Matematická analýza 1

2018/2019

5. Elementárne funkcie

Obsah

Elementárne funkcie

Elementárne funkcie sú všetky funkcie,

Elementárne funkcie

Elementárne funkcie sú všetky funkcie,

ktoré sa dajú utvoriť z tzv. základných elementárnych funkcií

Základné elementárne funkcie sú funkcie

$y = \text{konšt.}$, $y = x$, $y = e^x$, $y = \ln x$,

$y = \sin x$, $y = \arcsin x$, $y = \operatorname{arctg} x$,

Elementárne funkcie

Elementárne funkcie sú všetky funkcie,

ktoré sa dajú utvoriť z tzv. základných elementárnych funkcií

pomocou sčítania, odčítania, násobenia, delenia a skladania funkcií.

Základné elementárne funkcie sú funkcie

$y = \text{konšt.},\ x \in R, \quad y = x,\ x \in R, \quad y = e^x,\ x \in R, \quad y = \ln x,\ x \in (0; \infty),$

$y = \sin x,\ x \in R, \quad y = \arcsin x,\ x \in \langle -1; 1 \rangle, \quad y = \operatorname{arctg} x,\ x \in R.$

Elementárne funkcie

Elementárne funkcie sú všetky funkcie,

ktoré sa dajú utvoriť z tzv. základných elementárnych funkcií

pomocou sčítania, odčítania, násobenia, delenia a skladania funkcií.

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

Základné elementárne funkcie sú funkcie

$y = \text{konšt.},\ x \in R, \quad y = x,\ x \in R, \quad y = e^x,\ x \in R, \quad y = \ln x,\ x \in (0; \infty),$

$y = \sin x,\ x \in R, \quad y = \arcsin x,\ x \in \langle -1; 1 \rangle, \quad y = \operatorname{arctg} x,\ x \in R.$

Elementárne funkcie

Elementárne funkcie sú všetky funkcie,

ktoré sa dajú utvoriť z tzv. základných elementárnych funkcií

pomocou sčítania, odčítania, násobenia, delenia a skladania funkcií.

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

Dajú sa pomocou nich popísať (častokrát aspoň približne)

mnohé prírodné a spoločenské zákonitosti

a taktiež mnohé veľmi zložité funkcie.

Základné elementárne funkcie sú funkcie

$y = \text{konšt.}$, $x \in R$, $y = x$, $x \in R$, $y = e^x$, $x \in R$, $y = \ln x$, $x \in (0; \infty)$,

$y = \sin x$, $x \in R$, $y = \arcsin x$, $x \in \langle -1; 1 \rangle$, $y = \operatorname{arctg} x$, $x \in R$.

Polynóm

Polynóm (racionálna celistvá funkcia)

Polynóm

Polynóm (racionálna celistvá funkcia)

$$f_n\colon\ y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$$

Polynóm

Polynóm (racionálna celistvá funkcia)

$f_n\colon\ y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n,$

$a_0, a_1, \ldots, a_n \in R,\ a_n \neq 0$ sú koeficienty,

Polynóm

Polynóm (racionálna celistvá funkcia)

$$f_n\colon\ y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n,$$

$a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ sú koeficienty, $n \in N \cup \{0\}$ je stupeň.

Polynóm

Polynóm (racionálna celistvá funkcia)

$$f_n\colon\ y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n,$$

$a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ sú koeficienty, $n \in N \cup \{0\}$ je stupeň.

Prirodzený definičný obor $D(f_n) = R$.

Polynóm

Polynóm (racionálna celistvá funkcia)

$$f_n\colon\ y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n,$$

$a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ sú koeficienty, $n \in N \cup \{0\}$ je stupeň.

Prirodzený definičný obor $D(f_n) = R$.

Polynóm so stupňom $n \in N$ má najviac n reálnych koreňov.

Polynóm

Polynóm (racionálna celistvá funkcia)

$$f_n\colon\ y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n,$$

$a_0, a_1, \dots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ sú koeficienty, $n \in N \cup \{0\}$ je stupeň.

Prirodzený definičný obor $D(f_n) = R$.

Polynóm so stupňom $n \in N$ má najviac n reálnych koreňov.

$f_0\colon\ y = a_0$ sa nazýva konštantná funkcia.

Polynóm

Polynóm (racionálna celistvá funkcia)

$f_n\colon\ y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n,$

$a_0, a_1, \ldots, a_n \in R,\ a_n \neq 0$ sú koeficienty, $n \in N \cup \{0\}$ je stupeň.

Prirodzený definičný obor $D(f_n) = R$.

Polynóm so stupňom $n \in N$ má najviac n reálnych koreňov.

$f_0\colon\ y = a_0$ sa nazýva konštantná funkcia.

$f_1\colon\ y = a_0 + a_1 x,\ a_1 \neq 0$ sa nazýva lineárna funkcia.

Polynóm

Polynóm (racionálna celistvá funkcia)

$$f_n\colon\ y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n,$$

$a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ sú koeficienty, $n \in N \cup \{0\}$ je stupeň.

Prirodzený definičný obor $D(f_n) = R$.

Polynóm so stupňom $n \in N$ má najviac n reálnych koreňov.

$f_0\colon\ y = a_0$ sa nazýva konštantná funkcia.

$f_1\colon\ y = a_0 + a_1x$, $a_1 \neq 0$ sa nazýva lineárna funkcia.

$f_2\colon\ y = a_0 + a_1x + a_2x^2$, $a_2 \neq 0$ sa nazýva kvadratická funkcia.

Polynóm

Polynóm (racionálna celistvá funkcia)

$f_n\colon\ y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n,$

$a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ sú koeficienty, $n \in N \cup \{0\}$ je stupeň.

Prirodzený definičný obor $D(f_n) = R$.

Polynóm so stupňom $n \in N$ má najviac n reálnych koreňov.

$f_0\colon\ y = a_0$ sa nazýva konštantná funkcia.

$f_1\colon\ y = a_0 + a_1x$, $a_1 \neq 0$ sa nazýva lineárna funkcia.

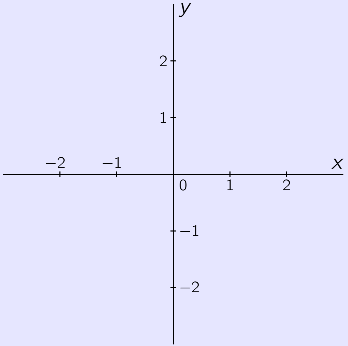
$f_2\colon\ y = a_0 + a_1x + a_2x^2$, $a_2 \neq 0$ sa nazýva kvadratická funkcia.

$f_3\colon\ y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$, $a_3 \neq 0$ sa nazýva kubická funkcia.

Polynóm

Graf funkcie $f(x) = x^n$, $x \in R$

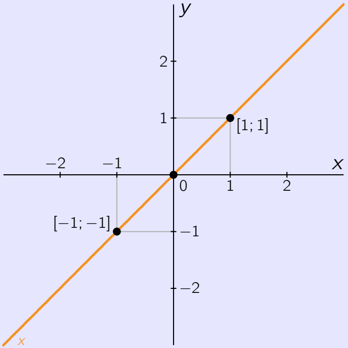
pre $n \in N$.



Polynóm

Graf funkcie $f(x) = x^n$, $x \in R$

pre $n \in N$.

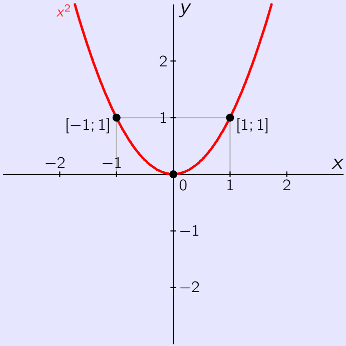


$y = x$, $x \in R$

Polynóm

Graf funkcie $f(x) = x^n,\ x \in R$

pre $n \in N$.

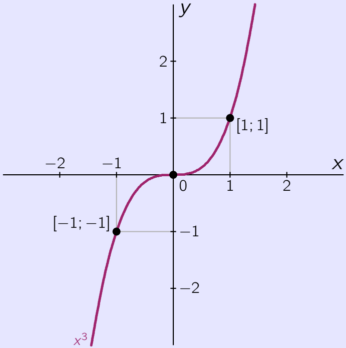


$y = x^2,\ x \in R$

Polynóm

Graf funkcie $f(x) = x^n$, $x \in R$

pre $n \in N$.

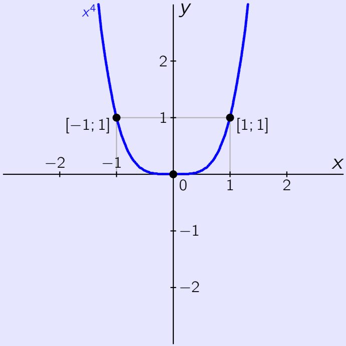


$y = x^3$, $x \in R$

Polynóm

Graf funkcie $f(x) = x^n,\ x \in R$

pre $n \in N$.

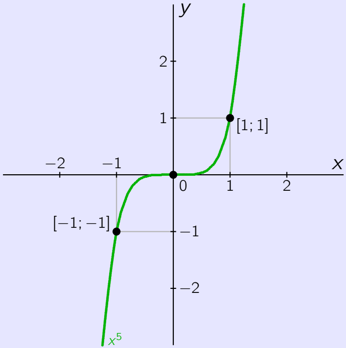


$y = x^4,\ x \in R$

Polynóm

Graf funkcie $f(x) = x^n$, $x \in R$

pre $n \in N$.

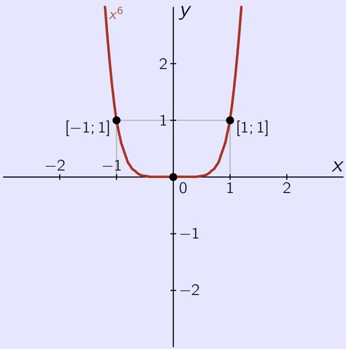


$y = x^5$, $x \in R$

Polynóm

Graf funkcie $f(x) = x^n,\ x \in R$

pre $n \in N$.

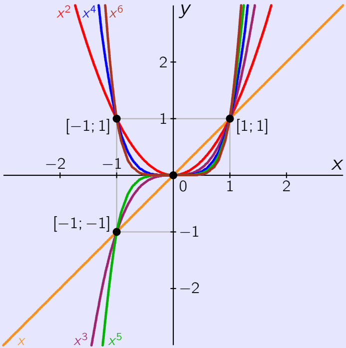


$y = x^6,\ x \in R$

Polynóm

Graf funkcie $f(x) = x^n$, $x \in R$

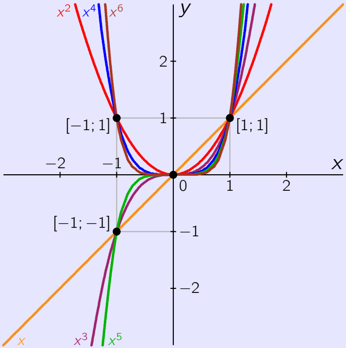
pre $n \in N$.



$y = x^n$, $x \in R$, $n = 1, \ldots, 6$

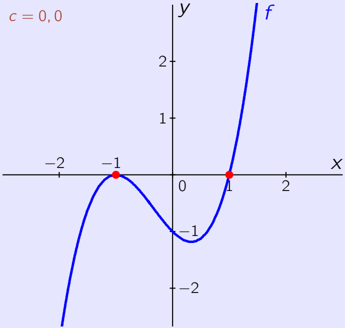
Polynóm

Graf funkcie $f(x) = x^n$, $x \in R$ pre $n \in N$.



$y = x^n$, $x \in R$, $n = 1, \ldots, 6$

$f(x) = (x+1)^2(x-1)+c$, $x \in R$ korene pre $c \in R$.



2 korene ($x = -1$ dvojnásobný)

Racionálna lomená funkcia

Racionálna lomená funkcia

Racionálna lomená funkcia

Racionálna lomená funkcia

[podiel polynómov]

$$f:\ y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m}$$

Racionálna lomená funkcia

Racionálna lomená funkcia

[podiel polynómov]

$$f\colon\ y=\frac{f_n(x)}{f_m(x)}=\frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m},$$

$$a_0, a_1, \ldots, a_n, b_0, b_1, \ldots, b_m \in R,\ a_n \neq 0,\ b_m \neq 0,$$

Racionálna lomená funkcia

Racionálna lomená funkcia

[podiel polynómov]

$$f\colon\ y=\frac{f_n(x)}{f_m(x)}=\frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m},$$

$$a_0,a_1,\ldots,a_n,b_0,b_1,\ldots,b_m\in R,\ a_n\neq 0,\ b_m\neq 0,\ n,m\in N\cup\{0\}.$$

Racionálna lomená funkcia

Racionálna lomená funkcia

[podiel polynómov]

$$f:\ y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m},$$

$$a_0, a_1, \ldots, a_n, b_0, b_1, \ldots, b_m \in R,\ a_n \neq 0,\ b_m \neq 0,\ n, m \in N \cup \{0\}.$$

Prirodzený definičný obor

$D(f) = R - \{x, x \text{ je koreň } f_m(x) = 0\}$.

Racionálna lomená funkcia

Racionálna lomená funkcia

[podiel polynómov]

$$f: \ y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m},$$

$$a_0, a_1, \ldots, a_n, b_0, b_1, \ldots, b_m \in R, \ a_n \neq 0, \ b_m \neq 0, \ n, m \in N \cup \{0\}.$$

Prirodzený definičný obor

$$D(f) = R - \{x, x \text{ je koreň } f_m(x) = 0\}.$$

Pre $f_m: \ y = b_0, \ b_0 \neq 0$ je f polynóm.

Racionálna lomená funkcia

Racionálna lomená funkcia [podiel polynómov]

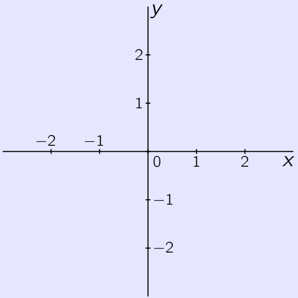
$$f:\ y=\frac{f_n(x)}{f_m(x)}=\frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m},$$

$$a_0,a_1,\ldots,a_n,b_0,b_1,\ldots,b_m\in R,\ a_n\neq 0,\ b_m\neq 0,\ n,m\in N\cup\{0\}.$$

Prirodzený definičný obor
$D(f)=R-\{x, x \text{ je koreň } f_m(x)=0\}$.

Pre $f_m:\ y=b_0,\ b_0\neq 0$ je f polynóm.

Graf funkcie
$f:\ y=\frac{1}{x^n},\ x\in R-\{0\}$ pre $n\in N$
sa nazýva hyperbola stupňa $n+1$.



Racionálna lomená funkcia

Racionálna lomená funkcia

[podiel polynómov]

$$f\colon\ y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m},$$

$$a_0, a_1, \ldots, a_n, b_0, b_1, \ldots, b_m \in R,\ a_n \neq 0,\ b_m \neq 0,\ n, m \in N \cup \{0\}.$$

Prirodzený definičný obor

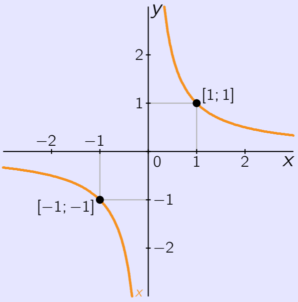
$D(f) = R - \{x, x \text{ je koreň } f_m(x) = 0\}$.

Pre $f_m\colon\ y = b_0,\ b_0 \neq 0$ je f polynóm.

Graf funkcie

$f\colon\ y = \frac{1}{x^n},\ x \in R - \{0\}$ pre $n \in N$

sa nazýva hyperbola stupňa $n+1$.



$y = \frac{1}{x},\ x \in R$

Racionálna lomená funkcia

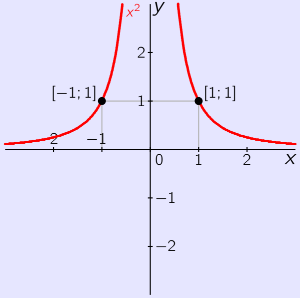
Racionálna lomená funkcia [podiel polynómov]

$$f:\ y=\frac{f_n(x)}{f_m(x)}=\frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m},$$
$$a_0,a_1,\ldots,a_n,b_0,b_1,\ldots,b_m\in R,\ a_n\neq 0,\ b_m\neq 0,\ n,m\in N\cup\{0\}.$$

Prirodzený definičný obor
$D(f)=R-\{x, x \text{ je koreň } f_m(x)=0\}$.

Pre $f_m:\ y=b_0,\ b_0\neq 0$ je f polynóm.

Graf funkcie
$f:\ y=\frac{1}{x^n},\ x\in R-\{0\}$ pre $n\in N$
sa nazýva hyperbola stupňa $n+1$.



$y=\frac{1}{x^2},\ x\in R$

Racionálna lomená funkcia

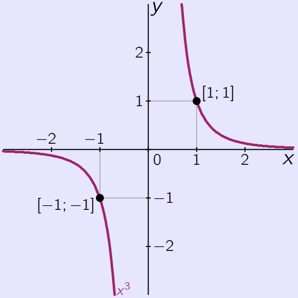
Racionálna lomená funkcia [podiel polynómov]

$$f:\ y=\frac{f_n(x)}{f_m(x)}=\frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m},$$
$$a_0,a_1,\ldots,a_n,b_0,b_1,\ldots,b_m\in R,\ a_n\neq 0,\ b_m\neq 0,\ n,m\in N\cup\{0\}.$$

Prirodzený definičný obor
$D(f)=R-\{x, x \text{ je koreň } f_m(x)=0\}$.

Pre $f_m:\ y=b_0,\ b_0\neq 0$ je f polynóm.

Graf funkcie
$f:\ y=\frac{1}{x^n},\ x\in R-\{0\}$ pre $n\in N$
sa nazýva hyperbola stupňa $n+1$.



$y=\frac{1}{x^3},\ x\in R$

Racionálna lomená funkcia

Racionálna lomená funkcia [podiel polynómov]

$$f:\ y=\frac{f_n(x)}{f_m(x)}=\frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m},$$

$$a_0,a_1,\ldots,a_n,b_0,b_1,\ldots,b_m\in R,\ a_n\neq 0,\ b_m\neq 0,\ n,m\in N\cup\{0\}.$$

Prirodzený definičný obor

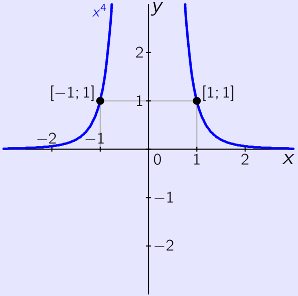
$D(f)=R-\{x, x \text{ je koreň } f_m(x)=0\}$.

Pre $f_m:\ y=b_0,\ b_0\neq 0$ je f polynóm.

Graf funkcie

$f:\ y=\frac{1}{x^n},\ x\in R-\{0\}$ pre $n\in N$

sa nazýva hyperbola stupňa $n+1$.



$y=\frac{1}{x^4},\ x\in R$

Racionálna lomená funkcia

Racionálna lomená funkcia [podiel polynómov]

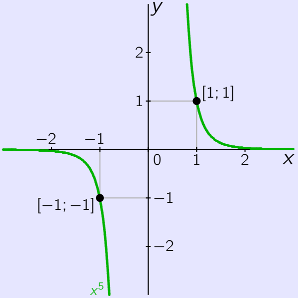
$$f:\ y=\frac{f_n(x)}{f_m(x)}=\frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m},$$

$$a_0, a_1, \ldots, a_n, b_0, b_1, \ldots, b_m \in R,\ a_n \neq 0,\ b_m \neq 0,\ n, m \in N \cup \{0\}.$$

Prirodzený definičný obor
$D(f)=R-\{x, x \text{ je koreň } f_m(x)=0\}$.

Pre $f_m:\ y=b_0,\ b_0 \neq 0$ je f polynóm.

Graf funkcie
$f:\ y=\frac{1}{x^n},\ x \in R-\{0\}$ pre $n \in N$
sa nazýva hyperbola stupňa $n+1$.



$y=\frac{1}{x^5},\ x \in R$

Racionálna lomená funkcia

Racionálna lomená funkcia [podiel polynómov]

$$f\colon\ y=\frac{f_n(x)}{f_m(x)}=\frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m},$$

$$a_0, a_1, \ldots, a_n, b_0, b_1, \ldots, b_m \in R,\ a_n\neq 0,\ b_m\neq 0,\ n, m\in N\cup\{0\}.$$

Prirodzený definičný obor

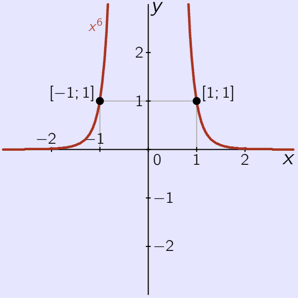
$D(f)=R-\{x, x \text{ je koreň } f_m(x)=0\}$.

Pre $f_m\colon\ y=b_0,\ b_0\neq 0$ je f polynóm.

Graf funkcie

$f\colon\ y=\frac{1}{x^n},\ x\in R-\{0\}$ pre $n\in N$

sa nazýva hyperbola stupňa $n+1$.



$y=\frac{1}{x^6},\ x\in R$

Racionálna lomená funkcia

Racionálna lomená funkcia [podiel polynómov]

$$f:\ y=\frac{f_n(x)}{f_m(x)}=\frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m},$$

$$a_0,a_1,\ldots,a_n,b_0,b_1,\ldots,b_m\in R,\ a_n\neq 0,\ b_m\neq 0,\ n,m\in N\cup\{0\}.$$

Prirodzený definičný obor

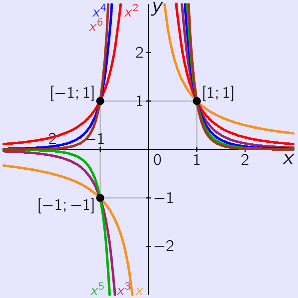
$D(f)=R-\{x, x \text{ je koreň } f_m(x)=0\}$.

Pre $f_m:\ y=b_0,\ b_0\neq 0$ je f polynóm.

Graf funkcie

$f:\ y=\frac{1}{x^n},\ x\in R-\{0\}$ pre $n\in N$

sa nazýva hyperbola stupňa $n+1$.



$y=\frac{1}{x^n},\ x\in R,\ n=1,\ldots,6$

Mocninná funkcia

Mocninná funkcia

Mocninná funkcia

Mocninná funkcia [premenná x je v základe]

$$f:\ y = x^r, \quad r \in R.$$

Mocninná funkcia

Mocninná funkcia [premenná x je v základe]

$$f\colon\ y = x^r, \quad r \in R.$$

Pre $r \neq 0$ má inverznú funkciu $f^{-1}: y = x^{\frac{1}{r}}$ (mocninná funkcia).

Mocninná funkcia

Mocninná funkcia

[premenná x je v základe]

$f\colon\ y = x^r, \quad r \in R.$

Pre $r \neq 0$ má inverznú funkciu $f^{-1} : y = x^{\frac{1}{r}}$ (mocninná funkcia).

$f\colon\ y = 1$ (konštantná funkcia) pre $r = 0$, prirodzený $D(f) = R$.

Mocninná funkcia

Mocninná funkcia [premenná x je v základe]

$f\colon\ y = x^r, \quad r \in R.$

Pre $r \neq 0$ má inverznú funkciu $f^{-1} : y = x^{\frac{1}{r}}$ (mocninná funkcia).

$f\colon\ y = 1$ (konštantná funkcia) pre $r = 0$, prirodzený $D(f) = R$.

$f\colon\ y = x^n$ (polynóm) pre $r = n$, $n \in N$, prirodzený $D(f) = R$.

Mocninná funkcia

Mocninná funkcia

[premenná x je v základe]

$f\colon\ y = x^r, \quad r \in R.$

Pre $r \neq 0$ má inverznú funkciu $f^{-1} : y = x^{\frac{1}{r}}$ (mocninná funkcia).

$f\colon\ y = 1$ (konštantná funkcia) pre $r = 0$, prirodzený $D(f) = R$.

$f\colon\ y = x^n$ (polynóm) pre $r = n$, $n \in N$, prirodzený $D(f) = R$.

$f\colon\ y = \frac{1}{x^n}$ (racionálna lomená) pre $r = -n$, $n \in N$, $D(f) = R - \{0\}$.

Mocninná funkcia

Mocninná funkcia

[premenná x je v základe]

$f:\ y = x^r, \quad r \in R.$

Pre $r \neq 0$ má inverznú funkciu $f^{-1}: y = x^{\frac{1}{r}}$ (mocninná funkcia).

$f:\ y = 1$ (konštantná funkcia) pre $r = 0$, prirodzený $D(f) = R$.

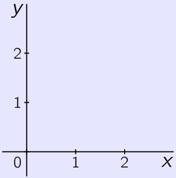
$f:\ y = x^n$ (polynóm) pre $r = n$, $n \in N$, prirodzený $D(f) = R$.

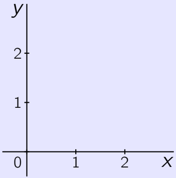
$f:\ y = \frac{1}{x^n}$ (racionálna lomená) pre $r = -n$, $n \in N$, $D(f) = R - \{0\}$.

$D(f) = (0; \infty)$ pre $r < 0$, $r \notin Z$.

$D(f) = \langle 0; \infty)$ pre $r > 0$, $r \notin N$.

$\boxed{r < 0}$





$\boxed{0 < r}$

Mocninná funkcia

Mocninná funkcia [premenná x je v základe]

$f\colon\ y = x^r, \quad r \in R.$

Pre $r \neq 0$ má inverznú funkciu $f^{-1}: y = x^{\frac{1}{r}}$ (mocninná funkcia).

$f\colon\ y = 1$ (konštantná funkcia) pre $r = 0$, prirodzený $D(f) = R$.

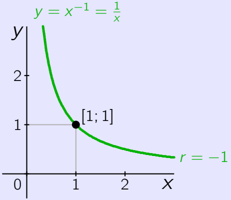
$f\colon\ y = x^n$ (polynóm) pre $r = n$, $n \in N$, prirodzený $D(f) = R$.

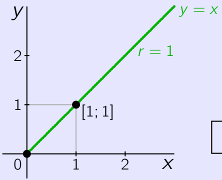
$f\colon\ y = \frac{1}{x^n}$ (racionálna lomená) pre $r = -n$, $n \in N$, $D(f) = R - \{0\}$.

$D(f) = (0; \infty)$ pre $r < 0$, $r \notin Z$.

$D(f) = \langle 0; \infty)$ pre $r > 0$, $r \notin N$.

$\boxed{r < 0}$





$\boxed{0 < r}$

Mocninná funkcia

Mocninná funkcia

[premenná x je v základe]

$$f:\ y = x^r, \quad r \in R.$$

Pre $r \neq 0$ má inverznú funkciu $f^{-1}: y = x^{\frac{1}{r}}$ (mocninná funkcia).

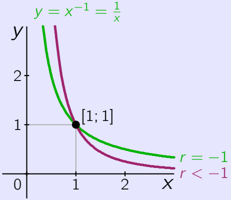
$f:\ y = 1$ (konštantná funkcia) pre $r = 0$, prirodzený $D(f) = R$.

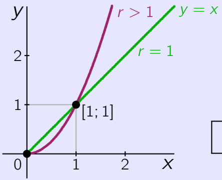
$f:\ y = x^n$ (polynóm) pre $r = n$, $n \in N$, prirodzený $D(f) = R$.

$f:\ y = \frac{1}{x^n}$ (racionálna lomená) pre $r = -n$, $n \in N$, $D(f) = R - \{0\}$.

$D(f) = (0; \infty)$ pre $r < 0$, $r \notin Z$. $D(f) = \langle 0; \infty)$ pre $r > 0$, $r \notin N$.

$\boxed{r < 0}$





$\boxed{0 < r}$

Mocninná funkcia

Mocninná funkcia [premenná x je v základe]

$f:\ y = x^r, \quad r \in R.$

Pre $r \neq 0$ má inverznú funkciu $f^{-1}: y = x^{\frac{1}{r}}$ (mocninná funkcia).

$f:\ y = 1$ (konštantná funkcia) pre $r = 0$, prirodzený $D(f) = R$.

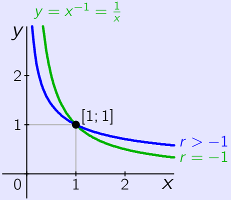
$f:\ y = x^n$ (polynóm) pre $r = n$, $n \in N$, prirodzený $D(f) = R$.

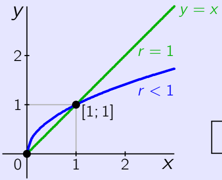
$f:\ y = \frac{1}{x^n}$ (racionálna lomená) pre $r = -n$, $n \in N$, $D(f) = R - \{0\}$.

$D(f) = (0; \infty)$ pre $r < 0$, $r \notin Z$.

$D(f) = \langle 0; \infty)$ pre $r > 0$, $r \notin N$.

$\boxed{r < 0}$





$\boxed{0 < r}$

Mocninná funkcia

Mocninná funkcia [premenná x je v základe]

$f:\ y = x^r, \quad r \in R.$

Pre $r \neq 0$ má inverznú funkciu $f^{-1}: y = x^{\frac{1}{r}}$ (mocninná funkcia).

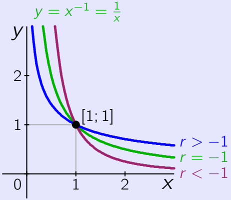
$f:\ y=1$ (konštantná funkcia) pre $r=0$, prirodzený $D(f) = R$.

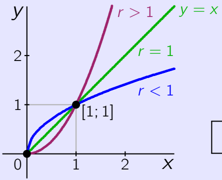
$f:\ y=x^n$ (polynóm) pre $r=n$, $n \in N$, prirodzený $D(f) = R$.

$f:\ y=\frac{1}{x^n}$ (racionálna lomená) pre $r=-n$, $n \in N$, $D(f) = R-\{0\}$.

$D(f)=(0;\infty)$ pre $r<0$, $r \notin Z$. $D(f)=\langle 0;\infty)$ pre $r>0$, $r \notin N$.

$\boxed{r < 0}$





$\boxed{0 < r}$

Exponenciálna funkcia

Exponenciálna funkcia

Exponenciálna funkcia

Exponenciálna funkcia

[premenná x je v exponente]

$f\colon\; y = a^x, \quad a > 0,$

Exponenciálna funkcia

Exponenciálna funkcia [premenná x je v exponente]

$f\colon\ y = a^x, \quad a > 0,$ číslo a sa nazýva základ funkcie.

Exponenciálna funkcia

Exponenciálna funkcia [premenná x je v exponente]

$f\colon\ y = a^x, \quad a > 0,$ číslo a sa nazýva základ funkcie.

Prirodzený $D(f) = R$,

Exponenciálna funkcia

Exponenciálna funkcia [premenná x je v exponente]

$f: y = a^x, \quad a > 0,$ číslo a sa nazýva základ funkcie.

Prirodzený $D(f) = R$, obor hodnôt $H(f) = (0; \infty)$.

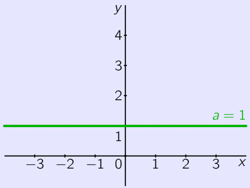
Exponenciálna funkcia

Exponenciálna funkcia [premenná x je v exponente]

$f:\ y = a^x, \quad a > 0,$ číslo a sa nazýva základ funkcie.

Prirodzený $D(f) = R$, obor hodnôt $H(f) = (0; \infty)$.

$f:\ y=1$ (konštantná funkcia) pre $a=1$.



Exponenciálna funkcia

Exponenciálna funkcia

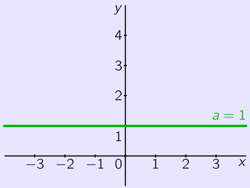
[premenná x je v exponente]

$f:\ y = a^x, \quad a > 0,$ číslo a sa nazýva základ funkcie.

Prirodzený $D(f) = R$, obor hodnôt $H(f) = (0; \infty)$.

$f:\ y = 1$ (konštantná funkcia) pre $a = 1$.

Pre $a \neq 1$ je rýdzo monotónna (rastúca pre $a > 1$, klesajúca pre $a < 1$).



Exponenciálna funkcia

Exponenciálna funkcia

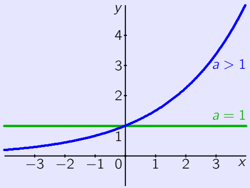
[premenná x je v exponente]

$f:\ y = a^x, \quad a > 0,$ číslo a sa nazýva základ funkcie.

Prirodzený $D(f) = R$, obor hodnôt $H(f) = (0; \infty)$.

$f:\ y = 1$ (konštantná funkcia) pre $a = 1$.

Pre $a \neq 1$ je rýdzo monotónna (rastúca pre $a > 1$, klesajúca pre $a < 1$).



Exponenciálna funkcia

Exponenciálna funkcia

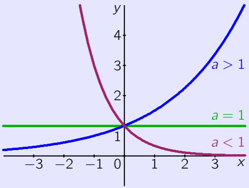
[premenná x je v exponente]

$f:\ y = a^x, \quad a > 0,$ číslo a sa nazýva základ funkcie.

Prirodzený $D(f) = R$, obor hodnôt $H(f) = (0; \infty)$.

$f:\ y=1$ (konštantná funkcia) pre $a=1$.

Pre $a\neq 1$ je rýdzo monotónna (rastúca pre $a>1$, klesajúca pre $a<1$).



Exponenciálna funkcia

Exponenciálna funkcia

[premenná x je v exponente]

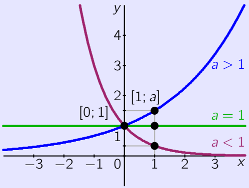
$f:\ y = a^x, \quad a > 0,$ číslo a sa nazýva základ funkcie.

Prirodzený $D(f) = R$, obor hodnôt $H(f) = (0; \infty)$.

$f:\ y=1$ (konštantná funkcia) pre $a=1$.

Pre $a \neq 1$ je rýdzo monotónna (rastúca pre $a>1$, klesajúca pre $a<1$).

Graf sa nazýva exponenciála a prechádza bodmi $[0; 1]$, $[1; a]$.



Exponenciálna funkcia

Exponenciálna funkcia [premenná x je v exponente]

$f\colon\ y = a^x, \quad a > 0,$ číslo a sa nazýva základ funkcie.

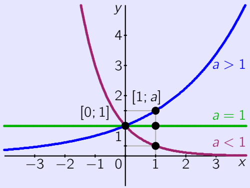
Prirodzený $D(f) = R$, obor hodnôt $H(f) = (0; \infty)$.

$f\colon\ y = 1$ (konštantná funkcia) pre $a = 1$.

Pre $a \neq 1$ je rýdzo monotónna (rastúca pre $a > 1$, klesajúca pre $a < 1$).

Graf sa nazýva exponenciála a prechádza bodmi $[0; 1]$, $[1; a]$.

Grafy funkcií $y = a^x$, $y = a^{-x}$ sú symetrické podľa osi y.



Exponenciálna funkcia

Exponenciálna funkcia

[premenná x je v exponente]

$f\colon\ y = a^x, \quad a > 0,$ číslo a sa nazýva základ funkcie.

Prirodzený $D(f) = R$, obor hodnôt $H(f) = (0; \infty)$.

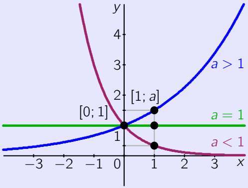
$f\colon\ y = 1$ (konštantná funkcia) pre $a = 1$.

Pre $a \neq 1$ je rýdzo monotónna (rastúca pre $a > 1$, klesajúca pre $a < 1$).

Graf sa nazýva exponenciála a prechádza bodmi $[0; 1]$, $[1; a]$.

Grafy funkcií $y = a^x$, $y = a^{-x}$ sú symetrické podľa osi y.

Najdôležitejšia je funkcia $y = e^x$ so základom e.



Exponenciálna funkcia

Exponenciálna funkcia

[premenná x je v exponente]

$f:\ y = a^x, \quad a > 0,$ číslo a sa nazýva základ funkcie.

Prirodzený $D(f) = R$, obor hodnôt $H(f) = (0; \infty)$.

$f:\ y=1$ (konštantná funkcia) pre $a=1$.

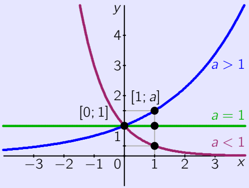
Pre $a \neq 1$ je rýdzo monotónna (rastúca pre $a>1$, klesajúca pre $a<1$).

Graf sa nazýva exponenciála a prechádza bodmi $[0; 1]$, $[1; a]$.

Grafy funkcií $y = a^x$, $y = a^{-x}$ sú symetrické podľa osi y.

Najdôležitejšia je funkcia $y = e^x$ so základom e.

Číslo $e \approx 2,718\,281\,828\,459\ldots$ sa nazýva Eulerovo číslo.



Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia

[inverzná k exponenciálnej $y=a^x$]

$f\colon\; y = \log_a x, \quad a > 0,\; a \neq 1,$

Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia

[inverzná k exponenciálnej $y = a^x$]

$f:\ y = \log_a x, \quad a > 0,\ a \neq 1,$ číslo a sa nazýva základ logaritmu.

Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia [inverzná k exponenciálnej $y=a^x$]

$f\colon\ y=\log_a x,\quad a>0,\ a\neq 1,$ číslo a sa nazýva základ logaritmu.

Prirodzený $D(f)=(0;\infty)$,

Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia [inverzná k exponenciálnej $y=a^x$]

$f\colon\ y = \log_a x, \quad a > 0,\ a \neq 1,$ číslo a sa nazýva základ logaritmu.

Prirodzený $D(f) = (0;\infty)$, $H(f) = R$.

Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia

[inverzná k exponenciálnej $y=a^x$]

$f\colon\ y=\log_a x, \quad a>0,\ a\neq 1,$ číslo a sa nazýva základ logaritmu.

Prirodzený $D(f)=(0;\infty)$, $H(f)=R$. Platí $y=\log_a x \Leftrightarrow x=a^y$.

Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia

[inverzná k exponenciálnej $y=a^x$]

$f:\ y = \log_a x, \quad a > 0,\ a \neq 1,$ číslo a sa nazýva základ logaritmu.

Prirodzený $D(f) = (0;\infty)$, $H(f) = R$. Platí $y = \log_a x \Leftrightarrow x = a^y$.

Číslo $\log_a x$ sa nazýva logaritmus čísla x so základom (pri základe) a.

Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia [inverzná k exponenciálnej $y=a^x$]

$f\colon\ y = \log_a x, \quad a>0,\ a\neq 1,$ číslo a sa nazýva základ logaritmu.

Prirodzený $D(f)=(0;\infty)$, $H(f)=R$. Platí $y=\log_a x \Leftrightarrow x=a^y$.

Číslo $\log_a x$ sa nazýva logaritmus čísla x so základom (pri základe) a.

Funkcia je rýdzo monotónna (rastúca pre $a>1$, klesajúca pre $a<1$).

Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia

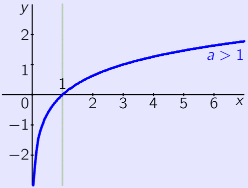
[inverzná k exponenciálnej $y=a^x$]

$f\colon\ y=\log_a x, \quad a>0,\ a\neq 1,$ číslo a sa nazýva základ logaritmu.

Prirodzený $D(f)=(0;\infty)$, $H(f)=R$. Platí $y=\log_a x \Leftrightarrow x=a^y$.

Číslo $\log_a x$ sa nazýva logaritmus čísla x so základom (pri základe) a.

Funkcia je rýdzo monotónna (rastúca pre $a>1$, klesajúca pre $a<1$).



Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia

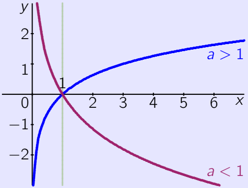
[inverzná k exponenciálnej $y=a^x$]

$f:\ y = \log_a x, \quad a > 0,\ a \neq 1,$ číslo a sa nazýva základ logaritmu.

Prirodzený $D(f) = (0;\infty)$, $H(f) = R$. Platí $y = \log_a x \Leftrightarrow x = a^y$.

Číslo $\log_a x$ sa nazýva logaritmus čísla x so základom (pri základe) a.

Funkcia je rýdzo monotónna (rastúca pre $a > 1$, klesajúca pre $a < 1$).



Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia

[inverzná k exponenciálnej $y=a^x$]

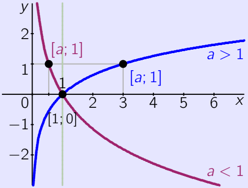
$f\colon\ y=\log_a x,\quad a>0,\ a\neq 1,$ číslo a sa nazýva základ logaritmu.

Prirodzený $D(f)=(0;\infty)$, $H(f)=R$. Platí $y=\log_a x \Leftrightarrow x=a^y$.

Číslo $\log_a x$ sa nazýva logaritmus čísla x so základom (pri základe) a.

Funkcia je rýdzo monotónna (rastúca pre $a>1$, klesajúca pre $a<1$).

Graf sa nazýva logaritmická krivka a prechádza bodmi $[1;0]$, $[a;1]$.



Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia

[inverzná k exponenciálnej $y=a^x$]

$f\colon\ y = \log_a x, \quad a > 0,\ a \neq 1,$ číslo a sa nazýva základ logaritmu.

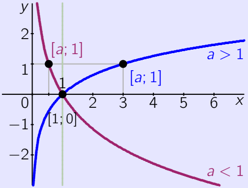
Prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = R$. Platí $y = \log_a x \Leftrightarrow x = a^y$.

Číslo $\log_a x$ sa nazýva logaritmus čísla x so základom (pri základe) a.

Funkcia je rýdzo monotónna (rastúca pre $a > 1$, klesajúca pre $a < 1$).

Graf sa nazýva logaritmická krivka a prechádza bodmi $[1; 0]$, $[a; 1]$.

Grafy funkcií $y = log_a x$, $y = log_{\frac{1}{a}} x$ sú symetrické podľa osi x.



Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia

[inverzná k exponenciálnej $y=a^x$]

$f\colon\ y=\log_a x,\quad a>0,\ a\neq 1,$ číslo a sa nazýva základ logaritmu.

Prirodzený $D(f)=(0;\infty)$, $H(f)=R$. Platí $y=\log_a x \Leftrightarrow x=a^y$.

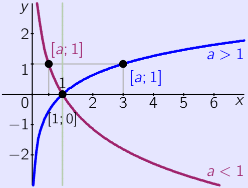
Číslo $\log_a x$ sa nazýva logaritmus čísla x so základom (pri základe) a.

Funkcia je rýdzo monotónna (rastúca pre $a>1$, klesajúca pre $a<1$).

Graf sa nazýva logaritmická krivka a prechádza bodmi $[1;0]$, $[a;1]$.

Grafy funkcií $y=log_a x$, $y=log_{\frac{1}{a}} x$ sú symetrické podľa osi x.

$y=\log_{10} x=\log x$ (so základom 10) sa nazýva dekadický logaritmus.



Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia

[inverzná k exponenciálnej $y = a^x$]

$f\colon\ y = \log_a x,\quad a > 0,\ a \neq 1,$ číslo a sa nazýva základ logaritmu.

Prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = R$. Platí $y = \log_a x \Leftrightarrow x = a^y$.

Číslo $\log_a x$ sa nazýva logaritmus čísla x so základom (pri základe) a.

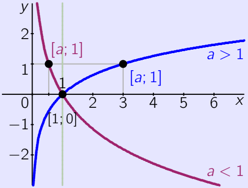
Funkcia je rýdzo monotónna (rastúca pre $a > 1$, klesajúca pre $a < 1$).

Graf sa nazýva logaritmická krivka a prechádza bodmi $[1; 0]$, $[a; 1]$.

Grafy funkcií $y = log_a x$, $y = log_{\frac{1}{a}} x$ sú symetrické podľa osi x.

$y = \log_{10} x = \log x$ (so základom 10) sa nazýva dekadický logaritmus.

$y = \log_e x = \ln x$ (so základom e) sa nazýva prirodzený logaritmus.



Logaritmická funkcia

$a > 0,\ a \neq 1, \quad x, x_1, x_2 \in (0; \infty), \quad r \in R, \quad b > 0,\ b \neq 1$

Logaritmická funkcia

$a > 0,\ a \neq 1, \quad x, x_1, x_2 \in (0; \infty), \quad r \in R, \quad b > 0,\ b \neq 1$

$\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2), \qquad \log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2},$

Logaritmická funkcia

$a > 0,\ a \neq 1, \quad x, x_1, x_2 \in (0; \infty), \quad r \in R, \quad b > 0,\ b \neq 1$

$\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2), \qquad \log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2},$

$\log_a x^r = r \log_a x,$

$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a},$

Logaritmická funkcia

$a > 0,\ a \neq 1, \quad x, x_1, x_2 \in (0; \infty), \quad r \in R, \quad b > 0,\ b \neq 1$

$\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2), \qquad \log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2},$

$\log_a x^r = r \log_a x,$ špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$ pre $n \in N,$

$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a},$ špeciálne $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}.$

Logaritmická funkcia

$a > 0,\ a \neq 1, \quad x, x_1, x_2 \in (0; \infty), \quad r \in R, \quad b > 0,\ b \neq 1$

$$\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2), \qquad \log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2},$$

$\log_a x^r = r \log_a x,$ špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$ pre $n \in N,$

$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a},$ špeciálne $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}.$

Funkcie $y = \log_a x\colon (0; \infty) \to R, \quad y = a^x\colon R \to (0; \infty)$

Logaritmická funkcia

$a > 0,\ a \neq 1, \quad x, x_1, x_2 \in (0; \infty), \quad r \in R, \quad b > 0,\ b \neq 1$

$\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2), \qquad \log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2},$

$\log_a x^r = r \log_a x,$ špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$ pre $n \in N,$

$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a},$ špeciálne $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}.$

Funkcie $y = \log_a x \colon (0; \infty) \to R, \quad y = a^x \colon R \to (0; \infty)$

sú inverzné pre $a > 0,\ a \neq 1.$

Logaritmická funkcia

$a > 0,\ a \neq 1, \quad x, x_1, x_2 \in (0; \infty), \quad r \in R, \quad b > 0,\ b \neq 1$

$$\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2), \qquad \log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2},$$

$\log_a x^r = r \log_a x,$ špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$ pre $n \in N,$

$\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a},$ špeciálne $\log_a x = \dfrac{\ln x}{\ln a}.$

Funkcie $y = \log_a x\colon (0; \infty) \to R, \quad y = a^x\colon R \to (0; \infty)$

sú inverzné pre $a > 0,\ a \neq 1.$

Grafy $y = \log_a x,\ y = a^x$ sú osovo súmerné podľa priamky $y = x.$

Logaritmická funkcia

$a > 0,\ a \neq 1, \quad x, x_1, x_2 \in (0;\infty), \quad r \in R, \quad b > 0,\ b \neq 1$

$\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2), \qquad \log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2},$

$\log_a x^r = r \log_a x,$ špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$ pre $n \in N,$

$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a},$ špeciálne $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}.$

Funkcie $y = \log_a x$: $(0;\infty) \to R, \quad y = a^x$: $R \to (0;\infty)$

sú inverzné pre $a > 0,\ a \neq 1.$

Grafy $y = \log_a x,\ y = a^x$ sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

Pre všetky $x \in (0;\infty)$ platí $x = a^{\log_a x},$

Logaritmická funkcia

$a > 0,\ a \neq 1, \quad x, x_1, x_2 \in (0;\infty), \quad r \in R, \quad b > 0,\ b \neq 1$

$\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2), \qquad \log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2},$

$\log_a x^r = r \log_a x,$ špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$ pre $n \in N,$

$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a},$ špeciálne $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}.$

Funkcie $y = \log_a x$: $(0;\infty) \to R, \quad y = a^x$: $R \to (0;\infty)$

sú inverzné pre $a > 0,\ a \neq 1.$

Grafy $y = \log_a x,\ y = a^x$ sú osovo súmerné podľa priamky $y = x.$

Pre všetky $x \in (0;\infty)$ platí $x = a^{\log_a x},$

Pre všetky $x \in R$ platí $x = \log_a a^x,$

Logaritmická funkcia

$a > 0,\ a \neq 1, \quad x, x_1, x_2 \in (0; \infty), \quad r \in R, \quad b > 0,\ b \neq 1$

$\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2), \qquad \log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2},$

$\log_a x^r = r \log_a x,$ špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$ pre $n \in N,$

$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a},$ špeciálne $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}.$

Funkcie $y = \log_a x \colon (0; \infty) \to R, \quad y = a^x \colon R \to (0; \infty)$

sú inverzné pre $a > 0,\ a \neq 1.$

Grafy $y = \log_a x,\ y = a^x$ sú osovo súmerné podľa priamky $y = x.$

Pre všetky $x \in (0; \infty)$ platí $x = a^{\log_a x},$ špeciálne $x = e^{\ln x}.$

Pre všetky $x \in R$ platí $x = \log_a a^x,$ špeciálne $x = \ln e^x.$

Goniometrické funkcie

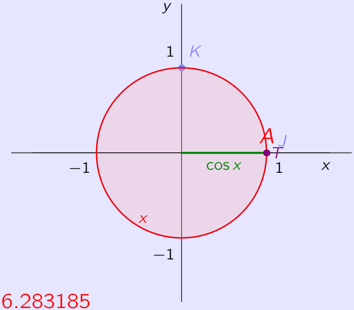
Goniometrické (trigonometrické) funkcie

$\sin x = 0$

$\cos x = 1$

$\operatorname{tg} x = 0$

$\operatorname{cotg} x$ neexistuje



$A = [\cos x, \sin x]$

$C = [\operatorname{cotg} x, 1]$

$T = [1, \operatorname{tg} x]$

$K = [0, 1]$

$J = [1, 0]$

$x = -88 \cdot \frac{2\pi}{88} = -6.283185$

Goniometrické funkcie

Goniometrické (trigonometrické) funkcie

$y = \sin x\colon\ R \to \langle -1; 1\rangle,$

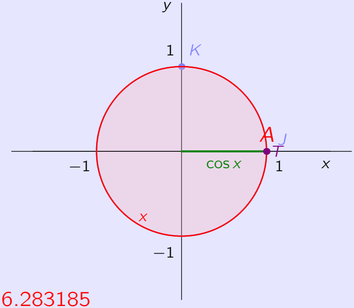
$y = \cos x\colon\ R \to \langle -1; 1\rangle,$

$\sin x = 0$

$\cos x = 1$

$\mathrm{tg}\, x = 0$

$\mathrm{cotg}\, x$ neexistuje



$A = [\cos x, \sin x]$

$C = [\mathrm{cotg}\, x, 1]$

$T = [1, \mathrm{tg}\, x]$

$K = [0, 1]$

$J = [1, 0]$

$x = -88 \cdot \frac{2\pi}{88} = -6.283185$

Goniometrické funkcie

Goniometrické (trigonometrické) funkcie

$y=\sin x\colon R \to \langle -1;1\rangle$, $\quad y=\operatorname{tg} x=\frac{\sin x}{\cos x}\colon R-\{\frac{\pi}{2}+k\pi\,;\,k\in Z\} \to R$,

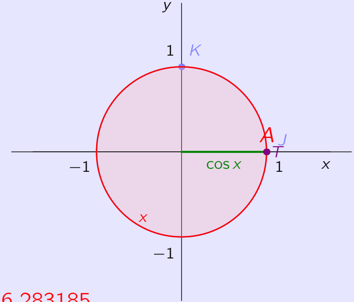
$y=\cos x\colon R \to \langle -1;1\rangle$, $\quad y=\operatorname{cotg} x=\frac{\cos x}{\sin x}\colon R-\{k\pi\,;\,k\in Z\} \to R$.

$\sin x = 0$

$\cos x = 1$

$\operatorname{tg} x = 0$

$\operatorname{cotg} x$ neexistuje



$A = [\cos x, \sin x]$

$C = [\operatorname{cotg} x, 1]$

$T = [1, \operatorname{tg} x]$

$K = [0, 1]$

$J = [1, 0]$

$x = -88 \cdot \frac{2\pi}{88} = -6.283185$

Goniometrické funkcie

Funkcia sínus

$f: y = \sin x,\ x \in R$

Funkcia kosínus

$f: y = \cos x,\ x \in R$

Goniometrické funkcie

Funkcia sínus

$f:\ y = \sin x,\ x \in R.$

Funkcia kosínus

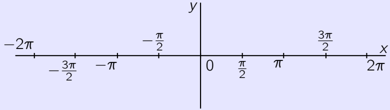
$f:\ y = \cos x,\ x \in R.$

Goniometrické funkcie

Funkcia sínus

$f: \ y = \sin x, \ x \in R.$

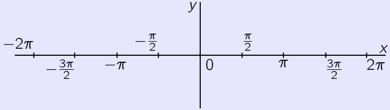
$D(f) = R,$



Funkcia kosínus

$f: \ y = \cos x, \ x \in R.$

$D(f) = R,$

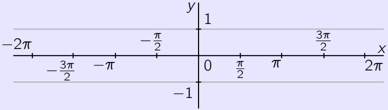


Goniometrické funkcie

Funkcia sínus

$f:\ y = \sin x,\ x \in R.$

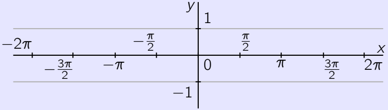
$D(f) = R,\ H(f) = \langle -1; 1\rangle.$



Funkcia kosínus

$f:\ y = \cos x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = \langle -1; 1\rangle.$



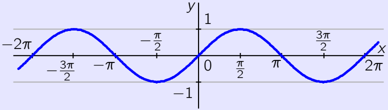
Goniometrické funkcie

Funkcia sínus

$f:\ y = \sin x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = \langle -1; 1\rangle.$

Graf sa nazýva sínusoida.

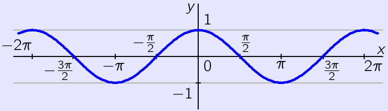


Funkcia kosínus

$f:\ y = \cos x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = \langle -1; 1\rangle.$

Graf sa nazýva kosínusoida.



Goniometrické funkcie

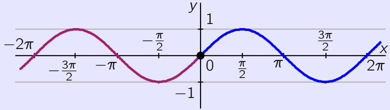
Funkcia sínus

$f:\ y = \sin x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = \langle -1; 1 \rangle.$

Graf sa nazýva sínusoida.

Funkcia je nepárna,



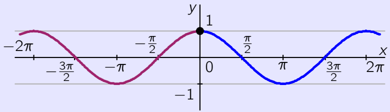
Funkcia kosínus

$f:\ y = \cos x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = \langle -1; 1 \rangle.$

Graf sa nazýva kosínusoida.

Funkcia je párna,



Goniometrické funkcie

Funkcia sínus

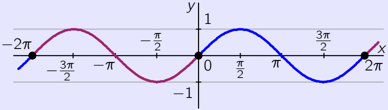
$f: \ y = \sin x, \ x \in R.$

$D(f) = R, \ H(f) = \langle -1; 1 \rangle.$

Graf sa nazýva sínusoida.

Funkcia je nepárna,

periodická s periódou 2π,



Funkcia kosínus

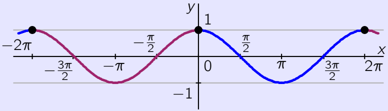
$f: \ y = \cos x, \ x \in R.$

$D(f) = R, \ H(f) = \langle -1; 1 \rangle.$

Graf sa nazýva kosínusoida.

Funkcia je párna,

periodická s periódou 2π,



Goniometrické funkcie

Funkcia sínus

$f:\ y = \sin x,\ x \in R.$

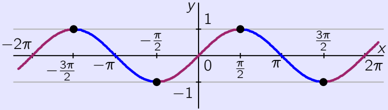
$D(f) = R,\ H(f) = \langle -1; 1\rangle.$

Graf sa nazýva sínusoida.

Funkcia je nepárna,

periodická s periódou 2π,

klesajúca na $\langle \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\rangle$,



Funkcia kosínus

$f:\ y = \cos x,\ x \in R.$

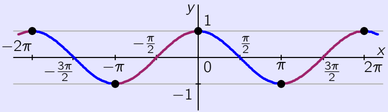
$D(f) = R,\ H(f) = \langle -1; 1\rangle.$

Graf sa nazýva kosínusoida.

Funkcia je párna,

periodická s periódou 2π,

klesajúca na $\langle 0 + 2k\pi; \pi + 2k\pi\rangle$,



Goniometrické funkcie

Funkcia sínus

$f:\ y = \sin x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = \langle -1; 1 \rangle.$

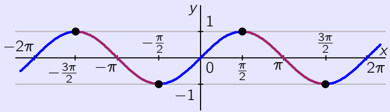
Graf sa nazýva sínusoida.

Funkcia je nepárna,

periodická s periódou 2π,

klesajúca na $\langle \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \rangle$,

rastúca na $\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$,



Funkcia kosínus

$f:\ y = \cos x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = \langle -1; 1 \rangle.$

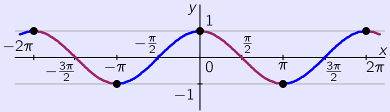
Graf sa nazýva kosínusoida.

Funkcia je párna,

periodická s periódou 2π,

klesajúca na $\langle 0 + 2k\pi; \pi + 2k\pi \rangle$,

rastúca na $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$,



Goniometrické funkcie

Funkcia sínus

$f: \ y = \sin x, \ x \in R.$

$D(f) = R, \ H(f) = \langle -1; 1 \rangle.$

Graf sa nazýva sínusoida.

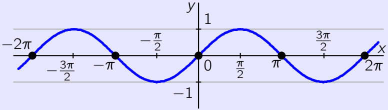
Funkcia je nepárna,

periodická s periódou 2π,

klesajúca na $\langle \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \rangle$,

rastúca na $\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$,

nulové body sú $k\pi, \ k \in Z$.



Funkcia kosínus

$f: \ y = \cos x, \ x \in R.$

$D(f) = R, \ H(f) = \langle -1; 1 \rangle.$

Graf sa nazýva kosínusoida.

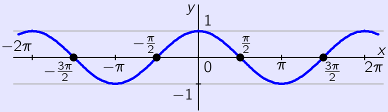
Funkcia je párna,

periodická s periódou 2π,

klesajúca na $\langle 0 + 2k\pi; \pi + 2k\pi \rangle$,

rastúca na $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$,

nulové body sú $\frac{\pi}{2} + k\pi, \ k \in Z$.



Goniometrické funkcie

Funkcia sínus

$f:\ y = \sin x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = \langle -1; 1 \rangle.$

Graf sa nazýva sínusoida.

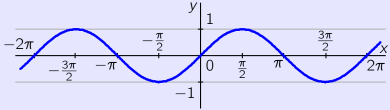
Funkcia je nepárna,

periodická s periódou 2π,

klesajúca na $\langle \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \rangle$,

rastúca na $\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$,

nulové body sú $k\pi,\ k \in Z$.



Funkcia kosínus

$f:\ y = \cos x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = \langle -1; 1 \rangle.$

Graf sa nazýva kosínusoida.

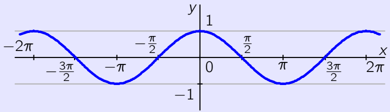
Funkcia je párna,

periodická s periódou 2π,

klesajúca na $\langle 0 + 2k\pi; \pi + 2k\pi \rangle$,

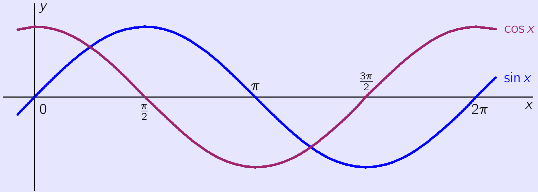
rastúca na $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$,

nulové body sú $\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$.



Goniometrické funkcie

Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus pre $x \in \left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle$

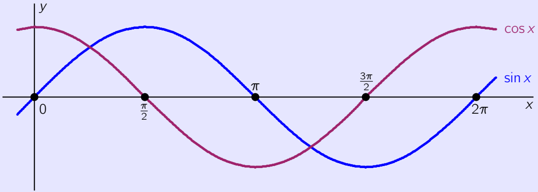


Goniometrické funkcie

Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus pre $x \in \langle 0; \frac{\pi}{2} \rangle$

0

$\sin 0 = \cos \frac{\pi}{2}$



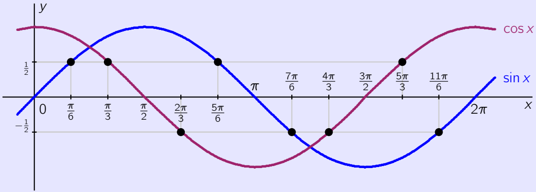
$$\sin 0 = \sin \pi = \sin 2\pi = \quad 0 \quad = \cos \frac{\pi}{2} = \cos \frac{3\pi}{2}$$

Goniometrické funkcie

Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus pre $x \in \left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle$

$$\frac{1}{2}$$

$$\sin\frac{\pi}{6} = \cos\frac{\pi}{3}$$



$$\sin\frac{\pi}{6} = \sin\frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3} = \cos\frac{5\pi}{3}$$

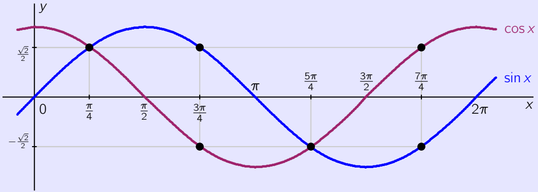
$$\sin\frac{7\pi}{6} = \sin\frac{11\pi}{6} = -\frac{1}{2} = \cos\frac{2\pi}{3} = \cos\frac{4\pi}{3}$$

Goniometrické funkcie

Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus pre $x \in \langle 0; \frac{\pi}{2} \rangle$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\frac{\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4}$$



$$\sin\frac{\pi}{4} = \sin\frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos\frac{\pi}{4} = \cos\frac{7\pi}{4}$$

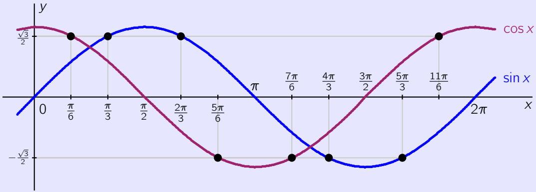
$$\sin\frac{5\pi}{4} = \sin\frac{7\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos\frac{3\pi}{4} = \cos\frac{5\pi}{4}$$

Goniometrické funkcie

Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus pre $x \in \langle 0; \frac{\pi}{2} \rangle$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\frac{\pi}{3} = \cos\frac{\pi}{6}$$



$$\sin\frac{\pi}{3} = \sin\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\frac{\pi}{6} = \cos\frac{11\pi}{6}$$

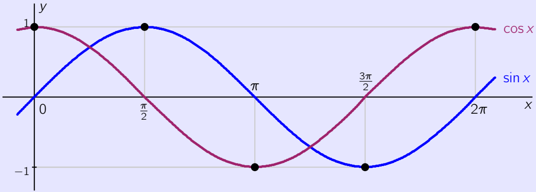
$$\sin\frac{4\pi}{3} = \sin\frac{5\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\frac{5\pi}{6} = \cos\frac{7\pi}{6}$$

Goniometrické funkcie

Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus pre $x \in \langle 0; \frac{\pi}{2} \rangle$

$$1$$

$$\sin\frac{\pi}{2} = \cos 0$$



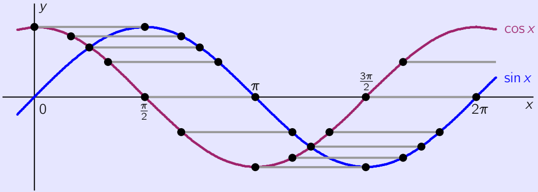
$$\sin\frac{\pi}{2} = 1 = \cos 0 = \cos 2\pi$$

$$\sin\frac{3\pi}{2} = -1 = \cos\pi$$

Goniometrické funkcie

Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus pre $x \in \langle 0; \frac{\pi}{2} \rangle$

0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\sin 0 = \cos \frac{\pi}{2}$	$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3}$	$\sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4}$	$\sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6}$	$\sin \frac{\pi}{2} = \cos 0$

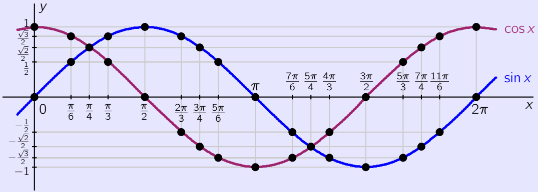


$$\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \qquad \sin x = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

Goniometrické funkcie

Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus pre $x \in \langle 0; \frac{\pi}{2} \rangle$

0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\sin 0 = \cos \frac{\pi}{2}$	$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3}$	$\sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4}$	$\sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6}$	$\sin \frac{\pi}{2} = \cos 0$

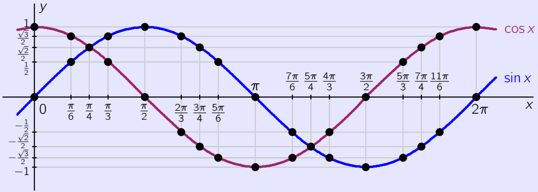


$$\cos x = \sin \left(x + \frac{\pi}{2}\right) \qquad \sin x = \cos \left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

Goniometrické funkcie

Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus pre $x \in \langle 0; \frac{\pi}{2} \rangle$

0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\sin 0 = \cos \frac{\pi}{2}$	$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3}$	$\sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4}$	$\sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6}$	$\sin \frac{\pi}{2} = \cos 0$



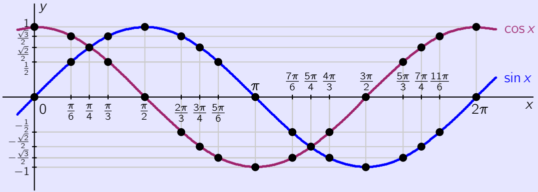
$\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ $\qquad$ $\sin x = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

Pre všetky $x \in R$ platí $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$,

Goniometrické funkcie

Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus pre $x \in \langle 0; \frac{\pi}{2} \rangle$

0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\sin 0 = \cos \frac{\pi}{2}$	$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3}$	$\sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4}$	$\sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6}$	$\sin \frac{\pi}{2} = \cos 0$



$$\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \qquad \sin x = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

Pre všetky $x \in R$ platí $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$,

t. j. $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x, \quad \cos^2 x = 1 - \sin^2 x.$

Goniometrické funkcie

Súčtové vzorce $x, y \in R$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \qquad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Goniometrické funkcie

Súčtové vzorce [základné – dajú sa z nich odvodiť všetky ostatné vzorce] $x, y \in R$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \qquad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Goniometrické funkcie

Súčtové vzorce [základné – dajú sa z nich odvodiť všetky ostatné vzorce] $x, y \in R$

$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \qquad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$

Posunutia funkcií sínus a kosínus o hodnoty $\pm\frac{\pi}{2}$ $x \in R$

$\sin(x \pm \frac{\pi}{2}) = \pm \cos x, \qquad \cos(x \pm \frac{\pi}{2}) = \mp \sin x,$

Goniometrické funkcie

Súčtové vzorce [základné – dajú sa z nich odvodiť všetky ostatné vzorce] $x, y \in R$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \qquad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Posunutia funkcií sínus a kosínus o hodnoty $\pm\frac{\pi}{2}$ a $\pm\pi$ $x \in R$

$$\sin\left(x \pm \tfrac{\pi}{2}\right) = \pm\cos x, \qquad \cos\left(x \pm \tfrac{\pi}{2}\right) = \mp\sin x,$$

$$\sin(x \pm \pi) = -\sin x, \qquad \cos(x \pm \pi) = -\cos x.$$

Goniometrické funkcie

Súčtové vzorce [základné – dajú sa z nich odvodiť všetky ostatné vzorce] $x, y \in R$

$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \qquad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$

Posunutia funkcií sínus a kosínus o hodnoty $\pm\frac{\pi}{2}$ a $\pm\pi$ $x \in R$

$\sin(x \pm \frac{\pi}{2}) = \pm\cos x, \qquad \cos(x \pm \frac{\pi}{2}) = \mp\sin x,$

$\sin(x \pm \pi) = -\sin x, \qquad \cos(x \pm \pi) = -\cos x.$

Dvojnásobné uhly funkcií sínus a kosínus $x \in R$

$\sin 2x = 2\sin x \cos x,$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

Goniometrické funkcie

Súčtové vzorce [základné – dajú sa z nich odvodiť všetky ostatné vzorce] $x, y \in R$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \qquad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Posunutia funkcií sínus a kosínus o hodnoty $\pm\frac{\pi}{2}$ a $\pm\pi$ $x \in R$

$$\sin\left(x \pm \tfrac{\pi}{2}\right) = \pm\cos x, \qquad \cos\left(x \pm \tfrac{\pi}{2}\right) = \mp\sin x,$$

$$\sin(x \pm \pi) = -\sin x, \qquad \cos(x \pm \pi) = -\cos x.$$

Dvojnásobné uhly funkcií sínus a kosínus $x \in R$

$$\sin 2x = 2\sin x\cos x, \qquad \sin x = 2\sin\tfrac{x}{2}\cos\tfrac{x}{2},$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x, \qquad \cos x = \cos^2\tfrac{x}{2} - \sin^2\tfrac{x}{2}.$$

Goniometrické funkcie

Súčtové vzorce [základné – dajú sa z nich odvodiť všetky ostatné vzorce] $x, y \in R$

$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \qquad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$

Posunutia funkcií sínus a kosínus o hodnoty $\pm\frac{\pi}{2}$ a $\pm\pi$ $x \in R$

$\sin(x \pm \frac{\pi}{2}) = \pm\cos x, \qquad \cos(x \pm \frac{\pi}{2}) = \mp\sin x,$

$\sin(x \pm \pi) = -\sin x, \qquad \cos(x \pm \pi) = -\cos x.$

Dvojnásobné uhly funkcií sínus a kosínus $x \in R$

$\sin 2x = 2\sin x \cos x, \qquad \sin x = 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2},$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x, \qquad \cos x = \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}.$

Polovičné uhly funkcií sínus a kosínus $x \in R$

$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}, \qquad \cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$

Goniometrické funkcie

Súčtové vzorce [základné – dajú sa z nich odvodiť všetky ostatné vzorce] $x, y \in R$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \qquad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Posunutia funkcií sínus a kosínus o hodnoty $\pm\frac{\pi}{2}$ a $\pm\pi$ $x \in R$

$$\sin\left(x \pm \tfrac{\pi}{2}\right) = \pm \cos x, \qquad \cos\left(x \pm \tfrac{\pi}{2}\right) = \mp \sin x,$$

$$\sin(x \pm \pi) = -\sin x, \qquad \cos(x \pm \pi) = -\cos x.$$

Dvojnásobné uhly funkcií sínus a kosínus $x \in R$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x, \qquad \sin x = 2 \sin \tfrac{x}{2} \cos \tfrac{x}{2},$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x, \qquad \cos x = \cos^2 \tfrac{x}{2} - \sin^2 \tfrac{x}{2}.$$

Polovičné uhly funkcií sínus a kosínus $x \in R$

$$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}, \quad \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}, \qquad \cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{2}.$$

Goniometrické funkcie

Súčty funkcií sínus a kosínus $x, y \in R$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2},$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2},$$

Goniometrické funkcie

Súčty funkcií sínus a kosínus $x, y \in R$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \qquad \cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2},$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}, \qquad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}.$$

Goniometrické funkcie

Súčty funkcií sínus a kosínus $x, y \in R$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \qquad \cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2},$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}, \qquad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}.$$

Súčiny funkcií sínus a kosínus $x, y \in R$

$$\sin x \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2},$$

$$\cos x \sin y = \frac{\sin(x+y) - \sin(x-y)}{2},$$

Goniometrické funkcie

Súčty funkcií sínus a kosínus $x, y \in R$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \qquad \cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2},$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}, \qquad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}.$$

Súčiny funkcií sínus a kosínus $x, y \in R$

$$\sin x \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}, \qquad \cos x \cos y = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2},$$

$$\cos x \sin y = \frac{\sin(x+y) - \sin(x-y)}{2}, \qquad \sin x \sin y = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{2}.$$

Goniometrické funkcie

Súčty funkcií sínus a kosínus $x, y \in R$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \qquad \cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2},$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}, \qquad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}.$$

Súčiny funkcií sínus a kosínus $x, y \in R$

$$\sin x \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}, \qquad \cos x \cos y = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2},$$

$$\cos x \sin y = \frac{\sin(x+y) - \sin(x-y)}{2}, \qquad \sin x \sin y = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{2}.$$

Súčiny funkcií sínus a kosínus $x, y \in R$

$$\sin(x+y) \sin(x-y) = \sin^2 x - \sin^2 y = \cos^2 y - \cos^2 x,$$

Goniometrické funkcie

Súčty funkcií sínus a kosínus $x, y \in R$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \qquad \cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2},$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}, \qquad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}.$$

Súčiny funkcií sínus a kosínus $x, y \in R$

$$\sin x \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}, \qquad \cos x \cos y = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2},$$

$$\cos x \sin y = \frac{\sin(x+y) - \sin(x-y)}{2}, \qquad \sin x \sin y = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{2}.$$

Súčiny funkcií sínus a kosínus $x, y \in R$

$$\sin(x+y) \sin(x-y) = \sin^2 x - \sin^2 y = \cos^2 y - \cos^2 x,$$

$$\cos(x+y) \cos(x-y) = \cos^2 x - \sin^2 y = \cos^2 y - \sin^2 x.$$

Goniometrické funkcie

Funkcia tangens

Funkcia kotangens

Goniometrické funkcie

Funkcia tangens

$f:\ y = \operatorname{tg} x,\ x \in R - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z\right\}.$

Funkcia kotangens

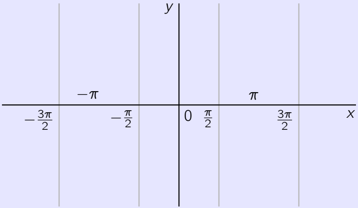
$f:\ y = \operatorname{cotg} x,\ x \in R - \{k\pi,\ k \in Z\}.$

Goniometrické funkcie

Funkcia tangens

$f:\ y = \operatorname{tg} x,\ x \in R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z\}.$

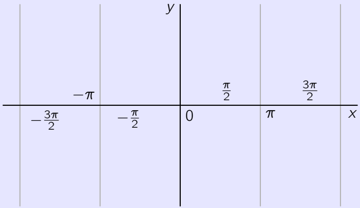
$D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z\},$



Funkcia kotangens

$f:\ y = \operatorname{cotg} x,\ x \in R - \{k\pi,\ k \in Z\}.$

$D(f) = R - \{k\pi,\ k \in Z\},$



Goniometrické funkcie

Funkcia tangens

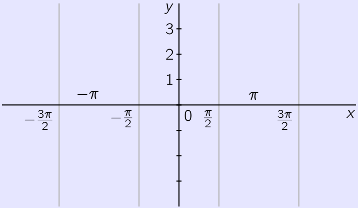
$f:\ y = \operatorname{tg} x,\ x \in R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z\}.$

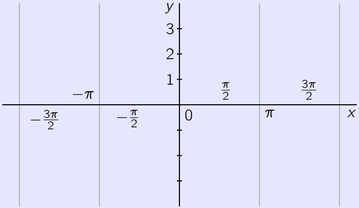
$D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z\},\ H(f) = R.$

Funkcia kotangens

$f:\ y = \operatorname{cotg} x,\ x \in R - \{k\pi,\ k \in Z\}.$

$D(f) = R - \{k\pi,\ k \in Z\},\ H(f) = R.$



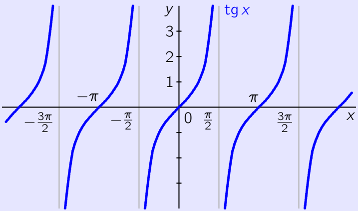


Goniometrické funkcie

Funkcia tangens

$f:\ y = \operatorname{tg} x,\ x \in R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z\}$.

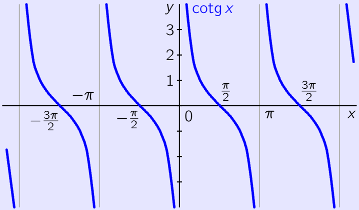
$D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z\}$, $H(f) = R$.
Graf sa nazýva tangenta.



Funkcia kotangens

$f:\ y = \operatorname{cotg} x,\ x \in R - \{k\pi,\ k \in Z\}$.

$D(f) = R - \{k\pi,\ k \in Z\}$, $H(f) = R$.
Graf sa nazýva kotangenta.



Goniometrické funkcie

Funkcia tangens

$f: y = \operatorname{tg} x,\ x \in R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z\}.$

$D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z\},\ H(f) = R.$

Graf sa nazýva tangenta.

Funkcia je nepárna,

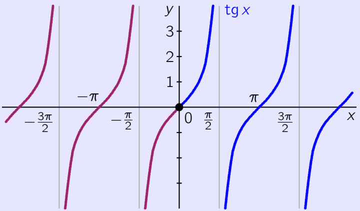
Funkcia kotangens

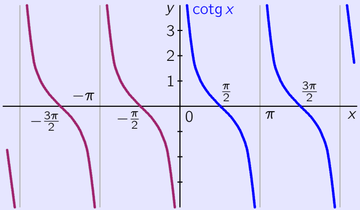
$f: y = \operatorname{cotg} x,\ x \in R - \{k\pi,\ k \in Z\}.$

$D(f) = R - \{k\pi,\ k \in Z\},\ H(f) = R.$

Graf sa nazýva kotangenta.

Funkcia je nepárna,





Goniometrické funkcie

Funkcia tangens

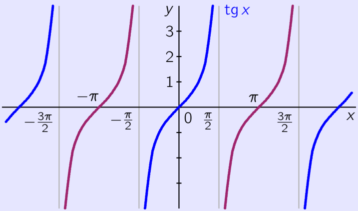
$f:\ y = \operatorname{tg} x,\ x \in R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z\}.$

$D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z\},\ H(f) = R.$

Graf sa nazýva tangenta.

Funkcia je nepárna,

periodická s periódou π,



Funkcia kotangens

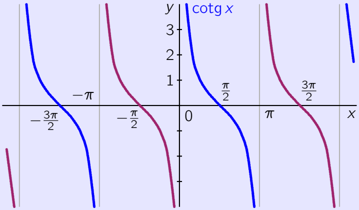
$f:\ y = \operatorname{cotg} x,\ x \in R - \{k\pi,\ k \in Z\}.$

$D(f) = R - \{k\pi,\ k \in Z\},\ H(f) = R.$

Graf sa nazýva kotangenta.

Funkcia je nepárna,

periodická s periódou π,



Goniometrické funkcie

Funkcia tangens

$f: y = \operatorname{tg} x,\ x \in R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}.$

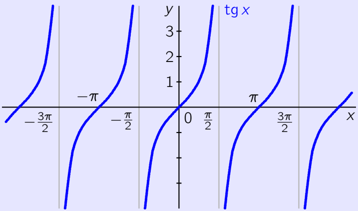
$D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\},\ H(f) = R.$

Graf sa nazýva tangenta.

Funkcia je nepárna,

periodická s periódou π,

rastúca na $(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi)$,



Funkcia kotangens

$f: y = \operatorname{cotg} x,\ x \in R - \{k\pi, k \in Z\}.$

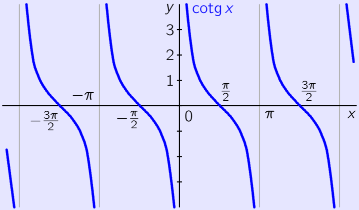
$D(f) = R - \{k\pi, k \in Z\},\ H(f) = R.$

Graf sa nazýva kotangenta.

Funkcia je nepárna,

periodická s periódou π,

klesajúca na $(0 + k\pi; \pi + k\pi)$,

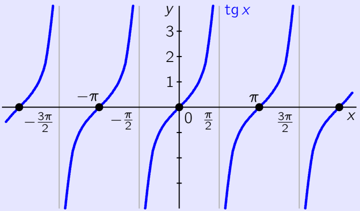


Goniometrické funkcie

Funkcia tangens

$f:\ y=\operatorname{tg} x,\ x\in R-\{\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in Z\}.$

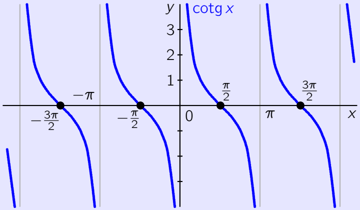
$D(f)=R-\{\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in Z\},\ H(f)=R.$
Graf sa nazýva tangenta.
Funkcia je nepárna,
periodická s periódou π,
rastúca na $(-\frac{\pi}{2}+k\pi;\ \frac{\pi}{2}+k\pi)$,
nulové body sú $k\pi,\ k\in Z$.



Funkcia kotangens

$f:\ y=\operatorname{cotg} x,\ x\in R-\{k\pi,\ k\in Z\}.$

$D(f)=R-\{k\pi,\ k\in Z\},\ H(f)=R.$
Graf sa nazýva kotangenta.
Funkcia je nepárna,
periodická s periódou π,
klesajúca na $(0+k\pi;\ \pi+k\pi)$,
nulové body sú $\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in Z$.

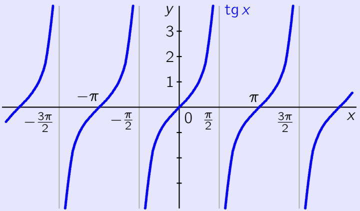


Goniometrické funkcie

Funkcia tangens

$f:\ y=\operatorname{tg} x,\ x\in R-\{\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in Z\}.$

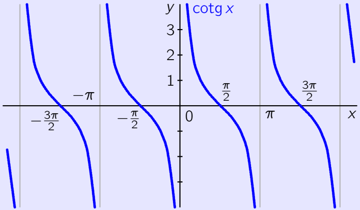
$D(f)=R-\{\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in Z\}$, $H(f)=R$.
Graf sa nazýva tangenta.
Funkcia je nepárna,
periodická s periódou π,
rastúca na $(-\frac{\pi}{2}+k\pi;\ \frac{\pi}{2}+k\pi)$,
nulové body sú $k\pi,\ k\in Z$.



Funkcia kotangens

$f:\ y=\operatorname{cotg} x,\ x\in R-\{k\pi,\ k\in Z\}.$

$D(f)=R-\{k\pi,\ k\in Z\}$, $H(f)=R$.
Graf sa nazýva kotangenta.
Funkcia je nepárna,
periodická s periódou π,
klesajúca na $(0+k\pi;\ \pi+k\pi)$,
nulové body sú $\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in Z$.



Goniometrické funkcie

$x \in R,\ x \neq k\frac{\pi}{2},\ k \in Z$

$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1.$

Goniometrické funkcie

$x \in R,\ x \neq k\frac{\pi}{2},\ k \in Z$

$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1.$

$x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

$0 < \sin x < x < \operatorname{tg} x.$

Goniometrické funkcie

$x \in R,\ x \neq k\frac{\pi}{2},\ k \in Z$

$$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1.$$

$x \in (0; \frac{\pi}{2})$

$$0 < \sin x < x < \operatorname{tg} x.$$

Vzťahy medzi goniometrickými funkciami $x \in (0; \frac{\pi}{2})$

$$\sin x = \sin x = \sqrt{1-\cos^2 x} = \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x}} = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{cotg}^2 x}}.$$

$$\cos x = \sqrt{1-\sin^2 x} = \cos x = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x}} = \frac{\operatorname{cotg} x}{\sqrt{1+\operatorname{cotg}^2 x}}.$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}} = \frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x} = \operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{cotg} x}.$$

$$\operatorname{cotg} x = \frac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{\sin x} = \frac{\cos x}{\sqrt{1-\cos^2 x}} = \frac{1}{\operatorname{tg} x} = \operatorname{cotg} x.$$

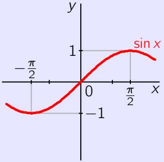
Cyklometrické funkcie

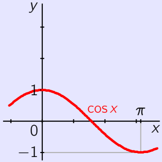
Cyklometrické funkcie – inverzné ku goniometrickým funkciám

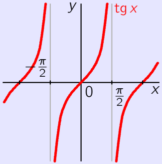
Cyklometrické funkcie

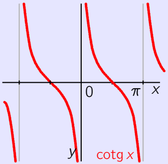
Cyklometrické funkcie – inverzné ku goniometrickým funkciám

Ku goniometrickým funkciám vo všeobecnosti neexistujú inverzné funkcie, pretože nie sú prosté na svojom definičnom obore.





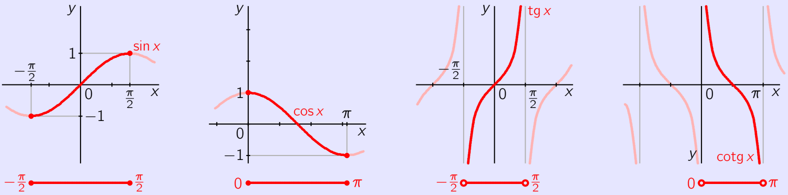




Cyklometrické funkcie

Cyklometrické funkcie – inverzné ku goniometrickým funkciám
$\sin x$, $x \in \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$, $\cos x$, $x \in \langle 0; \pi \rangle$, $\operatorname{tg} x$, $x \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$, $\operatorname{cotg} x$, $x \in (0; \pi)$:

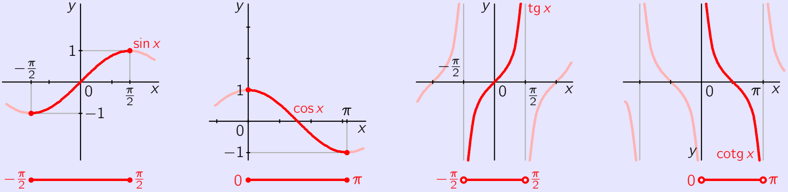
Ku goniometrickým funkciám vo všeobecnosti neexistujú inverzné funkcie, pretože nie sú prosté na svojom definičnom obore.
Musíme ich zúžiť na vhodné intervaly tak, aby tieto zúženia boli prosté.



Cyklometrické funkcie

Cyklometrické funkcie – inverzné ku goniometrickým funkciám

Ku goniometrickým funkciám vo všeobecnosti neexistujú inverzné funkcie, pretože nie sú prosté na svojom definičnom obore.
Musíme ich zúžiť na vhodné intervaly tak, aby tieto zúženia boli prosté.
Inverzné funkcie k týmto zúženiam sa nazývajú cyklometrické funkcie:



Cyklometrické funkcie

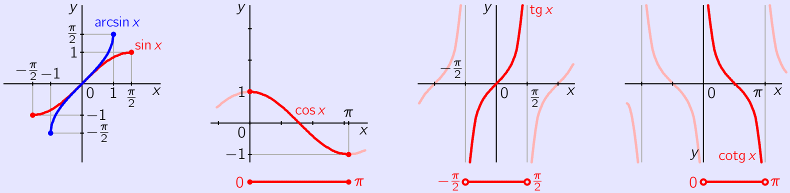
Cyklometrické funkcie – inverzné ku goniometrickým funkciám

$\sin x,\ x \in \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$,

$y = \arcsin x\colon\ \langle -1; 1 \rangle \to \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$,

Ku goniometrickým funkciám vo všeobecnosti neexistujú inverzné funkcie, pretože nie sú prosté na svojom definičnom obore.
Musíme ich zúžiť na vhodné intervaly tak, aby tieto zúženia boli prosté.
Inverzné funkcie k týmto zúženiam sa nazývajú cyklometrické funkcie:

arkussínus,



Cyklometrické funkcie

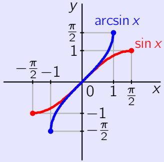
Cyklometrické funkcie – inverzné ku goniometrickým funkciám
$\sin x,\ x \in \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle,\ \cos x,\ x \in \langle 0; \pi \rangle,$

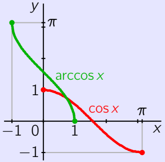
$y = \arcsin x\colon\ \langle -1; 1 \rangle \to \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle,$

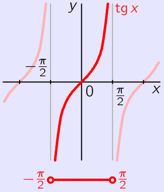
$y = \arccos x\colon\ \langle -1; 1 \rangle \to \langle 0; \pi \rangle,$

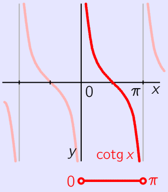
Ku goniometrickým funkciám vo všeobecnosti neexistujú inverzné funkcie, pretože nie sú prosté na svojom definičnom obore.
Musíme ich zúžiť na vhodné intervaly tak, aby tieto zúženia boli prosté.
Inverzné funkcie k týmto zúženiam sa nazývajú cyklometrické funkcie:

arkussínus, arkuskosínus,









Cyklometrické funkcie

Cyklometrické funkcie – inverzné ku goniometrickým funkciám

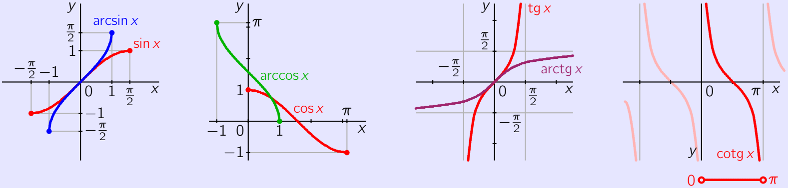
$\sin x,\ x\in\langle -\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\rangle,\ \ \cos x,\ x\in\langle 0;\pi\rangle,\ \ \operatorname{tg} x,\ x\in(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}),$

$y=\arcsin x\colon\ \langle -1;1\rangle \to \langle -\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\rangle,$ $\qquad y=\operatorname{arctg} x\colon\ R \to (-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}),$

$y=\arccos x\colon\ \langle -1;1\rangle \to \langle 0;\pi\rangle,$

Ku goniometrickým funkciám vo všeobecnosti neexistujú inverzné funkcie, pretože nie sú prosté na svojom definičnom obore.
Musíme ich zúžiť na vhodné intervaly tak, aby tieto zúženia boli prosté.
Inverzné funkcie k týmto zúženiam sa nazývajú cyklometrické funkcie:

arkussínus, arkuskosínus, arkustangens,



Cyklometrické funkcie

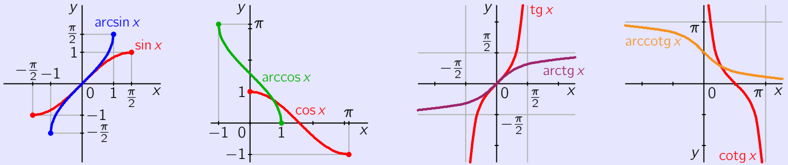
Cyklometrické funkcie – inverzné ku goniometrickým funkciám
$\sin x,\ x \in \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$, $\cos x,\ x \in \langle 0; \pi \rangle$, $\operatorname{tg} x,\ x \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$, $\operatorname{cotg} x,\ x \in (0; \pi)$:

$y = \arcsin x\colon \langle -1; 1 \rangle \to \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$, $y = \operatorname{arctg} x\colon R \to (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$,

$y = \arccos x\colon \langle -1; 1 \rangle \to \langle 0; \pi \rangle$, $y = \operatorname{arccotg} x\colon R \to (0; \pi)$.

Ku goniometrickým funkciám vo všeobecnosti neexistujú inverzné funkcie, pretože nie sú prosté na svojom definičnom obore.
Musíme ich zúžiť na vhodné intervaly tak, aby tieto zúženia boli prosté.
Inverzné funkcie k týmto zúženiam sa nazývajú cyklometrické funkcie:

arkussínus, arkuskosínus, arkustangens, arkuskotangens.



Cyklometrické funkcie

Funkcia arkussínus

Funkcia arkuskosínus

Cyklometrické funkcie

Funkcia arkussínus

$f\colon\; y = \arcsin x,\; x \in \langle -1; 1\rangle.$

Funkcia arkuskosínus

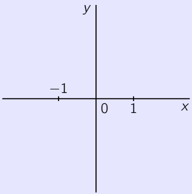
$f\colon\; y = \arccos x,\; x \in \langle -1; 1\rangle.$

Cyklometrické funkcie

Funkcia arkussínus

$f:\ y = \arcsin x,\ x \in \langle -1; 1\rangle.$

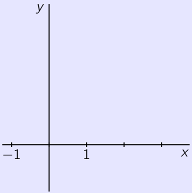
$D(f) = \langle -1; 1\rangle,$



Funkcia arkuskosínus

$f:\ y = \arccos x,\ x \in \langle -1; 1\rangle.$

$D(f) = \langle -1; 1\rangle,$

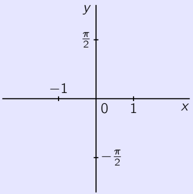


Cyklometrické funkcie

Funkcia arkussínus

$f: \ y = \arcsin x, \ x \in \langle -1; 1 \rangle.$

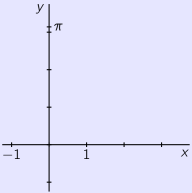
$D(f) = \langle -1; 1 \rangle, \ H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle.$



Funkcia arkuskosínus

$f: \ y = \arccos x, \ x \in \langle -1; 1 \rangle.$

$D(f) = \langle -1; 1 \rangle, \ H(f) = \langle 0; \pi \rangle.$



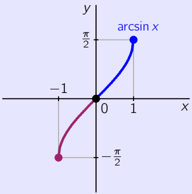
Cyklometrické funkcie

Funkcia arkussínus

$f:\ y = \arcsin x,\ x \in \langle -1; 1\rangle.$

$D(f) = \langle -1; 1\rangle,\ H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle.$

Funkcia je nepárna,

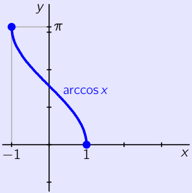


Funkcia arkuskosínus

$f:\ y = \arccos x,\ x \in \langle -1; 1\rangle.$

$D(f) = \langle -1; 1\rangle,\ H(f) = \langle 0; \pi\rangle.$

Funkcia nie je párna ani nepárna,

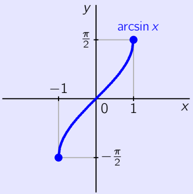


Cyklometrické funkcie

Funkcia arkussínus

$f: \ y = \arcsin x, \ x \in \langle -1; 1 \rangle.$

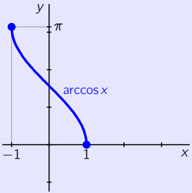
$D(f) = \langle -1; 1 \rangle$, $H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$.
Funkcia je nepárna, je rastúca,



Funkcia arkuskosínus

$f: \ y = \arccos x, \ x \in \langle -1; 1 \rangle.$

$D(f) = \langle -1; 1 \rangle$, $H(f) = \langle 0; \pi \rangle$.
Funkcia je klesajúca,

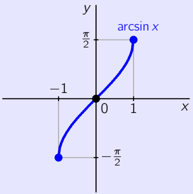


Cyklometrické funkcie

Funkcia arkussínus

$f:\ y = \arcsin x,\ x \in \langle -1; 1\rangle.$

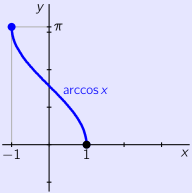
$D(f) = \langle -1; 1\rangle$, $H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle$.
Funkcia je nepárna, je rastúca,
nulový bod je $\arcsin 0 = 0$,



Funkcia arkuskosínus

$f:\ y = \arccos x,\ x \in \langle -1; 1\rangle.$

$D(f) = \langle -1; 1\rangle$, $H(f) = \langle 0; \pi\rangle$.
Funkcia je klesajúca,
nulový bod je $\arccos 1 = 0$,



Cyklometrické funkcie

Funkcia arkussínus

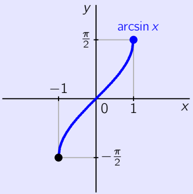
$f:\ y = \arcsin x,\ x \in \langle -1; 1\rangle.$

$D(f) = \langle -1; 1\rangle,\ H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle.$

Funkcia je nepárna, je rastúca,

nulový bod je $\arcsin 0 = 0$,

$\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$,



Funkcia arkuskosínus

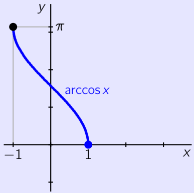
$f:\ y = \arccos x,\ x \in \langle -1; 1\rangle.$

$D(f) = \langle -1; 1\rangle,\ H(f) = \langle 0; \pi\rangle.$

Funkcia je klesajúca,

nulový bod je $\arccos 1 = 0$,

$\arccos(-1) = \pi$,

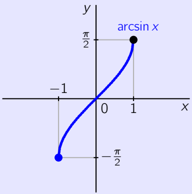


Cyklometrické funkcie

Funkcia arkussínus

$f:\ y = \arcsin x,\ x \in \langle -1; 1\rangle.$

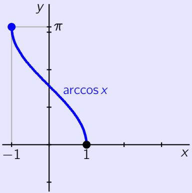
$D(f) = \langle -1; 1\rangle,\ H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle.$
Funkcia je nepárna, je rastúca,
nulový bod je $\arcsin 0 = 0$,
$\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$, $\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$.



Funkcia arkuskosínus

$f:\ y = \arccos x,\ x \in \langle -1; 1\rangle.$

$D(f) = \langle -1; 1\rangle,\ H(f) = \langle 0; \pi\rangle.$
Funkcia je klesajúca,
nulový bod je $\arccos 1 = 0$,
$\arccos(-1) = \pi$, $\arccos 1 = 0$.



Cyklometrické funkcie

Funkcia arkussínus

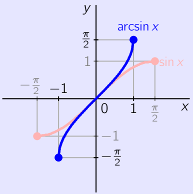
$f:\ y = \arcsin x,\ x \in \langle -1; 1\rangle.$

$D(f) = \langle -1; 1\rangle,\ H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle.$

Funkcia je nepárna, je rastúca,

nulový bod je $\arcsin 0 = 0$,

$\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2},\ \arcsin 1 = \frac{\pi}{2}.$



Funkcia arkuskosínus

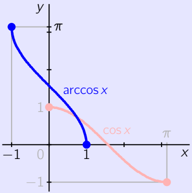
$f:\ y = \arccos x,\ x \in \langle -1; 1\rangle.$

$D(f) = \langle -1; 1\rangle,\ H(f) = \langle 0; \pi\rangle.$

Funkcia je klesajúca,

nulový bod je $\arccos 1 = 0$,

$\arccos(-1) = \pi,\ \arccos 1 = 0.$

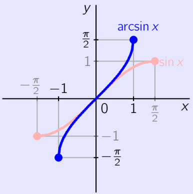


Cyklometrické funkcie

Funkcia arkussínus

$f:\ y = \arcsin x,\ x \in \langle -1; 1 \rangle.$

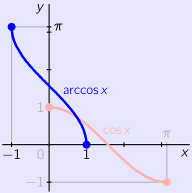
$D(f) = \langle -1; 1 \rangle,\ H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle.$
Funkcia je nepárna, je rastúca,
nulový bod je $\arcsin 0 = 0$,
$\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2},\ \arcsin 1 = \frac{\pi}{2}.$



Funkcia arkuskosínus

$f:\ y = \arccos x,\ x \in \langle -1; 1 \rangle.$

$D(f) = \langle -1; 1 \rangle,\ H(f) = \langle 0; \pi \rangle.$
Funkcia je klesajúca,
nulový bod je $\arccos 1 = 0$,
$\arccos(-1) = \pi,\ \arccos 1 = 0.$



Pre všetky $x \in \langle -1; 1 \rangle$ platí $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}.$

Cyklometrické funkcie

Funkcia arkustangens

Funkcia arkuskotangens

Cyklometrické funkcie

Funkcia arkustangens

$f\colon\ y = \operatorname{arctg} x,\ x \in R.$

Funkcia arkuskotangens

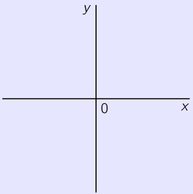
$f\colon\ y = \operatorname{arccotg} x,\ x \in R.$

Cyklometrické funkcie

Funkcia arkustangens

$f\colon\ y = \operatorname{arctg} x,\ x \in R.$

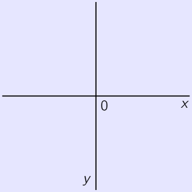
$D(f) = R,$



Funkcia arkuskotangens

$f\colon\ y = \operatorname{arccotg} x,\ x \in R.$

$D(f) = R,$

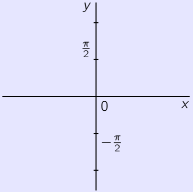


Cyklometrické funkcie

Funkcia arkustangens

$f:\ y = \operatorname{arctg} x,\ x \in R.$

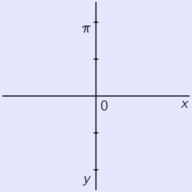
$D(f) = R,\ H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}).$



Funkcia arkuskotangens

$f:\ y = \operatorname{arccotg} x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = (0; \pi).$



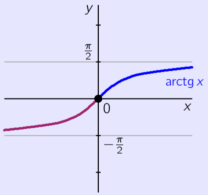
Cyklometrické funkcie

Funkcia arkustangens

$f: \ y = \operatorname{arctg} x, \ x \in R.$

$D(f) = R, \ H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}).$

Funkcia je nepárna,

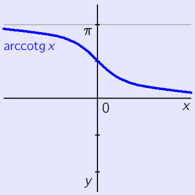


Funkcia arkuskotangens

$f: \ y = \operatorname{arccotg} x, \ x \in R.$

$D(f) = R, \ H(f) = (0; \pi).$

Funkcia nie je párna ani nepárna,

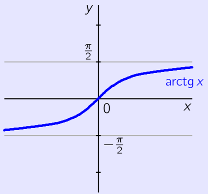


Cyklometrické funkcie

Funkcia arkustangens

$f:\ y = \operatorname{arctg} x,\ x \in R.$

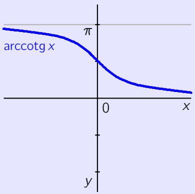
$D(f) = R,\ H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}).$
Funkcia je nepárna, je rastúca,



Funkcia arkuskotangens

$f:\ y = \operatorname{arccotg} x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = (0; \pi).$
Funkcia je klesajúca,

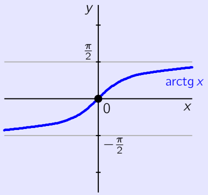


Cyklometrické funkcie

Funkcia arkustangens

$f\colon\ y = \operatorname{arctg} x,\ x \in R.$

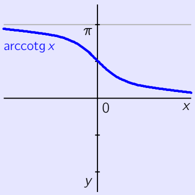
$D(f) = R,\ H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}).$
Funkcia je nepárna, je rastúca,
nulový bod je $\operatorname{arctg} 0 = 0$,



Funkcia arkuskotangens

$f\colon\ y = \operatorname{arccotg} x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = (0; \pi).$
Funkcia je klesajúca,
nemá nulový bod,



Cyklometrické funkcie

Funkcia arkustangens

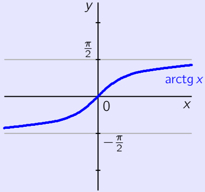
$f:\ y = \operatorname{arctg} x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}).$

Funkcia je nepárna, je rastúca,

nulový bod je $\operatorname{arctg} 0 = 0$,

$\lim\limits_{x \to -\infty} \operatorname{arctg} x = -\frac{\pi}{2}.$



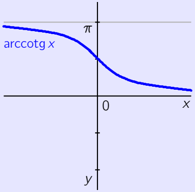
Funkcia arkuskotangens

$f:\ y = \operatorname{arccotg} x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = (0; \pi).$

Funkcia je klesajúca,

$\operatorname{arccotg} 0 = \frac{\pi}{2},$

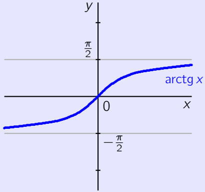


Cyklometrické funkcie

Funkcia arkustangens

$f: \ y = \operatorname{arctg} x, \ x \in R.$

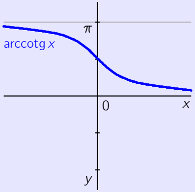
$D(f) = R, \ H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}).$
Funkcia je nepárna, je rastúca,
nulový bod je $\operatorname{arctg} 0 = 0$,
$\lim\limits_{x \to +\infty} \operatorname{arctg} x = +\frac{\pi}{2}.$



Funkcia arkuskotangens

$f: \ y = \operatorname{arccotg} x, \ x \in R.$

$D(f) = R, \ H(f) = (0; \pi).$
Funkcia je klesajúca,
$\operatorname{arccotg} 0 = \frac{\pi}{2}, \ \lim\limits_{x \to \infty} \operatorname{arccotg} x = 0$



Cyklometrické funkcie

Funkcia arkustangens

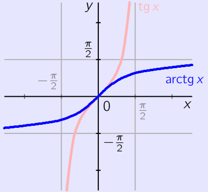
$f:\ y = \operatorname{arctg} x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}).$

Funkcia je nepárna, je rastúca,

nulový bod je $\operatorname{arctg} 0 = 0$,

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} \operatorname{arctg} x = \pm\frac{\pi}{2}.$



Funkcia arkuskotangens

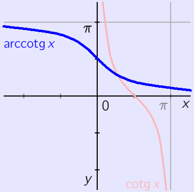
$f:\ y = \operatorname{arccotg} x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = (0; \pi).$

Funkcia je klesajúca,

$\operatorname{arccotg} 0 = \frac{\pi}{2},\ \lim\limits_{x\to\infty} \operatorname{arccotg} x = 0,$

$\lim\limits_{x\to-\infty} \operatorname{arccotg} x = \pi$

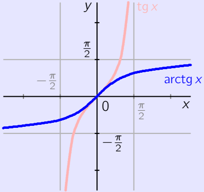


Cyklometrické funkcie

Funkcia arkustangens

$f\colon\ y = \operatorname{arctg} x,\ x \in R.$

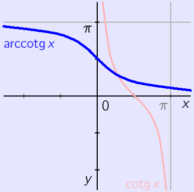
$D(f) = R,\ H(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right).$
Funkcia je nepárna, je rastúca,
nulový bod je $\operatorname{arctg} 0 = 0$,
$\lim\limits_{x \to \pm\infty} \operatorname{arctg} x = \pm\frac{\pi}{2}.$



Funkcia arkuskotangens

$f\colon\ y = \operatorname{arccotg} x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = (0; \pi).$
Funkcia je klesajúca,
$\operatorname{arccotg} 0 = \frac{\pi}{2},\ \lim\limits_{x \to \infty} \operatorname{arccotg} x = 0,$
$\lim\limits_{x \to -\infty} \operatorname{arccotg} x = \pi.$



Pre všetky $x \in R$ platí $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arccotg} x = \frac{\pi}{2}.$

Hyperbolické funkcie

Funkcia sínus hyperbolický

Funkcia kosínus hyperbolický

Hyperbolické funkcie

Funkcia sínus hyperbolický

$$f:\ y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2},\ x \in R.$$

Funkcia kosínus hyperbolický

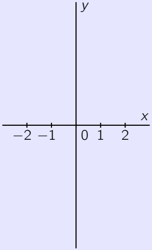
$$f:\ y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2},\ x \in R.$$

Hyperbolické funkcie

Funkcia sínus hyperbolický

$$f:\ y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2},\ x \in R.$$

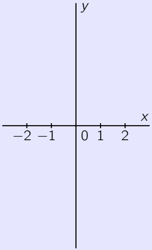
$D(f) = R,$



Funkcia kosínus hyperbolický

$$f:\ y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2},\ x \in R.$$

$D(f) = R,$

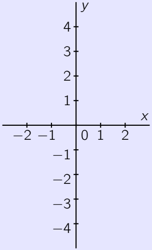


Hyperbolické funkcie

Funkcia sínus hyperbolický

$$f:\ y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2},\ x \in R.$$

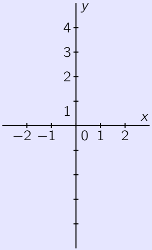
$D(f) = R,\ H(f) = R.$



Funkcia kosínus hyperbolický

$$f:\ y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2},\ x \in R.$$

$D(f) = R,\ H(f) = \langle 1; \infty).$

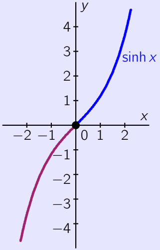


Hyperbolické funkcie

Funkcia sínus hyperbolický

$$f:\ y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2},\ x \in R.$$

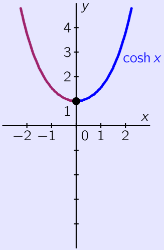
$D(f) = R$, $H(f) = R$.
Funkcia je nepárna,



Funkcia kosínus hyperbolický

$$f:\ y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2},\ x \in R.$$

$D(f) = R$, $H(f) = \langle 1; \infty)$.
Funkcia je párna,

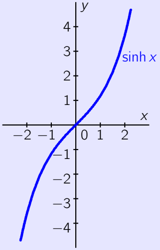


Hyperbolické funkcie

Funkcia sínus hyperbolický

$$f:\ y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2},\ x \in R.$$

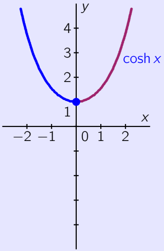
$D(f)=R,\ H(f)=R.$
Funkcia je nepárna,
rastúca,



Funkcia kosínus hyperbolický

$$f:\ y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2},\ x \in R.$$

$D(f)=R,\ H(f)=\langle 1;\infty).$
Funkcia je párna,
klesajúca na $(-\infty;0\rangle$,

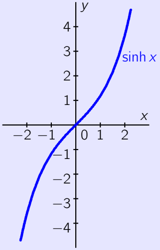


Hyperbolické funkcie

Funkcia sínus hyperbolický

$$f:\ y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2},\ x \in R.$$

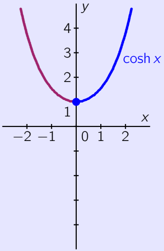
$D(f) = R$, $H(f) = R$.
Funkcia je nepárna,
rastúca,



Funkcia kosínus hyperbolický

$$f:\ y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2},\ x \in R.$$

$D(f) = R$, $H(f) = \langle 1; \infty)$.
Funkcia je párna,
klesajúca na $(-\infty; 0\rangle$,
rastúca na $\langle 0; \infty)$.

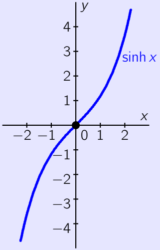


Hyperbolické funkcie

Funkcia sínus hyperbolický

$$f:\ y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2},\ x \in R.$$

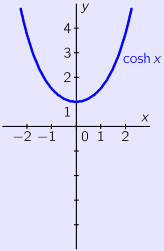
$D(f) = R$, $H(f) = R$.
Funkcia je nepárna,
rastúca,
nulový bod je $\sinh 0 = 0$.



Funkcia kosínus hyperbolický

$$f:\ y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2},\ x \in R.$$

$D(f) = R$, $H(f) = \langle 1; \infty)$.
Funkcia je párna,
klesajúca na $(-\infty; 0\rangle$,
rastúca na $\langle 0; \infty)$.



Hyperbolické funkcie

Funkcia sínus hyperbolický

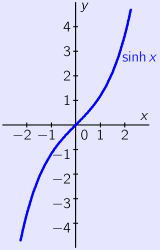
$$f:\ y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2},\ x \in R.$$

$D(f) = R$, $H(f) = R$.

Funkcia je nepárna,

rastúca,

nulový bod je $\sinh 0 = 0$.



Funkcia kosínus hyperbolický

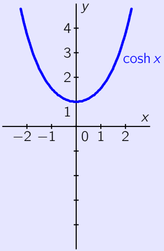
$$f:\ y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2},\ x \in R.$$

$D(f) = R$, $H(f) = \langle 1; \infty)$.

Funkcia je párna,

klesajúca na $(-\infty; 0\rangle$,

rastúca na $\langle 0; \infty)$.



Hyperbolické funkcie

Základné vzorce hyperbolických funkcií sínus a kosínus $x \in R$

$\sinh x \pm \cosh x = \pm\, \mathrm{e}^{\pm x}$,

Hyperbolické funkcie

Základné vzorce hyperbolických funkcií sínus a kosínus $x \in R$

$\sinh x \pm \cosh x = \pm\, e^{\pm x}$, $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

Hyperbolické funkcie

Základné vzorce hyperbolických funkcií sínus a kosínus $x \in R$

$\sinh x \pm \cosh x = \pm e^{\pm x}$, $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1.$

Súčtové vzorce hyperbolických funkcií sínus a kosínus $x, y \in R$

$\sinh (x \pm y) = \sinh x \cosh y \pm \cosh x \sinh y,$

Hyperbolické funkcie

Základné vzorce hyperbolických funkcií sínus a kosínus $x \in R$

$\sinh x \pm \cosh x = \pm\, e^{\pm x}$, $\quad \cosh^2 x - \sinh^2 x = 1.$

Súčtové vzorce hyperbolických funkcií sínus a kosínus $x, y \in R$

$$\sinh(x \pm y) = \sinh x \cosh y \pm \cosh x \sinh y,$$

$$\cosh(x \pm y) = \cosh x \cosh y \pm \sinh x \sinh y.$$

Hyperbolické funkcie

Základné vzorce hyperbolických funkcií sínus a kosínus $x \in R$

$$\sinh x \pm \cosh x = \pm e^{\pm x}, \qquad \cosh^2 x - \sinh^2 x = 1.$$

Súčtové vzorce hyperbolických funkcií sínus a kosínus $x, y \in R$

$$\sinh(x \pm y) = \sinh x \cosh y \pm \cosh x \sinh y,$$

$$\cosh(x \pm y) = \cosh x \cosh y \pm \sinh x \sinh y.$$

Dvojnásobné argumenty hyperbolických funkcií sínus a kosínus $x \in R$

$$\sinh 2x = 2 \sinh x \cosh x,$$

$$\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x$$

Hyperbolické funkcie

Základné vzorce hyperbolických funkcií sínus a kosínus $x \in R$

$$\sinh x \pm \cosh x = \pm e^{\pm x}, \qquad \cosh^2 x - \sinh^2 x = 1.$$

Súčtové vzorce hyperbolických funkcií sínus a kosínus $x, y \in R$

$$\sinh(x \pm y) = \sinh x \cosh y \pm \cosh x \sinh y,$$

$$\cosh(x \pm y) = \cosh x \cosh y \pm \sinh x \sinh y.$$

Dvojnásobné argumenty hyperbolických funkcií sínus a kosínus $x \in R$

$$\sinh 2x = 2\sinh x \cosh x, \qquad \sinh x = 2\sinh \tfrac{x}{2} \cosh \tfrac{x}{2},$$

$$\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x, \qquad \cosh x = \cosh^2 \tfrac{x}{2} + \sinh^2 \tfrac{x}{2}.$$

Hyperbolické funkcie

Základné vzorce hyperbolických funkcií sínus a kosínus $x \in R$

$\sinh x \pm \cosh x = \pm e^{\pm x}$, $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1.$

Súčtové vzorce hyperbolických funkcií sínus a kosínus $x, y \in R$

$$\sinh(x \pm y) = \sinh x \cosh y \pm \cosh x \sinh y,$$

$$\cosh(x \pm y) = \cosh x \cosh y \pm \sinh x \sinh y.$$

Dvojnásobné argumenty hyperbolických funkcií sínus a kosínus $x \in R$

$\sinh 2x = 2 \sinh x \cosh x$, $\sinh x = 2 \sinh \frac{x}{2} \cosh \frac{x}{2}$,

$\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x$, $\cosh x = \cosh^2 \frac{x}{2} + \sinh^2 \frac{x}{2}.$

Polovičné argumenty hyperbolických funkcií sínus a kosínus $x \in R$

$\sinh^2 x = \frac{\cosh 2x - 1}{2}$, $\cosh^2 x = \frac{\cosh 2x + 1}{2}$

Hyperbolické funkcie

Základné vzorce hyperbolických funkcií sínus a kosínus $x \in R$

$$\sinh x \pm \cosh x = \pm e^{\pm x}, \qquad \cosh^2 x - \sinh^2 x = 1.$$

Súčtové vzorce hyperbolických funkcií sínus a kosínus $x, y \in R$

$$\sinh(x \pm y) = \sinh x \cosh y \pm \cosh x \sinh y,$$

$$\cosh(x \pm y) = \cosh x \cosh y \pm \sinh x \sinh y.$$

Dvojnásobné argumenty hyperbolických funkcií sínus a kosínus $x \in R$

$$\sinh 2x = 2\sinh x \cosh x, \qquad \sinh x = 2\sinh\tfrac{x}{2}\cosh\tfrac{x}{2},$$

$$\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x, \qquad \cosh x = \cosh^2\tfrac{x}{2} + \sinh^2\tfrac{x}{2}.$$

Polovičné argumenty hyperbolických funkcií sínus a kosínus $x \in R$

$$\sinh^2 x = \frac{\cosh 2x - 1}{2}, \quad \sinh^2\frac{x}{2} = \frac{\cosh x - 1}{2}, \qquad \cosh^2 x = \frac{\cosh 2x + 1}{2}, \quad \cosh^2\frac{x}{2} = \frac{\cosh x + 1}{2}.$$

Hyperbolické funkcie

Funkcia tangens hyperbolický

Funkcia kotangens hyperbolický

Hyperbolické funkcie

Funkcia tangens hyperbolický

$$f:\ y = \operatorname{tgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}},$$

$$x \in R.$$

Funkcia kotangens hyperbolický

$$f:\ y = \operatorname{cotgh} x = \frac{\cosh x}{\sinh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}},$$

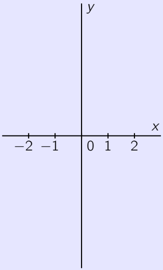
$$x \in R - \{0\}.$$

Hyperbolické funkcie

Funkcia tangens hyperbolický

$$f:\ y = \operatorname{tgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}},\quad x \in R.$$

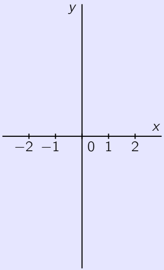
$D(f) = R$,



Funkcia kotangens hyperbolický

$$f:\ y = \operatorname{cotgh} x = \frac{\cosh x}{\sinh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}},\quad x \in R - \{0\}.$$

$D(f) = R - \{0\}$,



Hyperbolické funkcie

Funkcia tangens hyperbolický

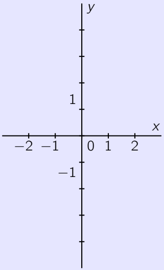
$$f:\ y = \operatorname{tgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}},\quad x \in R.$$

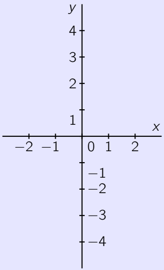
$D(f) = R$, $H(f) = (-1; 1)$,

Funkcia kotangens hyperbolický

$$f:\ y = \operatorname{cotgh} x = \frac{\cosh x}{\sinh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}},\quad x \in R - \{0\}.$$

$D(f) = R - \{0\}$, $H(f) = R - \langle -1; 1\rangle$,





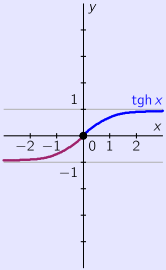
Hyperbolické funkcie

Funkcia tangens hyperbolický

$$f:\ y = \operatorname{tgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}},\quad x \in R.$$

$D(f) = R$, $H(f) = (-1; 1)$,

je nepárna,

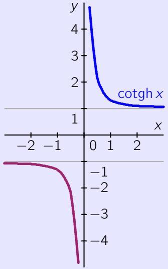


Funkcia kotangens hyperbolický

$$f:\ y = \operatorname{cotgh} x = \frac{\cosh x}{\sinh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}},\quad x \in R - \{0\}.$$

$D(f) = R - \{0\}$, $H(f) = R - \langle -1; 1 \rangle$,

je nepárna,

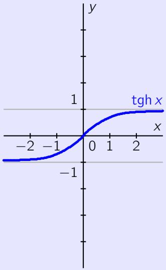


Hyperbolické funkcie

Funkcia tangens hyperbolický

$$f:\ y = \operatorname{tgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}},\quad x \in R.$$

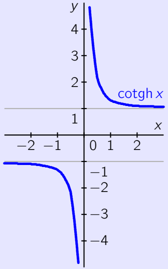
$D(f) = R$, $H(f) = (-1; 1)$,
je nepárna, rastúca,



Funkcia kotangens hyperbolický

$$f:\ y = \operatorname{cotgh} x = \frac{\cosh x}{\sinh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}},\quad x \in R - \{0\}.$$

$D(f) = R - \{0\}$, $H(f) = R - \langle -1; 1\rangle$,
je nepárna, klesajúca na $(-\infty; 0)$,
klesajúca na $(0; \infty)$.

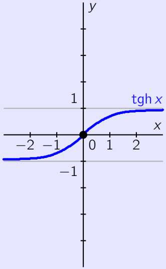


Hyperbolické funkcie

Funkcia tangens hyperbolický

$$f:\ y = \operatorname{tgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}},\quad x \in R.$$

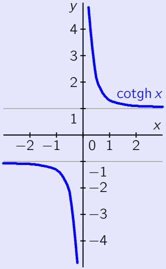
$D(f) = R$, $H(f) = (-1; 1)$,
je nepárna, rastúca,
nulový bod je $\operatorname{tgh} 0 = 0$.



Funkcia kotangens hyperbolický

$$f:\ y = \operatorname{cotgh} x = \frac{\cosh x}{\sinh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}},\quad x \in R - \{0\}.$$

$D(f) = R - \{0\}$, $H(f) = R - \langle -1; 1\rangle$,
je nepárna, klesajúca na $(-\infty; 0)$,
klesajúca na $(0; \infty)$.

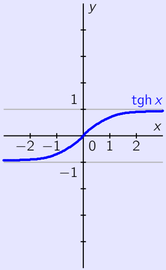


Hyperbolické funkcie

Funkcia tangens hyperbolický

$$f:\ y = \operatorname{tgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}},\quad x \in R.$$

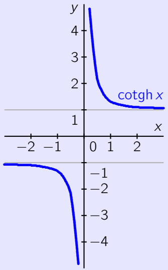
$D(f) = R$, $H(f) = (-1; 1)$,
je nepárna, rastúca,
nulový bod je $\operatorname{tgh} 0 = 0$.



Funkcia kotangens hyperbolický

$$f:\ y = \operatorname{cotgh} x = \frac{\cosh x}{\sinh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}},\quad x \in R - \{0\}.$$

$D(f) = R - \{0\}$, $H(f) = R - \langle -1; 1\rangle$,
je nepárna, klesajúca na $(-\infty; 0)$,
klesajúca na $(0; \infty)$.



Hyperbolické funkcie

Moivreov vzorec $x \in R,\ n \in N$

$$(\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx.$$

Hyperbolické funkcie

Moivreov vzorec $x \in R,\ n \in N$

$$(\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx.$$

Vzťahy medzi hyperbolickými funkciami $x \in (0; \infty)$

$$\sinh x = \sinh x = \sqrt{\cosh^2 x - 1} = \frac{\operatorname{tgh} x}{\sqrt{1 - \operatorname{tgh}^2 x}} = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{cotgh}^2 x - 1}}.$$

$$\cosh x = \sqrt{\sinh^2 x + 1} = \cosh x = \frac{1}{\sqrt{1 - \operatorname{tgh}^2 x}} = \frac{\operatorname{cotgh} x}{\sqrt{\operatorname{cotgh}^2 x - 1}}.$$

$$\operatorname{tgh} x = \frac{\sinh x}{\sqrt{\sinh^2 x + 1}} = \frac{\sqrt{\cosh^2 x - 1}}{\cosh x} = \operatorname{tgh} x = \frac{1}{\operatorname{cotgh} x}.$$

$$\operatorname{cotgh} x = \frac{\sqrt{\sinh^2 x + 1}}{\sinh x} = \frac{\cosh x}{\sqrt{\cosh^2 x - 1}} = \frac{1}{\operatorname{tgh} x} = \operatorname{cotgh} x.$$

Hyperbolometrické funkcie

Funkcia
argument sínusu hyperbolického

Funkcia
argument kosínusu hyperbolického

Hyperbolometrické funkcie

Funkcia argument sínusu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argsinh} x,\ x \in R.$

Funkcia argument kosínusu hyperbolického

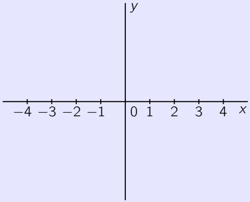
$f:\ y = \operatorname{argcosh} x,\ x \in \langle 1; \infty).$

Hyperbolometrické funkcie

Funkcia argument sínusu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argsinh} x,\ x \in R.$

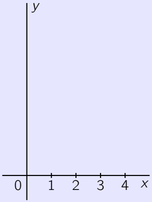
$D(f) = R,$



Funkcia argument kosínusu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argcosh} x,\ x \in \langle 1; \infty).$

$D(f) = \langle 1; \infty),$

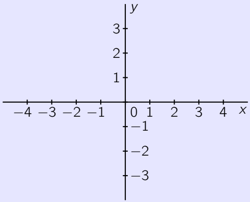


Hyperbolometrické funkcie

Funkcia argument sínusu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argsinh} x,\ x \in R.$

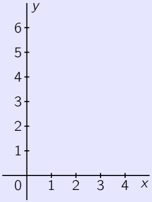
$D(f) = R,\ H(f) = R.$



Funkcia argument kosínusu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argcosh} x,\ x \in \langle 1; \infty).$

$D(f) = \langle 1; \infty),\ H(f) = \langle 0; \infty).$



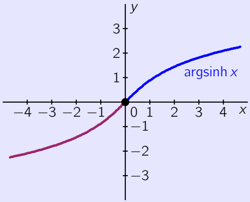
Hyperbolometrické funkcie

Funkcia argument sínusu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argsinh} x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = R.$

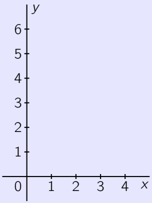
Funkcia je nepárna,



Funkcia argument kosínusu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argcosh} x,\ x \in \langle 1; \infty).$

$D(f) = \langle 1; \infty),\ H(f) = \langle 0; \infty).$



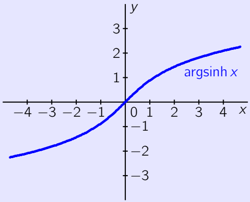
Hyperbolometrické funkcie

Funkcia argument sínusu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argsinh} x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = R.$

Funkcia je nepárna, je rastúca,

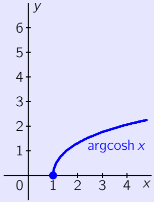


Funkcia argument kosínusu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argcosh} x,\ x \in \langle 1; \infty).$

$D(f) = \langle 1; \infty),\ H(f) = \langle 0; \infty).$

Funkcia je rastúca,



Hyperbolometrické funkcie

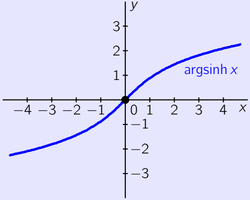
Funkcia argument sínusu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argsinh} x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = R.$

Funkcia je nepárna, je rastúca,

nulový bod je $\operatorname{argsinh} 0 = 0$,



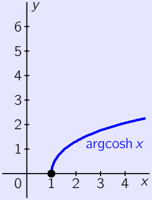
Funkcia argument kosínusu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argcosh} x,\ x \in \langle 1; \infty).$

$D(f) = \langle 1; \infty),\ H(f) = \langle 0; \infty).$

Funkcia je rastúca,

nulový bod je $\operatorname{argcosh} 1 = 0$,



Hyperbolometrické funkcie

Funkcia argument sínusu hyperbolického

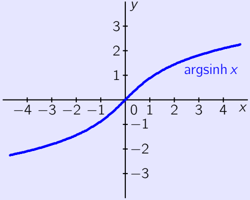
$f:\ y = \operatorname{argsinh} x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = R.$

Funkcia je nepárna, je rastúca,

nulový bod je $\operatorname{argsinh} 0 = 0$,

$\operatorname{argsinh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right).$



Funkcia argument kosínusu hyperbolického

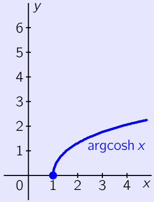
$f:\ y = \operatorname{argcosh} x,\ x \in \langle 1; \infty).$

$D(f) = \langle 1; \infty),\ H(f) = \langle 0; \infty).$

Funkcia je rastúca,

nulový bod je $\operatorname{argcosh} 1 = 0$,

$\operatorname{argcosh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right).$



Hyperbolometrické funkcie

Funkcia argument sínusu hyperbolického

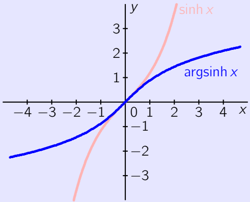
$f\colon\ y = \operatorname{argsinh} x,\ x \in R.$

$D(f) = R,\ H(f) = R.$

Funkcia je nepárna, je rastúca,

nulový bod je $\operatorname{argsinh} 0 = 0$,

$\operatorname{argsinh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right).$



Funkcia argument kosínusu hyperbolického

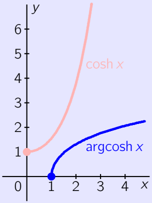
$f\colon\ y = \operatorname{argcosh} x,\ x \in \langle 1; \infty).$

$D(f) = \langle 1; \infty),\ H(f) = \langle 0; \infty).$

Funkcia je rastúca,

nulový bod je $\operatorname{argcosh} 1 = 0$,

$\operatorname{argcosh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right).$



Hyperbolometrické funkcie

Funkcia argument tangensu hyperbolického

Funkcia argument kotangensu hyperbolického

Hyperbolometrické funkcie

Funkcia argument tangensu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argtgh} x,\ x \in (-1; 1).$

Funkcia argument kotangensu hyperbolického

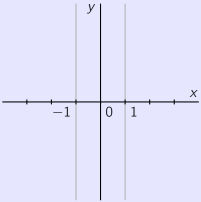
$f:\ y = \operatorname{argcotgh} x,\ x \in R - \langle -1; 1 \rangle.$

Hyperbolometrické funkcie

Funkcia argument tangensu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argtgh} x,\ x \in (-1; 1).$

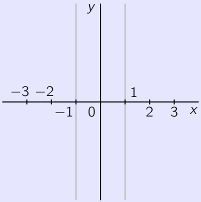
$D(f) = (-1; 1),$



Funkcia argument kotangensu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argcotgh} x,\ x \in R - \langle -1; 1\rangle.$

$D(f) = R - \langle -1; 1\rangle,$

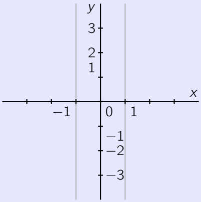


Hyperbolometrické funkcie

Funkcia argument tangensu hyperbolického

$f: \ y = \operatorname{argtgh} x, \ x \in (-1; 1).$

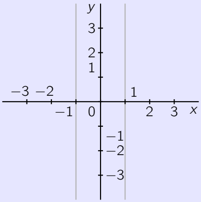
$D(f) = (-1; 1), \ H(f) = R.$



Funkcia argument kotangensu hyperbolického

$f: \ y = \operatorname{argcotgh} x, \ x \in R - \langle -1; 1 \rangle.$

$D(f) = R - \langle -1; 1 \rangle, \ H(f) = R - \{0\}.$

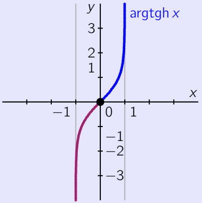


Hyperbolometrické funkcie

Funkcia argument tangensu hyperbolického

$f\colon\ y = \operatorname{argtgh} x,\ x \in (-1;1).$

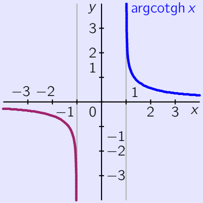
$D(f) = (-1;1)$, $H(f) = R$.
Funkcia je nepárna,



Funkcia argument kotangensu hyperbolického

$f\colon\ y = \operatorname{argcotgh} x,\ x \in R - \langle -1;1\rangle.$

$D(f) = R - \langle -1;1\rangle$, $H(f) = R - \{0\}$.
Funkcia je nepárna,

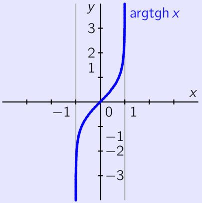


Hyperbolometrické funkcie

Funkcia argument tangensu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argtgh} x,\ x \in (-1; 1).$

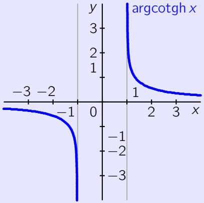
$D(f) = (-1; 1)$, $H(f) = R$.
Funkcia je nepárna,
je rastúca,



Funkcia argument kotangensu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argcotgh} x,\ x \in R - \langle -1; 1\rangle.$

$D(f) = R - \langle -1; 1\rangle$, $H(f) = R - \{0\}$.
Funkcia je nepárna,
klesajúca na $(-\infty; -1)$,
je klesajúca na $(1; \infty)$,

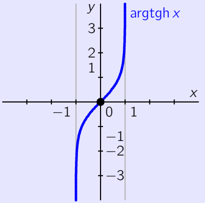


Hyperbolometrické funkcie

Funkcia argument tangensu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argtgh} x,\ x \in (-1; 1).$

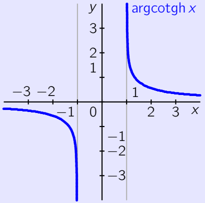
$D(f) = (-1; 1)$, $H(f) = R$.
Funkcia je nepárna,
je rastúca,
nulový bod je $\operatorname{argtgh} 0 = 0$,



Funkcia argument kotangensu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argcotgh} x,\ x \in R - \langle -1; 1\rangle.$

$D(f) = R - \langle -1; 1\rangle$, $H(f) = R - \{0\}$.
Funkcia je nepárna,
klesajúca na $(-\infty; -1)$,
je klesajúca na $(1; \infty)$,

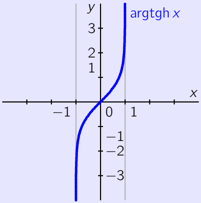


Hyperbolometrické funkcie

Funkcia argument tangensu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argtgh} x,\ x \in (-1; 1).$

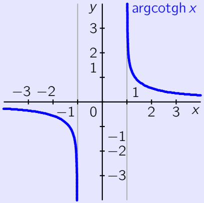
$D(f) = (-1; 1)$, $H(f) = R$.
Funkcia je nepárna,
je rastúca,
nulový bod je $\operatorname{argtgh} 0 = 0$,
$\operatorname{argtgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$.



Funkcia argument kotangensu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argcotgh} x,\ x \in R - \langle -1; 1 \rangle.$

$D(f) = R - \langle -1; 1 \rangle$, $H(f) = R - \{0\}$.
Funkcia je nepárna,
klesajúca na $(-\infty; -1)$,
je klesajúca na $(1; \infty)$,
$\operatorname{argcotgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}$.

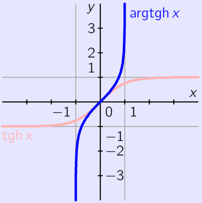


Hyperbolometrické funkcie

Funkcia argument tangensu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argtgh} x,\ x \in (-1;1).$

$D(f) = (-1;1)$, $H(f) = R$.
Funkcia je nepárna,
je rastúca,
nulový bod je $\operatorname{argtgh} 0 = 0$,
$\operatorname{argtgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$.



Funkcia argument kotangensu hyperbolického

$f:\ y = \operatorname{argcotgh} x,\ x \in R - \langle -1;1\rangle.$

$D(f) = R - \langle -1;1\rangle$, $H(f) = R - \{0\}$.
Funkcia je nepárna,
klesajúca na $(-\infty;-1)$,
je klesajúca na $(1;\infty)$,
$\operatorname{argcotgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}$.