná, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí $f(x) \leq p(x)$,

Konkávna, $f(x) \geq p(x)$,

Rýdzo (ostro) konvexná, platí $f(x) < p(x)$,

Rýdzo (ostro) konkávna, $f(x) > p(x)$.




Priamka $p$ prechádza bodmi

$$[x_1; f(x_1)],\ [x_2; f(x_2)].$$

Trojuholníky sú podobné

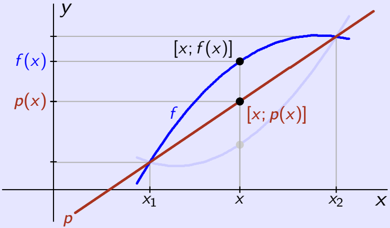
$$\Rightarrow \quad \frac{f(x_2)-p(x)}{f(x_2)-f(x_1)} = \frac{x_2-x}{x_2-x_1}$$

$$\Rightarrow \quad p(x) = f(x_1)\frac{x_2-x}{x_2-x_1} + f(x_2)\frac{x-x_1}{x_2-x_1}.$$

# Konvexnosť a konkávnosť funkcie

**Funkcia $y = f(x)$ sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:**

| | | | |
|---|---|---|---|
| Konvexná, | ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ | platí | $f(x) \leq p(x)$, |
| Konkávna, | | | $f(x) \geq p(x)$, |
| Rýdzo (ostro) konvexná, | | platí | $f(x) < p(x)$, |
| Rýdzo (ostro) konkávna, | | | $f(x) > p(x)$. |




Priamka $p$ prechádza bodmi

$$[x_1; f(x_1)],\ [x_2; f(x_2)].$$

Trojuholníky sú podobné

$$\Rightarrow \quad \frac{f(x_2)-p(x)}{f(x_2)-f(x_1)} = \frac{x_2-x}{x_2-x_1}$$

$$\Rightarrow \quad p(x) = f(x_1)\frac{x_2-x}{x_2-x_1} + f(x_2)\frac{x-x_1}{x_2-x_1}.$$

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

$y = f(x)$, $y = g(x)$, $\quad H(f) \subset D(g)$, potom

$y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$ sa nazýva zložená funkcia $f$ a $g$.

$f$ je vnútorná zložka, $g$ je vonkajšia zložka

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

**$y = f(x)$, $y = g(x)$, $\quad H(f) \subset D(g)$, potom**

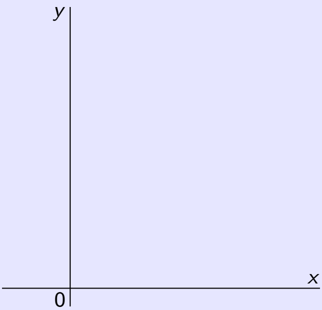
$y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$ sa nazýva zložená funkcia $f$ a $g$,

$f$ je vnútorná zložka, $g$ je vonkajšia zložka.

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

$y = f(x)$, $y = g(x)$, $\quad H(f) \subset D(g)$, potom

$y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$ sa nazýva zložená funkcia $f$ a $g$,



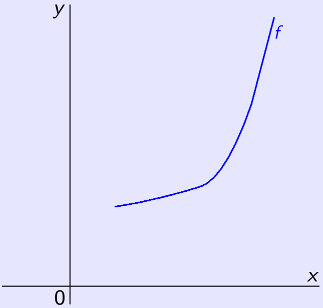

Geometrická konštrukcia zloženej funkcie $g[f]$

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

$y = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$, potom

$y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$ sa nazýva zložená funkcia $f$ a $g$,

$f$ je vnútorná zložka,



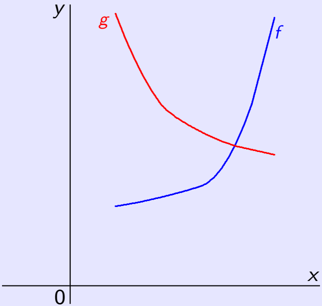

Geometrická konštrukcia zloženej funkcie $g[f]$

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

$y = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$, potom

$y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$ sa nazýva zložená funkcia $f$ a $g$,

$f$ je vnútorná zložka, $g$ je vonkajšia zložka.



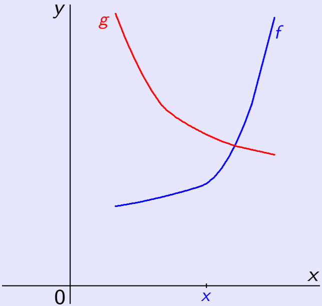

Geometrická konštrukcia zloženej funkcie $g[f]$

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

$y = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$, potom

$y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$ sa nazýva zložená funkcia $f$ a $g$,

$f$ je vnútorná zložka, $g$ je vonkajšia zložka.



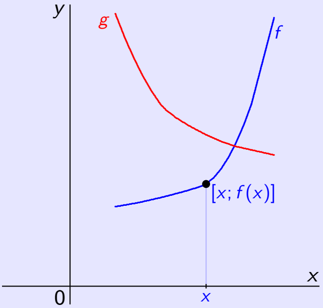

Geometrická konštrukcia zloženej funkcie $g[f]$

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

$y = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$, potom

$y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$ sa nazýva zložená funkcia $f$ a $g$,

$f$ je vnútorná zložka, $g$ je vonkajšia zložka.



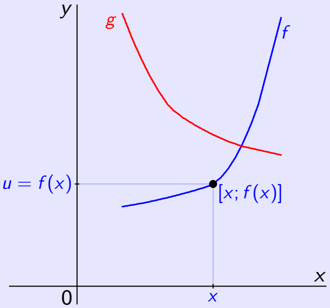

Geometrická konštrukcia zloženej funkcie $g[f]$

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

$y = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$, potom

$y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$ sa nazýva zložená funkcia $f$ a $g$,

$f$ je vnútorná zložka, $g$ je vonkajšia zložka.



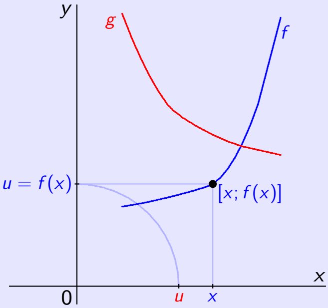

Geometrická konštrukcia zloženej funkcie $g[f]$

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

$y = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$, potom

$y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$ sa nazýva zložená funkcia $f$ a $g$,

$f$ je vnútorná zložka, $g$ je vonkajšia zložka.



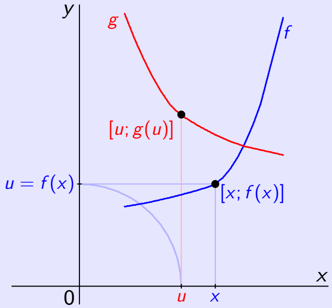

Geometrická konštrukcia zloženej funkcie $g[f]$

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

$y = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$, potom

$y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$ sa nazýva zložená funkcia $f$ a $g$,

$f$ je vnútorná zložka, $g$ je vonkajšia zložka.



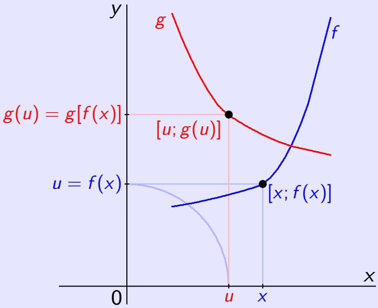

Geometrická konštrukcia zloženej funkcie $g[f]$

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

$y = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$, potom

$y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$ sa nazýva zložená funkcia $f$ a $g$,

$f$ je vnútorná zložka, $g$ je vonkajšia zložka.



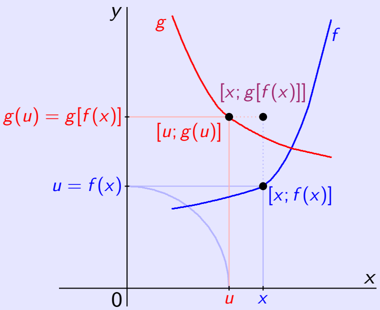

Geometrická konštrukcia zloženej funkcie $g[f]$

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

$y = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$, potom

$y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$ sa nazýva zložená funkcia $f$ a $g$,

$f$ je vnútorná zložka, $g$ je vonkajšia zložka.



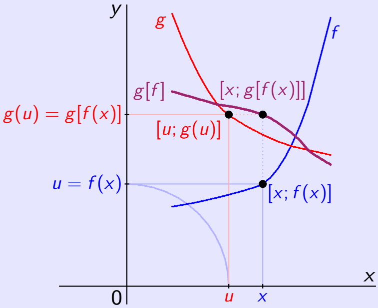

Geometrická konštrukcia zloženej funkcie $g[f]$

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

$y = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$, potom

$y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$ sa nazýva zložená funkcia $f$ a $g$,

$f$ je vnútorná zložka, $g$ je vonkajšia zložka.




Geometrická konštrukcia zloženej funkcie $g[f]$

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

Ak $u=f(x)$, $y=g(u)$ a do vzorca pre $g$ dosadíme $f(x)$ za $u$,

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

Ak $u = f(x)$, $y = g(u)$ a do vzorca pre $g$ dosadíme $f(x)$ za $u$,

potom vykonávame substitúciu premennej $u$ výrazom $f(x)$.

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

Ak $u=f(x)$, $y=g(u)$ a do vzorca pre $g$ dosadíme $f(x)$ za $u$,

potom vykonávame substitúciu premennej $u$ výrazom $f(x)$.

$f\colon\ y=\sin x\colon R\to\langle -1;1\rangle,\quad g\colon y=\sqrt{x+1}\colon\langle -1;\infty)\to\langle 0;\infty).$

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

Ak $u = f(x)$, $y = g(u)$ a do vzorca pre $g$ dosadíme $f(x)$ za $u$,

potom vykonávame substitúciu premennej $u$ výrazom $f(x)$.

$f\colon\ y = \sin x\colon R \to \langle -1; 1\rangle$, $\quad g\colon y = \sqrt{x+1}\colon \langle -1; \infty) \to \langle 0; \infty)$.

$f(g)$:

$g(f)$:

$f(f)$:

$g(g)$:

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

Ak $u = f(x)$, $y = g(u)$ a do vzorca pre $g$ dosadíme $f(x)$ za $u$,

potom vykonávame substitúciu premennej $u$ výrazom $f(x)$.

$f\colon\ y = \sin x\colon R \to \langle -1; 1\rangle$, $\quad g\colon\ y = \sqrt{x+1}\colon \langle -1; \infty) \to \langle 0; \infty)$.

$f(g)\colon\ y = f[g(x)]$

$g(f)\colon\ y = g[f(x)]$

$f(f)\colon\ y = f[f(x)]$

$g(g)\colon\ y = g[g(x)]$

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

Ak $u=f(x)$, $y=g(u)$ a do vzorca pre $g$ dosadíme $f(x)$ za $u$,

potom vykonávame substitúciu premennej $u$ výrazom $f(x)$.

$f\colon\ y=\sin x\colon R\to\langle -1;1\rangle,\quad g\colon\ y=\sqrt{x+1}\colon \langle -1;\infty)\to\langle 0;\infty).$

$$f(g)\colon\ y=f[g(x)]=\begin{cases} f(\sqrt{x+1}) = \sin\sqrt{x+1} \\ \end{cases}$$

$$g(f)\colon\ y=g[f(x)]=\begin{cases} g(\sin x) = \sqrt{\sin x+1} \\ \end{cases}$$

$$f(f)\colon\ y=f[f(x)]=\begin{cases} f(\sin x) = \sin(\sin x) \\ \end{cases}$$

$$g(g)\colon\ y=g[g(x)]=\begin{cases} g(\sqrt{x+1}) = \sqrt{\sqrt{x+1}+1} \\ \end{cases}$$

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

Ak $u = f(x)$, $y = g(u)$ a do vzorca pre $g$ dosadíme $f(x)$ za $u$,

potom vykonávame substitúciu premennej $u$ výrazom $f(x)$.

$f\colon\ y = \sin x\colon R \to \langle -1; 1\rangle, \quad g\colon\ y = \sqrt{x+1}\colon \langle -1; \infty) \to \langle 0; \infty)$.

$$f(g)\colon\ y = f[g(x)] = \Big\{\ \sin\big(g(x)\big) = \sin\sqrt{x+1}$$

$$g(f)\colon\ y = g[f(x)] = \Big\{\ \sqrt{f(x)+1} = \sqrt{\sin x + 1}$$

$$f(f)\colon\ y = f[f(x)] = \Big\{\ \sin\big(f(x)\big) = \sin(\sin x)$$

$$g(g)\colon\ y = g[g(x)] = \Big\{\ \sqrt{g(x)+1} = \sqrt{\sqrt{x+1}+1}$$

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

Ak $u=f(x)$, $y=g(u)$ a do vzorca pre $g$ dosadíme $f(x)$ za $u$,

potom vykonávame substitúciu premennej $u$ výrazom $f(x)$.

$f\colon\ y=\sin x\colon R\to\langle -1;1\rangle,\quad g\colon\ y=\sqrt{x+1}\colon\langle -1;\infty)\to\langle 0;\infty).$

$$f(g)\colon y=f[g(x)]=\begin{cases} f(\sqrt{x+1}) & =\sin\sqrt{x+1}\\ \sin\left(g(x)\right) & =\sin\sqrt{x+1}\end{cases}$$

$$g(f)\colon y=g[f(x)]=\begin{cases} g(\sin x) & =\sqrt{\sin x+1}\\ \sqrt{f(x)+1} & =\sqrt{\sin x+1}\end{cases}$$

$$f(f)\colon y=f[f(x)]=\begin{cases} f(\sin x) & =\sin(\sin x)\\ \sin\left(f(x)\right) & =\sin(\sin x)\end{cases}$$

$$g(g)\colon y=g[g(x)]=\begin{cases} g(\sqrt{x+1}) & =\sqrt{\sqrt{x+1}+1}\\ \sqrt{g(x)+1} & =\sqrt{\sqrt{x+1}+1}\end{cases}$$

# Zložená funkcia (kompozícia funkcií)

Ak $u=f(x)$, $y=g(u)$ a do vzorca pre $g$ dosadíme $f(x)$ za $u$,

potom vykonávame substitúciu premennej $u$ výrazom $f(x)$.

$f\colon y=\sin x\colon R\to\langle -1;1\rangle,\quad g\colon y=\sqrt{x+1}\colon \langle -1;\infty)\to\langle 0;\infty).$

$$f(g)\colon y=f[g(x)]=\left\{\begin{aligned} f(\sqrt{x+1}) &= \sin\sqrt{x+1} \\ \sin\,(g(x)) &= \sin\sqrt{x+1}\end{aligned}\right\}=\sin\sqrt{x+1},\ \langle -1;\infty)\to\langle -1;1\rangle.$$

$$g(f)\colon y=g[f(x)]=\left\{\begin{aligned} g(\sin x) &= \sqrt{\sin x+1} \\ \sqrt{f(x)+1} &= \sqrt{\sin x+1}\end{aligned}\right\}=\sqrt{\sin x+1},\ R\to\langle 0;\sqrt{2}\rangle.$$

$$f(f)\colon y=f[f(x)]=\left\{\begin{aligned} f(\sin x) &= \sin\,(\sin x) \\ \sin\,(f(x)) &= \sin\,(\sin x)\end{aligned}\right\}=\sin\sin x,\ R\to\langle -1;1\rangle.$$

$$g(g)\colon y=g[g(x)]=\left\{\begin{aligned} g(\sqrt{x+1}) &= \sqrt{\sqrt{x+1}+1} \\ \sqrt{g(x)+1} &= \sqrt{\sqrt{x+1}+1}\end{aligned}\right\}=\sqrt{\sqrt{x+1}+1},\ \langle -1;\infty)\to\langle 1;\infty).$$

# Inverzná funkcia

$y = f(x)$, $x \in D(f)$ je prostá, t. j. $f : D(f) \to H(f)$ je bijektívna,

# Inverzná funkcia

$y = f(x)$, $x \in D(f)$ je prostá, t. j. $f : D(f) \to H(f)$ je bijektívna,

potom funkcia $g\colon H(f) \to D(f)$ taká, že $y = f(x) \Leftrightarrow x = g(y)$,

# Inverzná funkcia

$y = f(x)$, $x \in D(f)$ je prostá, t. j. $f : D(f) \to H(f)$ je bijektívna,

potom funkcia $g\colon H(f) \to D(f)$ taká, že $y = f(x) \Leftrightarrow x = g(y)$,

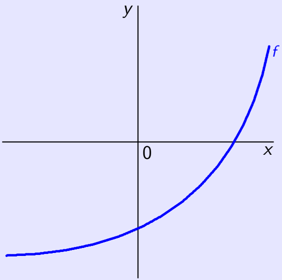
sa nazýva inverzná funkcia k funkcii $f$ a označuje $g = f^{-1}$.

# Inverzná funkcia

$y = f(x)$, $x \in D(f)$ je prostá, t. j. $f : D(f) \to H(f)$ je bijektívna,

potom funkcia $g\colon H(f) \to D(f)$ taká, že $y = f(x) \Leftrightarrow x = g(y)$,

sa nazýva inverzná funkcia k funkcii $f$ a označuje $g = f^{-1}$.

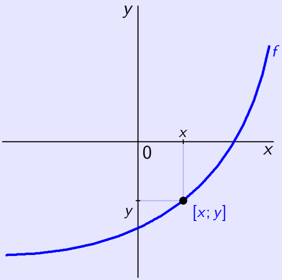


# Inverzná funkcia

$y = f(x)$, $x \in D(f)$ je prostá, t. j. $f : D(f) \to H(f)$ je bijektívna,

potom funkcia $g\colon H(f) \to D(f)$ taká, že $y = f(x) \Leftrightarrow x = g(y)$,

sa nazýva **inverzná funkcia k funkcii $f$** a označuje $g = f^{-1}$.



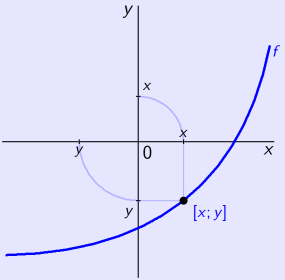

$$y = f(x) \Leftrightarrow x = g(y) = f^{-1}(y)$$

# Inverzná funkcia

$y=f(x)$, $x\in D(f)$ je prostá, t. j. $f: D(f)\to H(f)$ je bijektívna,

potom funkcia $g\colon H(f)\to D(f)$ taká, že $y=f(x)\Leftrightarrow x=g(y)$,

sa nazýva **inverzná funkcia k funkcii $f$** a označuje $g=f^{-1}$.




$$y=f(x)\ \Leftrightarrow x=g(y)=f^{-1}(y),$$

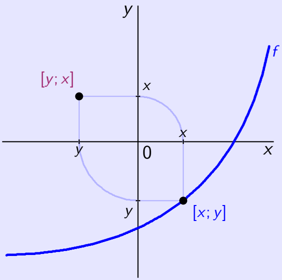
to znamená $[x;y]\in f \ \Leftrightarrow\ [y;x]\in g$.

# Inverzná funkcia

$y = f(x)$, $x \in D(f)$ je prostá, t. j. $f : D(f) \to H(f)$ je bijektívna,

potom funkcia $g$: $H(f) \to D(f)$ taká, že $y = f(x) \Leftrightarrow x = g(y)$,

sa nazýva **inverzná funkcia k funkcii $f$** a označuje $g = f^{-1}$.




$$y = f(x) \Leftrightarrow x = g(y) = f^{-1}(y),$$

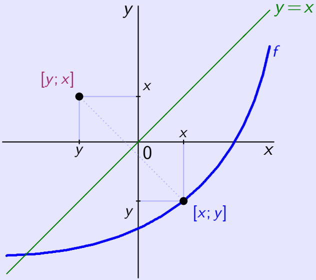
to znamená $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in g$.

# Inverzná funkcia

**$y = f(x)$, $x \in D(f)$ je prostá,** t. j. **$f : D(f) \to H(f)$ je bijektívna,**

potom funkcia $g\colon H(f) \to D(f)$ taká, že $y = f(x) \Leftrightarrow x = g(y)$,

sa nazýva inverzná funkcia k funkcii $f$ a označuje $g = f^{-1}$.




$$y = f(x) \;\Leftrightarrow\; x = g(y) = f^{-1}(y),$$

to znamená $[x; y] \in f \;\Leftrightarrow\; [y; x] \in g$.

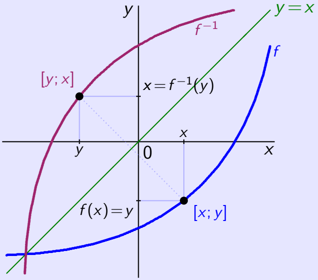
**Grafy funkcií $f$ a $f^{-1}$**

# Inverzná funkcia

**$y = f(x)$, $x \in D(f)$ je prostá,** t. j. **$f : D(f) \to H(f)$ je bijektívna,**

potom funkcia $g\colon H(f) \to D(f)$ taká, že $y = f(x) \Leftrightarrow x = g(y)$,

sa nazýva inverzná funkcia k funkcii $f$ a označuje $g = f^{-1}$.




$$y = f(x) \;\Leftrightarrow\; x = g(y) = f^{-1}(y),$$

to znamená $[x; y] \in f \;\Leftrightarrow\; [y; x] \in g$.

**Grafy funkcií $f$ a $f^{-1}$**

sú symetrické podľa osi $y = x$.

# Inverzná funkcia

Funkcie $f\colon D(f) \to H(f)$, $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ sú bijekcie a platí:

# Inverzná funkcia

Funkcie $f\colon D(f) \to H(f)$, $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ sú bijekcie a platí:

- $\left[f^{-1}\right]^{-1} = f$,

# Inverzná funkcia

Funkcie $f\colon D(f) \to H(f)$, $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ sú bijekcie a platí:

- $\left[f^{-1}\right]^{-1} = f$,
- $f^{-1}[f(x)] = x$ pre všetky $x \in D(f)$,

# Inverzná funkcia

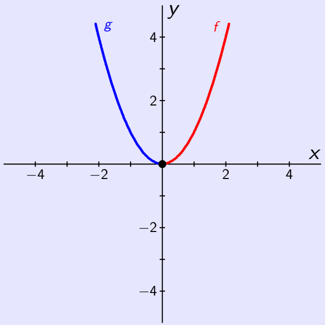
**Funkcie $f\colon D(f) \to H(f)$, $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ sú bijekcie a platí:**

- $\left[f^{-1}\right]^{-1} = f$,
- $f^{-1}[f(x)] = x$ pre všetky $x \in D(f)$,
- $f[f^{-1}(y)] = y$ pre všetky $y \in H(f)$.

# Inverzná funkcia

Funkcie $f\colon D(f) \to H(f)$, $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ sú bijekcie a platí:

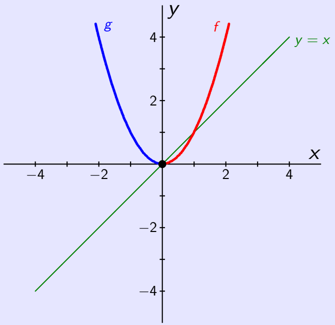
- $\left[f^{-1}\right]^{-1} = f$,
- $f^{-1}[f(x)] = x$ pre všetky $x \in D(f)$,
- $f[f^{-1}(y)] = y$ pre všetky $y \in H(f)$.



# Inverzná funkcia

**Funkcie $f\colon D(f) \to H(f)$, $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ sú bijekcie a platí:**

- $\left[f^{-1}\right]^{-1} = f$,
- $f^{-1}[f(x)] = x$ pre všetky $x \in D(f)$,
- $f[f^{-1}(y)] = y$ pre všetky $y \in H(f)$.



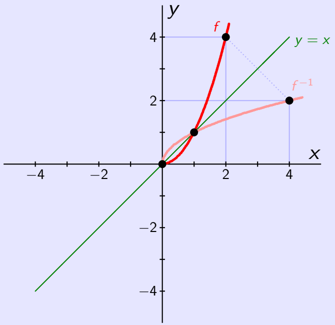

**Grafy funkcie a k nej inverznej**

sú symetrické podľa osi $y = x$.

# Inverzná funkcia

**Funkcie $f\colon D(f)\to H(f)$, $f^{-1}\colon H(f)\to D(f)$ sú bijekcie a platí:**

- $\left[f^{-1}\right]^{-1}=f$,
- $f^{-1}[f(x)]=x$ pre všetky $x\in D(f)$,
- $f[f^{-1}(y)]=y$ pre všetky $y\in H(f)$.




**Grafy funkcie a k nej inverznej**

sú symetrické podľa osi $y=x$.

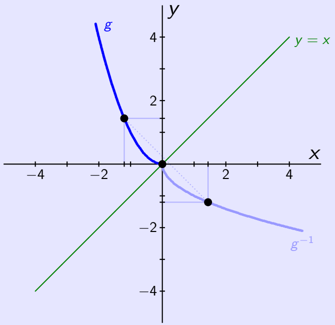
**Funkcia je rastúca**

$\Leftrightarrow$ inverzná funkcia je rastúca.

# Inverzná funkcia

**Funkcie $f\colon D(f)\to H(f)$, $f^{-1}\colon H(f)\to D(f)$ sú bijekcie a platí:**

- $\left[f^{-1}\right]^{-1}=f$,
- $f^{-1}[f(x)]=x$ pre všetky $x\in D(f)$,
- $f[f^{-1}(y)]=y$ pre všetky $y\in H(f)$.




**Grafy funkcie a k nej inverznej**

sú symetrické podľa osi $y=x$.

**Funkcia je rastúca**

$\Leftrightarrow$ inverzná funkcia je rastúca.

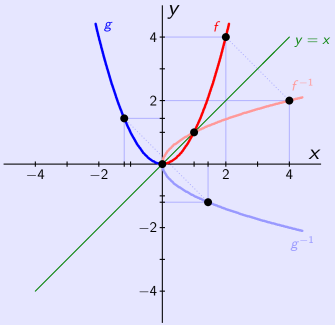
**Funkcia je klesajúca**

$\Leftrightarrow$ inverzná funkcia je klesajúca.

# Inverzná funkcia

**Funkcie $f\colon D(f) \to H(f)$, $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ sú bijekcie a platí:**

- $\left[f^{-1}\right]^{-1} = f$,
- $f^{-1}[f(x)] = x$ pre všetky $x \in D(f)$,
- $f[f^{-1}(y)] = y$ pre všetky $y \in H(f)$.




**Grafy funkcie a k nej inverznej**

sú symetrické podľa osi $y = x$.

**Funkcia je rastúca**

$\Leftrightarrow$ inverzná funkcia je rastúca.

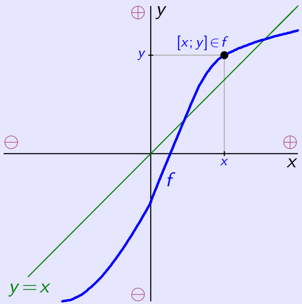
**Funkcia je klesajúca**

$\Leftrightarrow$ inverzná funkcia je klesajúca.

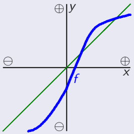
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y=f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

Zkonštruujeme inverznú funkciu $y=f^{-1}(x)$ k funkcii $y=f(x)$.



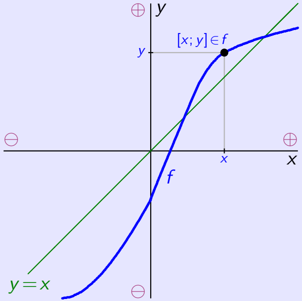

### Funkcia $y=f(x)$



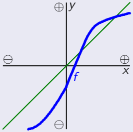
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y=f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

Navzájom vymeníme súradnicové osi $x$ a $y$, t. j. $[x;y]\in f \Leftrightarrow [y;x]\in f^{-1}$.



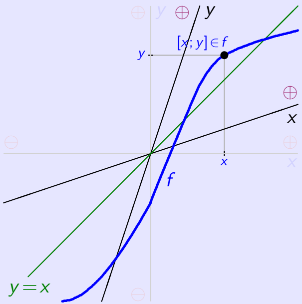

Funkcia $y=f(x)$



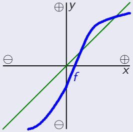
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y = f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

Navzájom vymeníme súradnicové osi $x$ a $y$, t. j. $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$.



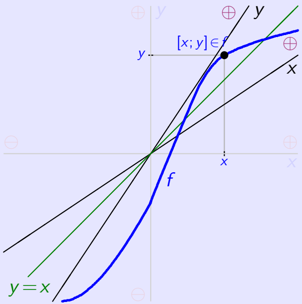

Funkcia $y = f(x)$



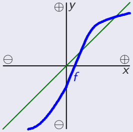
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y=f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

Navzájom vymeníme súradnicové osi $x$ a $y$, t. j. $[x;y]\in f \Leftrightarrow [y;x]\in f^{-1}$.



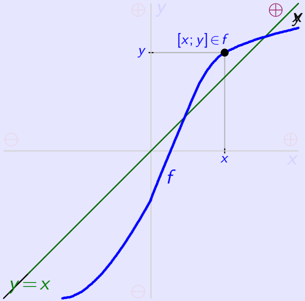

### Funkcia $y=f(x)$



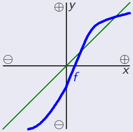
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y=f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

Navzájom vymeníme súradnicové osi $x$ a $y$, t. j. $[x;y]\in f \Leftrightarrow [y;x]\in f^{-1}$.



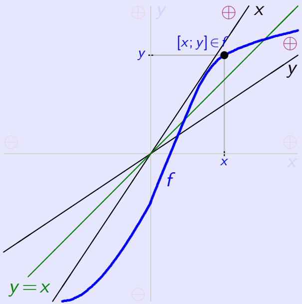

### Funkcia $y=f(x)$



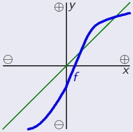
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y=f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

Navzájom vymeníme súradnicové osi $x$ a $y$, t. j. $[x;y]\in f \Leftrightarrow [y;x]\in f^{-1}$.



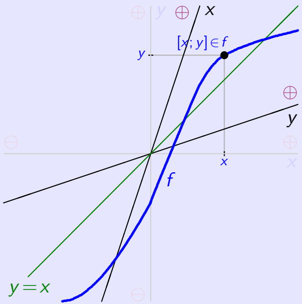

### Funkcia $y=f(x)$



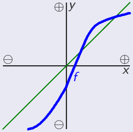
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y=f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

Navzájom vymeníme súradnicové osi $x$ a $y$, t. j. $[x;y]\in f \Leftrightarrow [y;x]\in f^{-1}$.



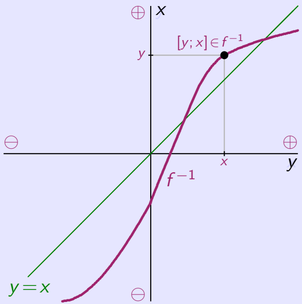

### Funkcia $y=f(x)$



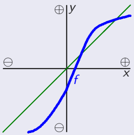
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y=f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

Navzájom vymeníme súradnicové osi $x$ a $y$, t. j. $[x;y]\in f \Leftrightarrow [y;x]\in f^{-1}$.



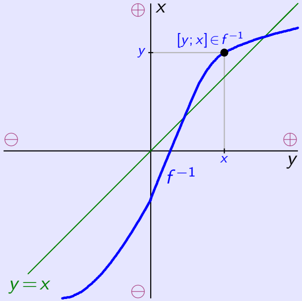

**Funkcia $y=f(x)$**



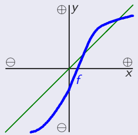
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y=f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

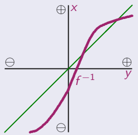
Navzájom vymeníme súradnicové osi $x$ a $y$, t. j. $[x;y]\in f \Leftrightarrow [y;x]\in f^{-1}$.




### Funkcia $y=f(x)$



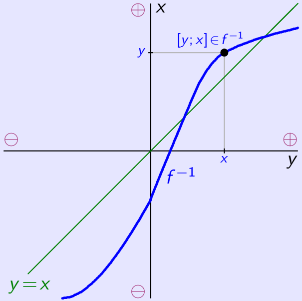

### Výmena osí $x$ a $y$



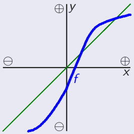
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y=f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

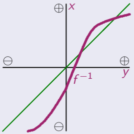
Graf otočíme o uhol 90° v smere hodinových ručičiek.




### Funkcia $y=f(x)$



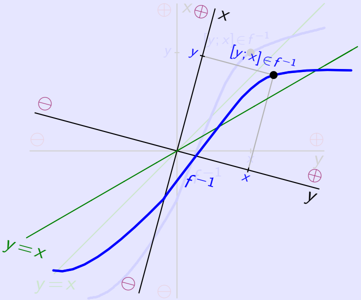

### Výmena osí $x$ a $y$



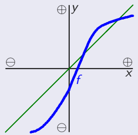
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y=f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

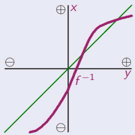
Graf otočíme o uhol $90^\circ$ v smere hodinových ručičiek.




### Funkcia $y=f(x)$



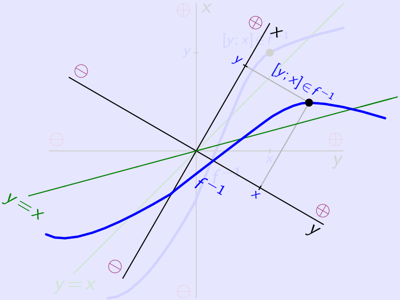

### Výmena osí $x$ a $y$



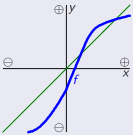
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y=f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

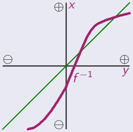
Graf otočíme o uhol 90° v smere hodinových ručičiek.




### Funkcia $y=f(x)$



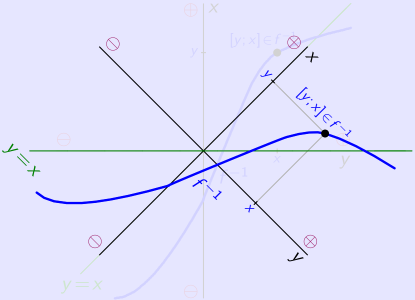

### Výmena osí $x$ a $y$



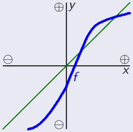
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y = f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

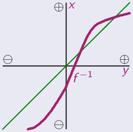
Graf otočíme o uhol 90° v smere hodinových ručičiek.




### Funkcia $y = f(x)$



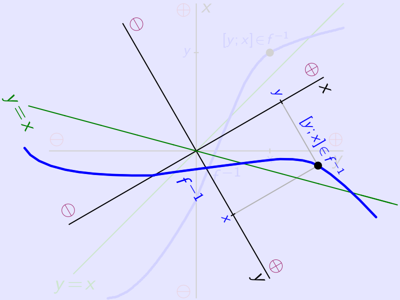

### Výmena osí $x$ a $y$



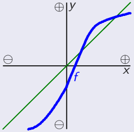
# Inverzná funkcia

**Funkcia $y = f(x)$ je bijektívna** [nemusí byť monotónna].

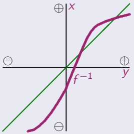
Graf otočíme o uhol 90° v smere hodinových ručičiek.




**Funkcia $y = f(x)$**




**Výmena osí $x$ a $y$**

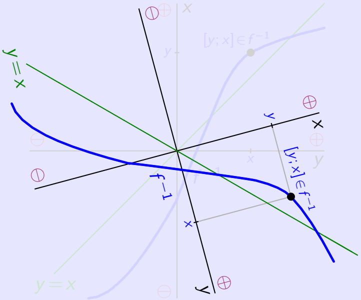


# Inverzná funkcia

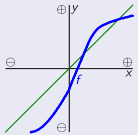
## Funkcia $y = f(x)$ je bijektívna

[nemusí byť monotónna].

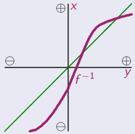
Graf otočíme o uhol 90° v smere hodinových ručičiek.




### Funkcia $y = f(x)$



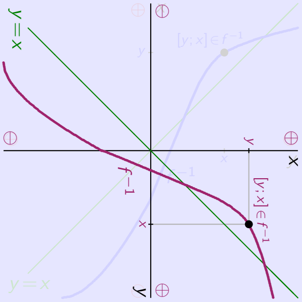

### Výmena osí $x$ a $y$



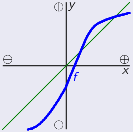
# Inverzná funkcia

**Funkcia $y = f(x)$ je bijektívna** [nemusí byť monotónna].

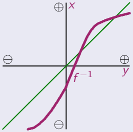
Graf otočíme o uhol 90° v smere hodinových ručičiek.




**Funkcia $y = f(x)$**



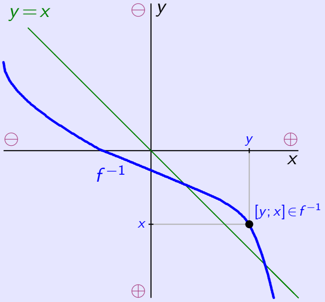

**Výmena osí $x$ a $y$**



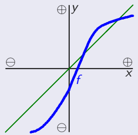
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y=f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

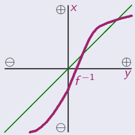
Graf otočíme o uhol $90^\circ$ v smere hodinových ručičiek.



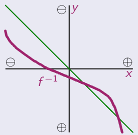

### Funkcia $y=f(x)$




### Výmena osí $x$ a $y$



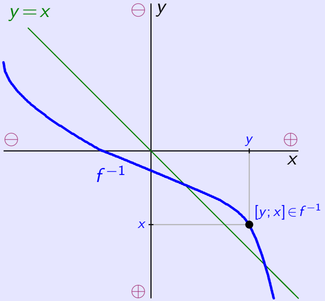

### Otočenie o uhol $-90^\circ$



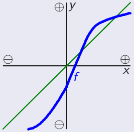
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y = f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

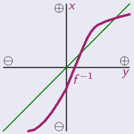
Graf zobrazíme súmerne podľa osi $x$, t. j. preklopíme okolo osi $x$.



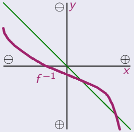

### Funkcia $y = f(x)$




### Výmena osí $x$ a $y$



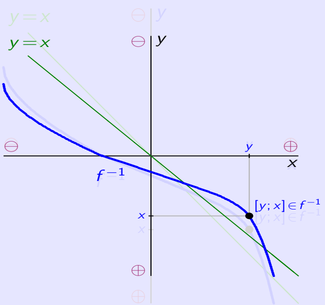

### Otočenie o uhol $-90°$



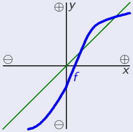
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y = f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

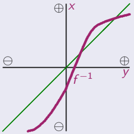
Graf zobrazíme súmerne podľa osi $x$, t. j. preklopíme okolo osi $x$.



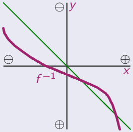

### Funkcia $y = f(x)$




### Výmena osí $x$ a $y$



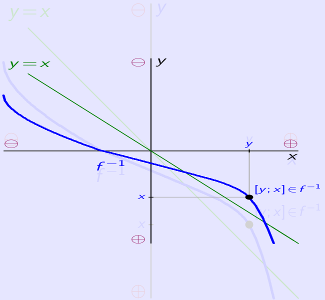

### Otočenie o uhol $-90°$



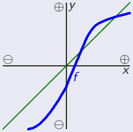
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y=f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

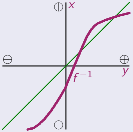
Graf zobrazíme súmerne podľa osi $x$, t. j. preklopíme okolo osi $x$.



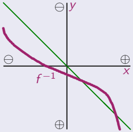

### Funkcia $y=f(x)$




### Výmena osí $x$ a $y$



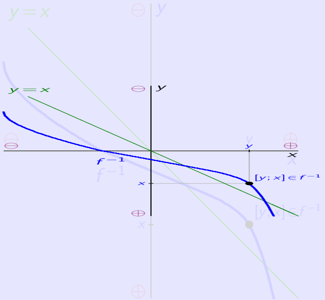

### Otočenie o uhol $-90°$



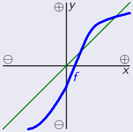
# Inverzná funkcia

**Funkcia $y=f(x)$ je bijektívna** [nemusí byť monotónna].

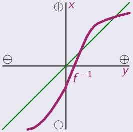
Graf zobrazíme súmerne podľa osi $x$, t. j. preklopíme okolo osi $x$.



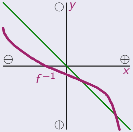

**Funkcia $y=f(x)$**




**Výmena osí $x$ a $y$**



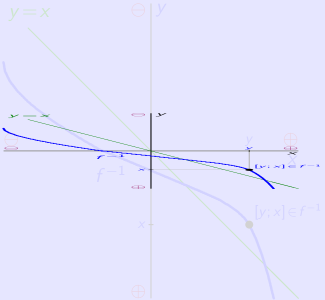

**Otočenie o uhol $-90°$**



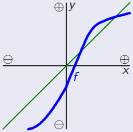
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y = f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

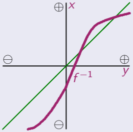
Graf zobrazíme súmerne podľa osi $x$, t. j. preklopíme okolo osi $x$.



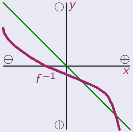

### Funkcia $y = f(x)$




### Výmena osí $x$ a $y$



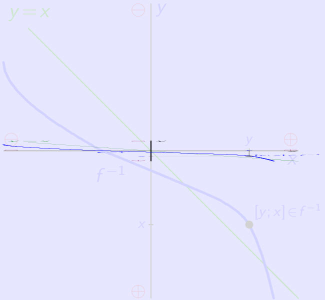

### Otočenie o uhol $-90°$



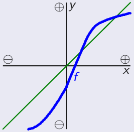
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y=f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

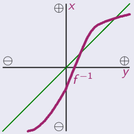
Graf zobrazíme súmerne podľa osi $x$, t. j. preklopíme okolo osi $x$.



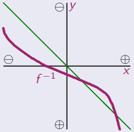

### Funkcia $y=f(x)$




### Výmena osí $x$ a $y$



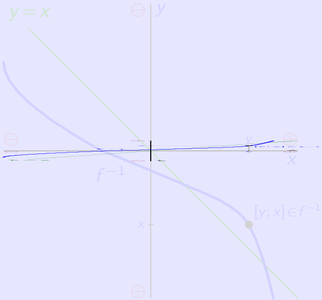

### Otočenie o uhol $-90°$



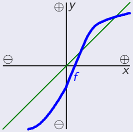
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y=f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

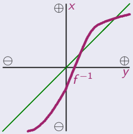
Graf zobrazíme súmerne podľa osi $x$, t. j. preklopíme okolo osi $x$.



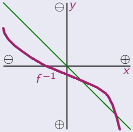

### Funkcia $y=f(x)$




### Výmena osí $x$ a $y$



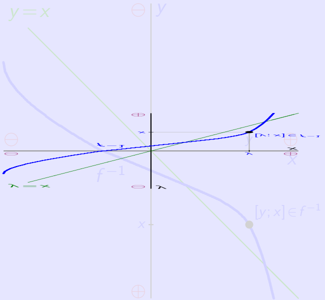

### Otočenie o uhol $-90^\circ$



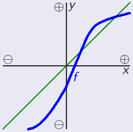
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y = f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

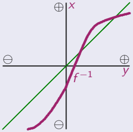
Graf zobrazíme súmerne podľa osi $x$, t. j. preklopíme okolo osi $x$.



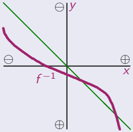

### Funkcia $y = f(x)$




### Výmena osí $x$ a $y$



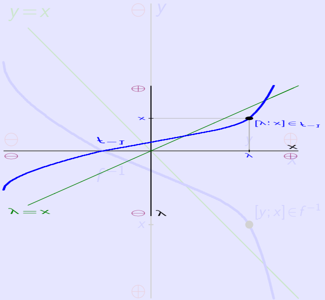

### Otočenie o uhol $-90°$



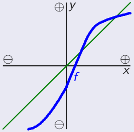
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y=f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

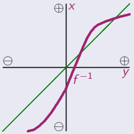
Graf zobrazíme súmerne podľa osi $x$, t. j. preklopíme okolo osi $x$.



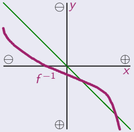

### Funkcia $y=f(x)$




### Výmena osí $x$ a $y$



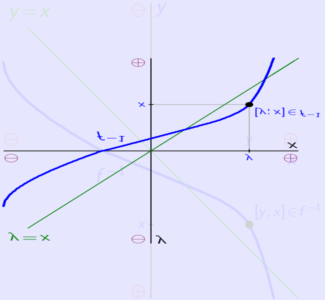

### Otočenie o uhol $-90^\circ$



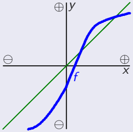
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y = f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

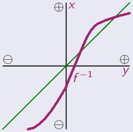
Graf zobrazíme súmerne podľa osi $x$, t. j. preklopíme okolo osi $x$.



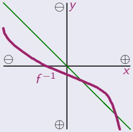

### Funkcia $y = f(x)$




### Výmena osí $x$ a $y$



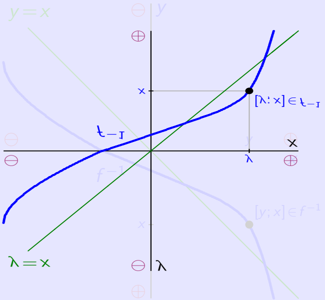

### Otočenie o uhol $-90°$



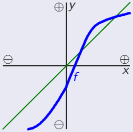
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y = f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

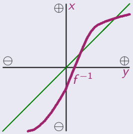
Graf zobrazíme súmerne podľa osi $x$, t. j. preklopíme okolo osi $x$.



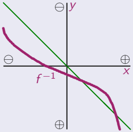
### Funkcia $y = f(x)$




### Výmena osí $x$ a $y$



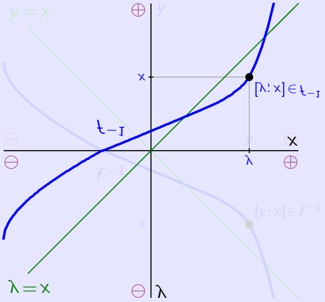

### Otočenie o uhol $-90°$



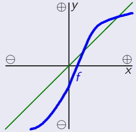
# Inverzná funkcia

**Funkcia $y = f(x)$ je bijektívna** [nemusí byť monotónna].

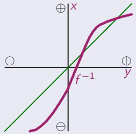
Graf zobrazíme súmerne podľa osi $x$, t. j. preklopíme okolo osi $x$.



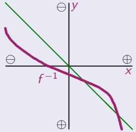

**Funkcia $y = f(x)$**



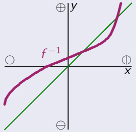

**Výmena osí $x$ a $y$**




**Otočenie o uhol $-90^\circ$**



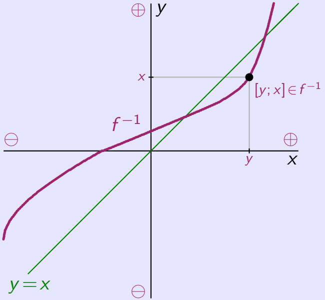

**Osová súmernosť podľa osi $x$**



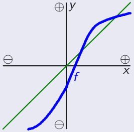
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y = f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

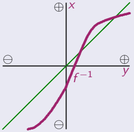
Graf inverznej funkcie $y = f^{-1}(x)$.



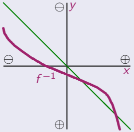

### Funkcia $y = f(x)$



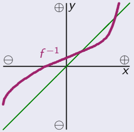

### Výmena osí $x$ a $y$




### Otočenie o uhol $-90°$



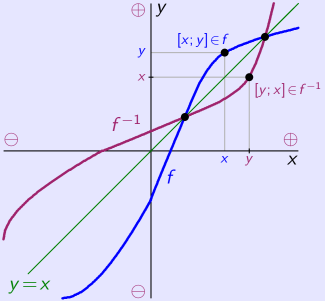

### Osová súmernosť podľa osi $x$



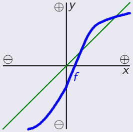
# Inverzná funkcia

## Funkcia $y=f(x)$ je bijektívna [nemusí byť monotónna].

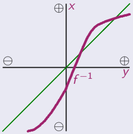
Grafy funkcie $y=f(x)$ a inverznej funkcie $y=f^{-1}(x)$.



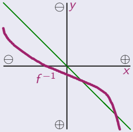

### Funkcia $y=f(x)$




### Výmena osí $x$ a $y$




### Otočenie o uhol $-90°$




### Osová súmernosť podľa osi $x$