Matematická analýza 1

2019/2020

8. Derivácia funkcie – aplikácie

Obsah

NP$_{\Rightarrow}$existencie lokálneho extrému

Nutná podmienka existencie lokálneho extrému

potom platí $f'(c) = 0$.

NP$_{\Rightarrow}$existencie lokálneho extrému

Nutná podmienka existencie lokálneho extrému

f má vo vnútornom bode $c \in D(f)$ lokálny extrém, $f'(c)$ existuje,

NP$_{\Rightarrow}$existencie lokálneho extrému

Nutná podmienka existencie lokálneho extrému

f má vo vnútornom bode $c \in D(f)$ lokálny extrém, $f'(c)$ existuje,

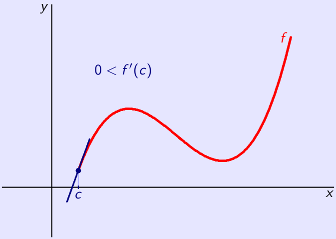
potom platí $f'(c) = 0$.

NP$_{\Rightarrow}$existencie lokálneho extrému

Nutná podmienka existencie lokálneho extrému

f má vo vnútornom bode $c \in D(f)$ lokálny extrém, $f'(c)$ existuje,

potom platí $f'(c) = 0$.

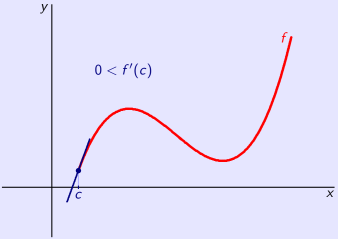


NP$_{\Rightarrow}$ existencie lokálneho extrému

Nutná podmienka existencie lokálneho extrému

f má vo vnútornom bode $c \in D(f)$ lokálny extrém, $f'(c)$ existuje,

potom platí $f'(c) = 0$.



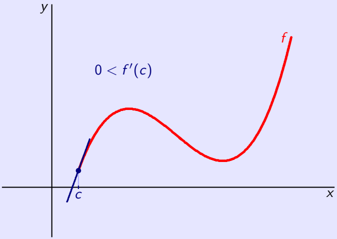
Platnosť $f'(c) = 0$ ešte nezaručuje existenciu lokálneho extrému.

NP$_{\Rightarrow}$existencie lokálneho extrému

Nutná podmienka existencie lokálneho extrému

f má vo vnútornom bode $c \in D(f)$ lokálny extrém, $f'(c)$ existuje,

potom platí $f'(c) = 0$.



Platnosť $f'(c) = 0$ ešte nezaručuje existenciu lokálneho extrému.

Funkcia môže mať vo vnútornom bode $c \in D(f)$ lokálny extrém a derivácia $f'(c)$ nemusí existovať.

Vety o strednej hodnote – 1. Rolleho veta

Rolleho veta [1. veta o strednej hodnote]

Vety o strednej hodnote – 1. Rolleho veta

Rolleho veta [1. veta o strednej hodnote]

- Funkcia f je spojitá na intervale $\langle a; b \rangle$.

Vety o strednej hodnote – 1. Rolleho veta

Rolleho veta [1. veta o strednej hodnote]

- Funkcia f je spojitá na intervale $\langle a; b\rangle$.
- Pre všetky $x \in (a; b)$ existuje $f'(x)$ (aj nevlastná).

Vety o strednej hodnote – 1. Rolleho veta

Rolleho veta [1. veta o strednej hodnote]

- Funkcia f je spojitá na intervale $\langle a; b\rangle$.
- Pre všetky $x\in(a;b)$ existuje $f'(x)$ (aj nevlastná).
- Platí $f(a)=f(b)$.

Vety o strednej hodnote – 1. Rolleho veta

Rolleho veta [1. veta o strednej hodnote]

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \text{Funkcia } f \text{ je spojitá na intervale } \langle a; b\rangle. \\ \bullet\ \text{Pre všetky } x \in (a; b) \text{ existuje } f'(x) \text{ (aj nevlastná)}. \\ \bullet\ \text{Platí } f(a) = f(b). \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ Existuje aspoň jedno $c \in (a; b)$ také, že $f'(c) = 0$.

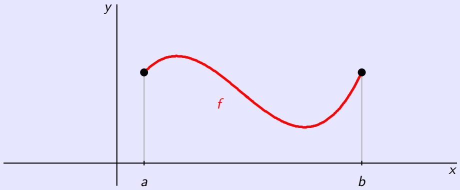
Vety o strednej hodnote – 1. Rolleho veta

Rolleho veta [1. veta o strednej hodnote]

- Funkcia f je spojitá na intervale $\langle a; b\rangle$.
- Pre všetky $x \in (a; b)$ existuje $f'(x)$ (aj nevlastná).
- Platí $f(a) = f(b)$.

$\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Existuje aspoň jedno $c \in (a; b)$ také, že $f'(c) = 0$.



Vety o strednej hodnote – 2. Lagrangeova veta

Lagrangeova veta [2. veta o strednej hodnote]

Vety o strednej hodnote – 2. Lagrangeova veta

Lagrangeova veta [2. veta o strednej hodnote]

- Funkcia f je spojitá na intervale $\langle a; b\rangle$.

Vety o strednej hodnote – 2. Lagrangeova veta

Lagrangeova veta [2. veta o strednej hodnote]

- Funkcia f je spojitá na intervale $\langle a; b\rangle$.
- Pre všetky $x \in (a; b)$ existuje $f'(x)$ (aj nevlastná).

beerb@frcatel.fri.uniza.sk http://frcatel.fri.uniza.sk/users/beerb

Vety o strednej hodnote – 2. Lagrangeova veta

Lagrangeova veta [2. veta o strednej hodnote]

- Funkcia f je spojitá na intervale $\langle a; b\rangle$.
- Pre všetky $x \in (a; b)$ existuje $f'(x)$ (aj nevlastná).

$\Big\} \Rightarrow$

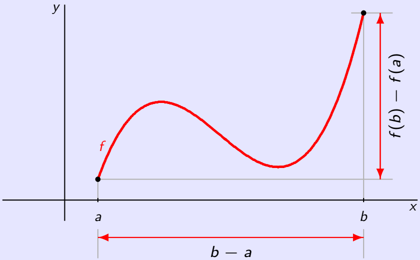
$\Rightarrow$ Existuje aspoň jedno $c \in (a; b)$ také, že $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

Vety o strednej hodnote – 2. Lagrangeova veta

Lagrangeova veta [2. veta o strednej hodnote]

- Funkcia f je spojitá na intervale $\langle a; b \rangle$.
- Pre všetky $x \in (a; b)$ existuje $f'(x)$ (aj nevlastná).

$\Rightarrow$ Existuje aspoň jedno $c \in (a; b)$ také, že $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$.



Vety o strednej hodnote

$y = f(x)$, $x \in I$, $I \subset R$ je interval.

Vety o strednej hodnote

$y = f(x)$, $x \in I$, $I \subset R$ je interval.

Funkcia f je na I konštantná

Vety o strednej hodnote

$y = f(x)$, $x \in I$, $I \subset R$ je interval.

Funkcia f je na I konštantná $\iff$ pre všetky $x \in I$ platí $f'(x) = 0$.

Vety o strednej hodnote

$y = f(x)$, $x \in I$, $I \subset R$ je interval.

Funkcia f je na I konštantná $\iff$ pre všetky $x \in I$ platí $f'(x) = 0$.

Dokážte, že pre všetky $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí $\sin x < x < \operatorname{tg} x$.

Vety o strednej hodnote

$y = f(x)$, $x \in I$, $I \subset R$ je interval.

Funkcia f je na I konštantná $\iff$ pre všetky $x \in I$ platí $f'(x) = 0$.

Dokážte, že pre všetky $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí $\sin x < x < \operatorname{tg} x$.

Nech $t \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ je ľubovoľné,

Vety o strednej hodnote

$y = f(x)$, $x \in I$, $I \subset R$ je interval.

Funkcia f je na I konštantná $\iff$ pre všetky $x \in I$ platí $f'(x) = 0$.

Dokážte, že pre všetky $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí $\sin x < x < \operatorname{tg} x$.

Nech $t \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ je ľubovoľné, $f(x) = \sin x$, $g(x) = \operatorname{tg} x$ sú spojité na $\langle 0; t \rangle$.

Vety o strednej hodnote

$y = f(x)$, $x \in I$, $I \subset R$ je interval.

Funkcia f je na I konštantná $\iff$ pre všetky $x \in I$ platí $f'(x) = 0$.

Dokážte, že pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $\sin x < x < \operatorname{tg} x$.

Nech $t \in (0; \frac{\pi}{2})$ je ľubovoľné, $f(x) = \sin x$, $g(x) = \operatorname{tg} x$ sú spojité na $\langle 0; t \rangle$.

Pre všetky $x \in (0; t\rangle$ platí $0 < f'(x) = \cos x < 1$.

Pre všetky $x \in (0; t\rangle$ platí $0 < \cos^2 x < 1$, $g'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} > \frac{1}{1} = 1$.

Vety o strednej hodnote

$y = f(x),\ x \in I,$ $I \subset R$ je interval.

Funkcia f je na I konštantná $\iff$ pre všetky $x \in I$ platí $f'(x) = 0$.

Dokážte, že pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $\sin x < x < \operatorname{tg} x$.

Nech $t \in (0; \frac{\pi}{2})$ je ľubovoľné, $f(x) = \sin x$, $g(x) = \operatorname{tg} x$ sú spojité na $\langle 0; t \rangle$.

Pre všetky $x \in (0; t\rangle$ platí $0 < f'(x) = \cos x < 1$.

$\xRightarrow{\text{Lagrangeova veta}}$ existuje $c \in (0; t)$

Pre všetky $x \in (0; t\rangle$ platí $0 < \cos^2 x < 1$, $g'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} > \frac{1}{1} = 1$.

$\xRightarrow{\text{Lagrangeova veta}}$ existuje $c \in (0; t)$

Vety o strednej hodnote

$y = f(x)$, $x \in I$, $I \subset R$ je interval.

Funkcia f je na I konštantná $\iff$ pre všetky $x \in I$ platí $f'(x) = 0$.

Dokážte, že pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $\sin x < x < \operatorname{tg} x$.

Nech $t \in (0; \frac{\pi}{2})$ je ľubovoľné, $f(x) = \sin x$, $g(x) = \operatorname{tg} x$ sú spojité na $\langle 0; t \rangle$.

Pre všetky $x \in (0; t\rangle$ platí $0 < f'(x) = \cos x < 1$.

$\xRightarrow{\text{Lagrangeova veta}}$ existuje $c \in (0; t)$ také, že $\cos c = \dfrac{\sin t - \sin 0}{t - 0} = \dfrac{\sin t}{t}$,

Pre všetky $x \in (0; t\rangle$ platí $0 < \cos^2 x < 1$, $g'(x) = \dfrac{1}{\cos^2 x} > \dfrac{1}{1} = 1$.

$\xRightarrow{\text{Lagrangeova veta}}$ existuje $c \in (0; t)$ také, že $\dfrac{1}{\cos^2 c} = \dfrac{\operatorname{tg} t - \operatorname{tg} 0}{t - 0} = \dfrac{\operatorname{tg} t}{t}$,

Vety o strednej hodnote

$y = f(x)$, $x \in I$, $I \subset R$ je interval.

Funkcia f je na I konštantná $\iff$ pre všetky $x \in I$ platí $f'(x) = 0$.

Dokážte, že pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $\sin x < x < \operatorname{tg} x$.

Nech $t \in (0; \frac{\pi}{2})$ je ľubovoľné, $f(x) = \sin x$, $g(x) = \operatorname{tg} x$ sú spojité na $\langle 0; t \rangle$.

Pre všetky $x \in (0; t\rangle$ platí $0 < f'(x) = \cos x < 1$.

$\xRightarrow{\text{Lagrangeova veta}}$ existuje $c \in (0; t)$ také, že $\cos c = \frac{\sin t - \sin 0}{t - 0} = \frac{\sin t}{t}$,

t. j. pre $t \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $\sin t = t \cdot \cos c < t \cdot 1 = t$,

Pre všetky $x \in (0; t\rangle$ platí $0 < \cos^2 x < 1$, $g'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} > \frac{1}{1} = 1$.

$\xRightarrow{\text{Lagrangeova veta}}$ existuje $c \in (0; t)$ také, že $\frac{1}{\cos^2 c} = \frac{\operatorname{tg} t - \operatorname{tg} 0}{t - 0} = \frac{\operatorname{tg} t}{t}$,

t. j. pre $t \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $\operatorname{tg} t = \frac{t}{\cos^2 c} > \frac{t}{1} = t$,

Vety o strednej hodnote

$y = f(x)$, $x \in I$, $I \subset R$ je interval.

Funkcia f je na I konštantná $\iff$ pre všetky $x \in I$ platí $f'(x) = 0$.

Dokážte, že pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $\sin x < x < \operatorname{tg} x$.

Nech $t \in (0; \frac{\pi}{2})$ je ľubovoľné, $f(x) = \sin x$, $g(x) = \operatorname{tg} x$ sú spojité na $\langle 0; t \rangle$.

Pre všetky $x \in (0; t\rangle$ platí $0 < f'(x) = \cos x < 1$.

$\xrightarrow{\text{Lagrangeova veta}}$ existuje $c \in (0; t)$ také, že $\cos c = \frac{\sin t - \sin 0}{t - 0} = \frac{\sin t}{t}$,

t. j. pre $t \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $\sin t = t \cdot \cos c < t \cdot 1 = t$, resp. $\sin x < x$ pre $x \in (0; \frac{\pi}{2})$.

Pre všetky $x \in (0; t\rangle$ platí $0 < \cos^2 x < 1$, $g'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} > \frac{1}{1} = 1$.

$\xrightarrow{\text{Lagrangeova veta}}$ existuje $c \in (0; t)$ také, že $\frac{1}{\cos^2 c} = \frac{\operatorname{tg} t - \operatorname{tg} 0}{t - 0} = \frac{\operatorname{tg} t}{t}$,

t. j. pre $t \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $\operatorname{tg} t = \frac{t}{\cos^2 c} > \frac{t}{1} = t$, resp. $x < \operatorname{tg} x$ pre $x \in (0; \frac{\pi}{2})$.

L'Hospitalovo pravidlo

L'Hospitalovo pravidlo typu $\frac{\infty}{\infty}$, resp. typu $\frac{0}{0}$ $\quad O(a)$ je okolie $a \in R^*$

L'Hospitalovo pravidlo

L'Hospitalovo pravidlo typu $\frac{\infty}{\infty}$, resp. typu $\frac{0}{0}$ $O(a)$ je okolie $a \in R^*$

- Pre všetky $x \in O(a)$, $x \neq a$ existujú $f'(x)$, $g'(x)$.

L'Hospitalovo pravidlo

L'Hospitalovo pravidlo typu $\frac{\infty}{\infty}$, resp. typu $\frac{0}{0}$ — $O(a)$ je okolie $a \in R^*$

- Pre všetky $x \in O(a)$, $x \neq a$ existujú $f'(x)$, $g'(x)$.
- $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = \pm\infty$ $\left[\text{L'H}\frac{\infty}{\infty}\right]$,

L'Hospitalovo pravidlo

L'Hospitalovo pravidlo typu $\frac{\infty}{\infty}$, resp. typu $\frac{0}{0}$ — $O(a)$ je okolie $a \in R^*$

- Pre všetky $x \in O(a)$, $x \neq a$ existujú $f'(x)$, $g'(x)$.
-

resp. $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0, \quad \lim\limits_{x \to a} g(x) = 0$ $\left[\text{L'H}\frac{0}{0}\right]$.

L'Hospitalovo pravidlo

L'Hospitalovo pravidlo typu $\frac{\infty}{\infty}$, resp. typu $\frac{0}{0}$ — $O(a)$ je okolie $a \in R^*$

- Pre všetky $x \in O(a)$, $x \neq a$ existujú $f'(x)$, $g'(x)$.
- $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = \pm\infty$ $\left[\text{L'H}\frac{\infty}{\infty}\right]$,

  resp. $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$ $\left[\text{L'H}\frac{0}{0}\right]$.

L'Hospitalovo pravidlo

L'Hospitalovo pravidlo typu $\frac{\infty}{\infty}$, resp. typu $\frac{0}{0}$ — $O(a)$ je okolie $a \in R^*$

- Pre všetky $x \in O(a)$, $x \neq a$ existujú $f'(x)$, $g'(x)$.
- $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = \pm\infty$ $\left[\text{L'H}\frac{\infty}{\infty}\right]$,

  resp. $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$ $\left[\text{L'H}\frac{0}{0}\right]$.
- Existuje $\lim\limits_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = b \in R^*$.

L'Hospitalovo pravidlo

L'Hospitalovo pravidlo typu $\frac{\infty}{\infty}$, resp. typu $\frac{0}{0}$ — $O(a)$ je okolie $a \in R^*$

- Pre všetky $x \in O(a)$, $x \neq a$ existujú $f'(x)$, $g'(x)$.
- $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = \pm\infty$ $\left[\text{L'H}\frac{\infty}{\infty}\right]$,

  resp. $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$ $\left[\text{L'H}\frac{0}{0}\right]$.
- Existuje $\lim\limits_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = b \in R^*$.

$\Rightarrow$ Existuje $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = b$.

L'Hospitalovo pravidlo

L'Hospitalovo pravidlo typu $\frac{\infty}{\infty}$, resp. typu $\frac{0}{0}$ — $O(a)$ je okolie $a \in R^*$

- Pre všetky $x \in O(a)$, $x \neq a$ existujú $f'(x)$, $g'(x)$.
- $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \pm\infty$, $\lim\limits_{x \to a} g(x) = \pm\infty$ $\left[\text{L'H}\frac{\infty}{\infty}\right]$,

  resp. $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x \to a} g(x) = 0$ $\left[\text{L'H}\frac{0}{0}\right]$.
- Existuje $\lim\limits_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = b \in R^*$.

$\Rightarrow$ Existuje $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = b$.

Predpoklad existencie $\lim\limits_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = b \in R^*$ sa overuje až počas výpočtu.

L'Hospitalovo pravidlo

L'Hospitalovo pravidlo typu $\frac{\infty}{\infty}$, resp. typu $\frac{0}{0}$ — $O(a)$ je okolie $a \in R^*$

- Pre všetky $x \in O(a)$, $x \neq a$ existujú $f'(x)$, $g'(x)$.
- $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = \pm\infty$ $\left[\text{L'H}\frac{\infty}{\infty}\right]$,

  resp. $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$ $\left[\text{L'H}\frac{0}{0}\right]$.
- Existuje $\lim\limits_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = b \in R^*$.

$\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Existuje $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = b$.

Predpoklad existencie $\lim\limits_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = b \in R^*$ sa overuje až počas výpočtu.

Niekedy sa predpoklady nedajú overiť a L'H pravidlo sa nedá použiť.

L'Hospitalovo pravidlo

L'Hospitalovo pravidlo typu $\frac{\infty}{\infty}$, resp. typu $\frac{0}{0}$ — $O(a)$ je okolie $a \in R^*$

- Pre všetky $x \in O(a)$, $x \neq a$ existujú $f'(x)$, $g'(x)$.
- $\lim_{x\to a} f(x) = \pm\infty$, $\lim_{x\to a} g(x) = \pm\infty$ $\left[\text{L'H}\frac{\infty}{\infty}\right]$,

  resp. $\lim_{x\to a} f(x) = 0$, $\lim_{x\to a} g(x) = 0$ $\left[\text{L'H}\frac{0}{0}\right]$.
- Existuje $\lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = b \in R^*$.

$\Rightarrow$ Existuje $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = b$.

Predpoklad existencie $\lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = b \in R^*$ sa overuje až počas výpočtu.

Niekedy sa predpoklady nedajú overiť a L'H pravidlo sa nedá použiť.

L'H pravidlo môžeme použiť opakovane.

L'Hospitalovo pravidlo

L'Hospitalovo pravidlo typu $\frac{\infty}{\infty}$, resp. typu $\frac{0}{0}$ — $O(a)$ je okolie $a \in R^*$

- Pre všetky $x \in O(a)$, $x \neq a$ existujú $f'(x)$, $g'(x)$.
- $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = \pm\infty$ $\left[\text{L'H}\frac{\infty}{\infty}\right]$,

  resp. $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$ $\left[\text{L'H}\frac{0}{0}\right]$.
- Existuje $\lim\limits_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = b \in R^*$.

$\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Existuje $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = b$.

Predpoklad existencie $\lim\limits_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = b \in R^*$ sa overuje až počas výpočtu.

Niekedy sa predpoklady nedajú overiť a L'H pravidlo sa nedá použiť.

L'H pravidlo môžeme použiť opakovane.

Ak neoveríme predpoklady, môžeme dostať nesprávny výsledok.

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x}$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\ln x]'}{[x]'}$$

Pre všetky $x > 0$ existujú $f'(x) = [\ln x]' = \frac{1}{x}$, $g'(x) = [x]' = 1$.

L'Hospitalovo pravidlo

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x}$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\ln x]'}{[x]'}$$

Pre všetky $x > 0$ existujú $f'(x) = [\ln x]' = \frac{1}{x}$, $g'(x) = [x]' = 1$.

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \ln x = \infty = \lim\limits_{x\to\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to\infty} x$,

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x}$$

$$= \left[\text{L'H} \frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\ln x]'}{[x]'}$$

Pre všetky $x > 0$ existujú $f'(x) = [\ln x]' = \frac{1}{x}$, $g'(x) = [x]' = 1$.

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \ln x = \infty = \lim\limits_{x\to\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to\infty} x$, $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0$,

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x}$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\ln x]'}{[x]'}$$

Pre všetky $x > 0$ existujú $f'(x) = [\ln x]' = \frac{1}{x}$, $g'(x) = [x]' = 1$.

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \ln x = \infty = \lim\limits_{x\to\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to\infty} x$, $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0$,

t. j. predpoklady sú splnené

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\ln x]'}{[x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0.$$

Pre všetky $x > 0$ existujú $f'(x) = [\ln x]' = \frac{1}{x}$, $g'(x) = [x]' = 1$.

$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \ln x = \infty = \lim_{x\to\infty} g(x) = \lim_{x\to\infty} x$, $\lim_{x\to\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0$,

t. j. predpoklady sú splnené [v praxi ich overujeme, ale väčšinou nevypisujeme].

L'Hospitalovo pravidlo

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\ln x]'}{[x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0.$$

Pre všetky $x > 0$ existujú $f'(x) = [\ln x]' = \frac{1}{x}$, $g'(x) = [x]' = 1$.

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \ln x = \infty = \lim\limits_{x\to\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to\infty} x$, $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0$,

t. j. predpoklady sú splnené [v praxi ich overujeme, ale väčšinou nevypisujeme].

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}$

L'Hospitalovo pravidlo

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\ln x]'}{[x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0.$$

Pre všetky $x > 0$ existujú $f'(x) = [\ln x]' = \frac{1}{x}$, $g'(x) = [x]' = 1$.

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \ln x = \infty = \lim\limits_{x\to\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to\infty} x$, $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0$,

t. j. predpoklady sú splnené [v praxi ich overujeme, ale väčšinou nevypisujeme].

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[\sin x]'}{[x]'}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$$= \left[\text{L'H}\,\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\ln x]'}{[x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0.$$

Pre všetky $x > 0$ existujú $f'(x) = [\ln x]' = \frac{1}{x}$, $\quad g'(x) = [x]' = 1$.

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \ln x = \infty = \lim_{x\to\infty} g(x) = \lim_{x\to\infty} x, \quad \lim_{x\to\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0,$$

t. j. predpoklady sú splnené [v praxi ich overujeme, ale väčšinou nevypisujeme].

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}$

$$= \left[\text{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[\sin x]'}{[x]'} = \lim_{x\to 0} \frac{\cos x}{1}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\ln x]'}{[x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0.$$

Pre všetky $x > 0$ existujú $f'(x) = [\ln x]' = \frac{1}{x}$, $g'(x) = [x]' = 1$.

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \ln x = \infty = \lim\limits_{x\to\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to\infty} x$, $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0$,

t. j. predpoklady sú splnené [v praxi ich overujeme, ale väčšinou nevypisujeme].

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[\sin x]'}{[x]'} = \lim_{x\to 0} \frac{\cos x}{1} = \frac{\cos 0}{1} = 1.$$

L'Hospitalovo pravidlo

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\ln x]'}{[x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0.$$

Pre všetky $x > 0$ existujú $f'(x) = [\ln x]' = \frac{1}{x}$, $g'(x) = [x]' = 1$.

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \ln x = \infty = \lim\limits_{x\to\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to\infty} x$, $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0$,

t. j. predpoklady sú splnené [v praxi ich overujeme, ale väčšinou nevypisujeme].

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[\sin x]'}{[x]'} = \lim_{x\to 0} \frac{\cos x}{1} = \frac{\cos 0}{1} = 1.$$

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{a^x - 1}{x}$ $\qquad a > 0$

L'Hospitalovo pravidlo

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$= \left[\text{L'H} \frac{\infty}{\infty}\right] = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{[\ln x]'}{[x]'} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0.$

Pre všetky $x > 0$ existujú $f'(x) = [\ln x]' = \frac{1}{x}$, $g'(x) = [x]' = 1$.

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \ln x = \infty = \lim\limits_{x\to\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to\infty} x$, $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0$,

t. j. predpoklady sú splnené [v praxi ich overujeme, ale väčšinou nevypisujeme].

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

$= \left[\text{L'H} \frac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 0} \frac{[\sin x]'}{[x]'} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\cos x}{1} = \frac{\cos 0}{1} = 1.$

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{a^x - 1}{x}$ $\quad a > 0$

$= \left[\text{L'H} \frac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 0} \frac{[a^x - 1]'}{[x]'}$

L'Hospitalovo pravidlo

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$= \left[\text{L'H}\,\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{[\ln x]'}{[x]'} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0.$

Pre všetky $x > 0$ existujú $f'(x) = [\ln x]' = \frac{1}{x}$, $g'(x) = [x]' = 1$.

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \ln x = \infty = \lim\limits_{x\to\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to\infty} x$, $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0$,

t. j. predpoklady sú splnené [v praxi ich overujeme, ale väčšinou nevypisujeme].

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

$= \left[\text{L'H}\,\frac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 0} \frac{[\sin x]'}{[x]'} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\cos x}{1} = \frac{\cos 0}{1} = 1.$

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{a^x - 1}{x}$ $a > 0$

$= \left[\text{L'H}\,\frac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 0} \frac{[a^x - 1]'}{[x]'} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{a^x \ln a - 0}{1}$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\ln x]'}{[x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0.$$

Pre všetky $x > 0$ existujú $f'(x) = [\ln x]' = \frac{1}{x}$, $g'(x) = [x]' = 1$.

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \ln x = \infty = \lim_{x\to\infty} g(x) = \lim_{x\to\infty} x, \quad \lim_{x\to\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0,$$

t. j. predpoklady sú splnené [v praxi ich overujeme, ale väčšinou nevypisujeme].

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[\sin x]'}{[x]'} = \lim_{x\to 0} \frac{\cos x}{1} = \frac{\cos 0}{1} = 1.$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a \qquad a > 0$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[a^x - 1]'}{[x]'} = \lim_{x\to 0} \frac{a^x \ln a - 0}{1} = \frac{a^0 \ln a}{1} = \ln a.$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \operatorname{tgh} x = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \operatorname{tgh} x = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$= \left[\mathrm{L'H}\,\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \operatorname{tgh} x = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cosh x}{\sinh x}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \operatorname{tgh} x = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cosh x}{\sinh x} = \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\cosh x]'}{[\sinh x]'}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \operatorname{tgh} x = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cosh x}{\sinh x} = \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\cosh x]'}{[\sinh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = \cdots$$

L'H nám nepomôže, pretože nedokážeme overiť existenciu $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'}$.

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \operatorname{tgh} x = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cosh x}{\sinh x} = \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\cosh x]'}{[\sinh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = \cdots$$

L'H nám nepomôže, pretože nedokážeme overiť existenciu $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'}$.

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{e^x - e^{-x}}{2}}{\frac{e^x + e^{-x}}{2}}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \operatorname{tgh} x = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cosh x}{\sinh x} = \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\cosh x]'}{[\sinh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = \cdots$$

L'H nám nepomôže, pretože nedokážeme overiť existenciu $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'}$.

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{e^x - e^{-x}}{2}}{\frac{e^x + e^{-x}}{2}} = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \qquad \right]$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \operatorname{tgh} x = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cosh x}{\sinh x} = \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\cosh x]'}{[\sinh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = \cdots$$

L'H nám nepomôže, pretože nedokážeme overiť existenciu $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'}$.

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{e^x - e^{-x}}{2}}{\frac{e^x + e^{-x}}{2}} = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \cdot \frac{e^{-x}}{e^{-x}}\right]$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \operatorname{tgh} x = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cosh x}{\sinh x} = \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\cosh x]'}{[\sinh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = \cdots$$

L'H nám nepomôže, pretože nedokážeme overiť existenciu $\lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'}$.

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{e^x - e^{-x}}{2}}{\frac{e^x + e^{-x}}{2}} = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \cdot \frac{e^{-x}}{e^{-x}}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \operatorname{tgh} x = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cosh x}{\sinh x} = \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\cosh x]'}{[\sinh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = \cdots$$

L'H nám nepomôže, pretože nedokážeme overiť existenciu $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'}$.

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{e^x - e^{-x}}{2}}{\frac{e^x + e^{-x}}{2}} = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \cdot \frac{e^{-x}}{e^{-x}}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}} = \frac{1-e^{-\infty}}{1+e^{-\infty}}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \operatorname{tgh} x = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = 1$$

$$= \left[\text{L'H}\,\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cosh x}{\sinh x} = \left[\text{L'H}\,\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\cosh x]'}{[\sinh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = \cdots$$

L'H nám nepomôže, pretože nedokážeme overiť existenciu $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'}$.

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{e^x - e^{-x}}{2}}{\frac{e^x + e^{-x}}{2}} = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \cdot \frac{e^{-x}}{e^{-x}}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}} = \frac{1-e^{-\infty}}{1+e^{-\infty}} = \frac{1-0}{1+0} = 1.$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \operatorname{tgh} x = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = 1$$

$$= \left[\text{L'H}\, \frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cosh x}{\sinh x} = \left[\text{L'H}\, \frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\cosh x]'}{[\sinh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = \cdots$$

L'H nám nepomôže, pretože nedokážeme overiť existenciu $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'}$.

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{e^{x} - e^{-x}}{2}}{\frac{e^{x} + e^{-x}}{2}} = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{e^{x} - e^{-x}}{e^{x} + e^{-x}} \cdot \frac{e^{-x}}{e^{-x}}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}} = \frac{1-e^{-\infty}}{1+e^{-\infty}} = \frac{1-0}{1+0} = 1.$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x-\sin x}{x^{3}}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \operatorname{tgh} x = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = 1$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cosh x}{\sinh x} = \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\cosh x]'}{[\sinh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = \cdots$$

L'H nám nepomôže, pretože nedokážeme overiť existenciu $\lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'}$.

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{e^x - e^{-x}}{2}}{\frac{e^x + e^{-x}}{2}} = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \cdot \frac{e^{-x}}{e^{-x}}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}} = \frac{1-e^{-\infty}}{1+e^{-\infty}} = \frac{1-0}{1+0} = 1.$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x-\sin x}{x^3}$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[x-\sin x]'}{[x^3]'}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \operatorname{tgh} x = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = 1$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cosh x}{\sinh x} = \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\cosh x]'}{[\sinh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = \cdots$$

L'H nám nepomôže, pretože nedokážeme overiť existenciu $\lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'}$.

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{e^x - e^{-x}}{2}}{\frac{e^x + e^{-x}}{2}} = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \cdot \frac{e^{-x}}{e^{-x}}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}} = \frac{1-e^{-\infty}}{1+e^{-\infty}} = \frac{1-0}{1+0} = 1.$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x-\sin x}{x^3}$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[x-\sin x]'}{[x^3]'} = \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{3x^2}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \operatorname{tgh} x = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = 1$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cosh x}{\sinh x} = \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\cosh x]'}{[\sinh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = \cdots$$

L'H nám nepomôže, pretože nedokážeme overiť existenciu $\lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'}$.

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{e^x - e^{-x}}{2}}{\frac{e^x + e^{-x}}{2}} = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \cdot \frac{e^{-x}}{e^{-x}}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}} = \frac{1-e^{-\infty}}{1+e^{-\infty}} = \frac{1-0}{1+0} = 1.$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x-\sin x}{x^3}$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[x-\sin x]'}{[x^3]'} = \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{3x^2} = \left[\text{L'H} \tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[1-\cos x]'}{[3x^2]'}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \operatorname{tgh} x = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = 1$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cosh x}{\sinh x} = \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\cosh x]'}{[\sinh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = \cdots$$

L'H nám nepomôže, pretože nedokážeme overiť existenciu $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'}$.

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{e^x - e^{-x}}{2}}{\frac{e^x + e^{-x}}{2}} = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \cdot \frac{e^{-x}}{e^{-x}}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}} = \frac{1-e^{-\infty}}{1+e^{-\infty}} = \frac{1-0}{1+0} = 1.$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x-\sin x}{x^3}$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[x-\sin x]'}{[x^3]'} = \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{3x^2} = \left[\text{L'H} \tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[1-\cos x]'}{[3x^2]'}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{0-(-\sin x)}{6x}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \operatorname{tgh} x = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = 1$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cosh x}{\sinh x} = \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\cosh x]'}{[\sinh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = \cdots$$

L'H nám nepomôže, pretože nedokážeme overiť existenciu $\lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'}$.

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{e^x - e^{-x}}{2}}{\frac{e^x + e^{-x}}{2}} = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \cdot \frac{e^{-x}}{e^{-x}}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}} = \frac{1-e^{-\infty}}{1+e^{-\infty}} = \frac{1-0}{1+0} = 1.$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x-\sin x}{x^3}$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[x-\sin x]'}{[x^3]'} = \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{3x^2} = \left[\text{L'H} \tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[1-\cos x]'}{[3x^2]'}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{0-(-\sin x)}{6x} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{6x}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \operatorname{tgh} x = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = 1$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cosh x}{\sinh x} = \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\cosh x]'}{[\sinh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = \cdots$$

L'H nám nepomôže, pretože nedokážeme overiť existenciu $\lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'}$.

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{e^x - e^{-x}}{2}}{\frac{e^x + e^{-x}}{2}} = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \cdot \frac{e^{-x}}{e^{-x}}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}} = \frac{1-e^{-\infty}}{1+e^{-\infty}} = \frac{1-0}{1+0} = 1.$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x-\sin x}{x^3}$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[x-\sin x]'}{[x^3]'} = \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{3x^2} = \left[\text{L'H} \tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[1-\cos x]'}{[3x^2]'}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{0-(-\sin x)}{6x} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{6x} = \left[\text{L'H} \tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[\sin x]'}{[6x]'}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \operatorname{tgh} x = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = 1$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cosh x}{\sinh x} = \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\cosh x]'}{[\sinh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = \cdots$$

L'H nám nepomôže, pretože nedokážeme overiť existenciu $\lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'}$.

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{e^x - e^{-x}}{2}}{\frac{e^x + e^{-x}}{2}} = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \cdot \frac{e^{-x}}{e^{-x}}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}} = \frac{1-e^{-\infty}}{1+e^{-\infty}} = \frac{1-0}{1+0} = 1.$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x-\sin x}{x^3}$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[x-\sin x]'}{[x^3]'} = \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{3x^2} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[1-\cos x]'}{[3x^2]'}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{0-(-\sin x)}{6x} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{6x} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[\sin x]'}{[6x]'} = \lim_{x\to 0} \frac{\cos x}{6}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to\infty} \operatorname{tgh} x = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = 1$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cosh x}{\sinh x} = \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{[\cosh x]'}{[\sinh x]'} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sinh x}{\cosh x} = \cdots$$

L'H nám nepomôže, pretože nedokážeme overiť existenciu $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{[\sinh x]'}{[\cosh x]'}$.

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{e^x - e^{-x}}{2}}{\frac{e^x + e^{-x}}{2}} = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \cdot \frac{e^{-x}}{e^{-x}}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}} = \frac{1-e^{-\infty}}{1+e^{-\infty}} = \frac{1-0}{1+0} = 1.$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x-\sin x}{x^3} = \frac{1}{6}$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[x-\sin x]'}{[x^3]'} = \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{3x^2} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[1-\cos x]'}{[3x^2]'}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{0-(-\sin x)}{6x} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{6x} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{[\sin x]'}{[6x]'} = \lim_{x\to 0} \frac{\cos x}{6}$$

$$= \left[\begin{array}{c|c} \text{posledný predpoklad} & \lim\limits_{x\to 0} \frac{\cos x}{6} = \frac{1}{6} \text{ existuje} \\ \textbf{je overený až tu} & \end{array}\right] = \frac{1}{6}.$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \sin\frac{1}{x}}{\sin x}$$

$$= \left[\mathrm{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{2x\sin\frac{1}{x} - \cos\frac{1}{x}}{\cos x}.$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \sin\frac{1}{x}}{\sin x}$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{2x \sin\frac{1}{x} - \cos\frac{1}{x}}{\cos x}.$$

L'H použiť nemôžeme, pretože limita neexistuje.

L'Hospitalovo pravidlo

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x}$

$= \left[\text{L'H} \tfrac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}}{\cos x}.$ L'H použiť nemôžeme, pretože limita neexistuje.

$= \lim\limits_{x\to 0} \left[\dfrac{x}{\sin x} \cdot x \cdot \sin \dfrac{1}{x}\right]$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x}$$

$$= \left[\mathrm{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{2x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}}{\cos x}.$$

L'H použiť nemôžeme, pretože limita neexistuje.

$$= \lim_{x\to 0} \left[\frac{x}{\sin x} \cdot x \cdot \sin \frac{1}{x}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} \cdot \lim_{x\to 0} \left[x \cdot \sin \frac{1}{x}\right]$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x}$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{2x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}}{\cos x}.$$ L'H použiť nemôžeme, pretože limita neexistuje.

$$= \lim_{x\to 0} \left[\frac{x}{\sin x} \cdot x \cdot \sin \frac{1}{x}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} \cdot \lim_{x\to 0} \left[x \cdot \sin \frac{1}{x}\right]$$

$$= \left[\lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} = 1 \quad \middle| \quad \middle| \quad \right] = 1 \cdot$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \sin\frac{1}{x}}{\sin x}$$

$$= \left[\mathrm{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{2x\sin\frac{1}{x} - \cos\frac{1}{x}}{\cos x}.$$

L'H použiť nemôžeme, pretože limita neexistuje.

$$= \lim_{x\to 0}\left[\frac{x}{\sin x}\cdot x\cdot \sin\frac{1}{x}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}\cdot\lim_{x\to 0}\left[x\cdot\sin\frac{1}{x}\right]$$

$$= \left[\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x} = 1 \left| \begin{array}{l} x\in R \Rightarrow -1 \le \sin\frac{1}{x} \le 1 \\ \text{t. j. } -x \le x\sin\frac{1}{x} \le x \end{array}\right| \right] = 1.$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2\sin\frac{1}{x}}{\sin x}$$

$$= \left[\mathrm{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{2x\sin\frac{1}{x}-\cos\frac{1}{x}}{\cos x}.$$

L'H použiť nemôžeme, pretože limita neexistuje.

$$= \lim_{x\to 0}\left[\frac{x}{\sin x}\cdot x\cdot\sin\frac{1}{x}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}\cdot\lim_{x\to 0}\left[x\cdot\sin\frac{1}{x}\right]$$

$$= \left[\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}=1 \;\middle|\; \begin{array}{l} x\in R \Rightarrow -1\le\sin\frac{1}{x}\le 1 \\ \text{t. j. } -x\le x\sin\frac{1}{x}\le x\end{array} \;\middle|\; 0=-\lim_{x\to 0}x\le\lim_{x\to 0}\left[x\cdot\sin\frac{1}{x}\right]\le\lim_{x\to 0}x=0\right] = 1\cdot 0$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \sin\frac{1}{x}}{\sin x} = 0$$

$$= \left[\mathrm{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{2x\sin\frac{1}{x} - \cos\frac{1}{x}}{\cos x}.$$

L'H použiť nemôžeme, pretože limita neexistuje.

$$= \lim_{x\to 0}\left[\frac{x}{\sin x}\cdot x\cdot \sin\frac{1}{x}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}\cdot \lim_{x\to 0}\left[x\cdot\sin\frac{1}{x}\right]$$

$$= \left[\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x} = 1 \,\middle|\, \begin{array}{l} x\in R \Rightarrow -1 \le \sin\frac{1}{x} \le 1 \\ \text{t. j. } -x \le x\sin\frac{1}{x} \le x \end{array} \middle|\, 0 = -\lim_{x\to 0} x \le \lim_{x\to 0}\left[x\cdot\sin\frac{1}{x}\right] \le \lim_{x\to 0} x = 0\right] = 1\cdot 0 = 0.$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \sin\frac{1}{x}}{\sin x} = 0$$

$$= \left[\mathrm{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{2x\sin\frac{1}{x} - \cos\frac{1}{x}}{\cos x}.$$

L'H použiť nemôžeme, pretože limita neexistuje.

$$= \lim_{x\to 0} \left[\frac{x}{\sin x}\cdot x \cdot \sin\frac{1}{x}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x} \cdot \lim_{x\to 0}\left[x\cdot \sin\frac{1}{x}\right]$$

$$= \left[\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x} = 1 \,\middle|\, \begin{array}{c} x\in R \Rightarrow -1 \leq \sin\frac{1}{x} \leq 1 \\ \text{t. j. } -x \leq x\sin\frac{1}{x} \leq x \end{array} \,\middle|\, 0 = -\lim_{x\to 0} x \leq \lim_{x\to 0}\left[x\cdot\sin\frac{1}{x}\right] \leq \lim_{x\to 0} x = 0\right] = 1\cdot 0 = 0.$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{x^n} \qquad n\in N$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x} = 0$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{2x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}}{\cos x}.$$ L'H použiť nemôžeme, pretože limita neexistuje.

$$= \lim_{x\to 0} \left[\frac{x}{\sin x} \cdot x \cdot \sin \frac{1}{x}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} \cdot \lim_{x\to 0} \left[x \cdot \sin \frac{1}{x}\right]$$

$$= \left[\lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} = 1 \,\middle|\, \begin{array}{l} x \in R \Rightarrow -1 \leq \sin \frac{1}{x} \leq 1 \\ \text{t. j.} \; -x \leq x \sin \frac{1}{x} \leq x \end{array} \,\middle|\, 0 = -\lim_{x\to 0} x \leq \lim_{x\to 0} \left[x \cdot \sin \frac{1}{x}\right] \leq \lim_{x\to 0} x = 0 \right] = 1 \cdot 0 = 0.$$

$$\lim_{x\to \infty} \frac{e^x}{x^n} \qquad n \in N$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to \infty} \frac{e^x}{n x^{n-1}}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \sin\frac{1}{x}}{\sin x} = 0$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{2x\sin\frac{1}{x} - \cos\frac{1}{x}}{\cos x}.$$

L'H použiť nemôžeme, pretože limita neexistuje.

$$= \lim_{x\to 0}\left[\frac{x}{\sin x}\cdot x\cdot \sin\frac{1}{x}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}\cdot\lim_{x\to 0}\left[x\cdot\sin\frac{1}{x}\right]$$

$$= \left[\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x} = 1 \;\middle|\; \begin{array}{l} x\in R \Rightarrow -1 \le \sin\frac{1}{x} \le 1 \\ \text{t. j.} \; -x \le x\sin\frac{1}{x} \le x \end{array} \;\middle|\; 0 = -\lim_{x\to 0} x \le \lim_{x\to 0}\left[x\cdot\sin\tfrac{1}{x}\right] \le \lim_{x\to 0} x = 0\right] = 1\cdot 0 = 0.$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{x^n} \qquad n\in N$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{nx^{n-1}} = \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n(n-1)x^{n-2}}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \sin\frac{1}{x}}{\sin x} = 0$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{2x\sin\frac{1}{x} - \cos\frac{1}{x}}{\cos x}.$$

L'H použiť nemôžeme, pretože limita neexistuje.

$$= \lim_{x\to 0} \left[\frac{x}{\sin x}\cdot x\cdot \sin\frac{1}{x}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} \cdot \lim_{x\to 0} \left[x\cdot \sin\frac{1}{x}\right]$$

$$= \left[\lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} = 1 \;\middle|\; \begin{matrix} x\in R \Rightarrow -1 \leq \sin\frac{1}{x} \leq 1 \\ \text{t. j. } -x \leq x\sin\frac{1}{x} \leq x \end{matrix} \;\middle|\; 0 = -\lim_{x\to 0} x \leq \lim_{x\to 0} \left[x\cdot\sin\frac{1}{x}\right] \leq \lim_{x\to 0} x = 0 \right] = 1\cdot 0 = 0.$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{x^n} \qquad n\in N$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{nx^{n-1}} = \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{n(n-1)x^{n-2}}$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{n(n-1)(n-2)x^{n-3}}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x} = 0$

$= \left[\mathrm{L'H}\frac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x\sin\frac{1}{x} - \cos\frac{1}{x}}{\cos x}.$ L'H použiť nemôžeme, pretože limita neexistuje.

$$= \lim_{x\to 0}\left[\frac{x}{\sin x}\cdot x\cdot \sin\frac{1}{x}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}\cdot \lim_{x\to 0}\left[x\cdot\sin\frac{1}{x}\right]$$

$$= \left[\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x} = 1 \,\middle|\, \begin{array}{l} x\in R \Rightarrow -1 \le \sin\frac{1}{x} \le 1 \\ \text{t. j. } -x \le x\sin\frac{1}{x} \le x \end{array} \middle|\, 0 = -\lim_{x\to 0} x \le \lim_{x\to 0}\left[x\cdot\sin\frac{1}{x}\right] \le \lim_{x\to 0} x = 0\right] = 1\cdot 0 = 0.$$

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e^x}{x^n}$ $\qquad n\in N$

$$= \left[\mathrm{L'H}\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{nx^{n-1}} = \left[\mathrm{L'H}\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n(n-1)x^{n-2}}$$

$$= \left[\mathrm{L'H}\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n(n-1)(n-2)x^{n-3}} = \cdots$$

L'Hospitalovo pravidlo

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2 \sin\frac{1}{x}}{\sin x} = 0$

$= \left[\text{L'H}\,\frac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x\sin\frac{1}{x} - \cos\frac{1}{x}}{\cos x}.$ L'H použiť nemôžeme, pretože limita neexistuje.

$$= \lim_{x\to 0} \left[\frac{x}{\sin x}\cdot x\cdot \sin\frac{1}{x}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} \cdot \lim_{x\to 0} \left[x\cdot \sin\frac{1}{x}\right]$$

$$= \left[\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x} = 1 \,\middle|\, \begin{array}{l} x\in R \Rightarrow -1 \leq \sin\frac{1}{x} \leq 1 \\ \text{t. j.} \;\; -x \leq x\sin\frac{1}{x} \leq x \end{array} \,\middle|\, 0 = -\lim_{x\to 0} x \leq \lim_{x\to 0}\left[x\cdot \sin\frac{1}{x}\right] \leq \lim_{x\to 0} x = 0\right] = 1\cdot 0 = 0.$$

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e^x}{x^n}$ $\quad n\in N$

$$= \left[\text{L'H}\,\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{nx^{n-1}} = \left[\text{L'H}\,\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{n(n-1)x^{n-2}}$$

$$= \left[\text{L'H}\,\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{n(n-1)(n-2)x^{n-3}} = \cdots = \left[\text{L'H}\,\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{n(n-1)(n-2)\cdots 2x}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2\sin\frac{1}{x}}{\sin x}=0$$

$$=\left[\mathrm{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{2x\sin\frac{1}{x}-\cos\frac{1}{x}}{\cos x}.$$

L'H použiť nemôžeme, pretože limita neexistuje.

$$=\lim_{x\to 0}\left[\frac{x}{\sin x}\cdot x\cdot\sin\frac{1}{x}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}\cdot\lim_{x\to 0}\left[x\cdot\sin\frac{1}{x}\right]$$

$$=\left[\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}=1\;\middle|\;\begin{array}{l}x\in R\Rightarrow -1\le\sin\frac{1}{x}\le 1\\ \text{t. j.}\; -x\le x\sin\frac{1}{x}\le x\end{array}\;\middle|\;0=-\lim_{x\to 0}x\le\lim_{x\to 0}\left[x\cdot\sin\frac{1}{x}\right]\le\lim_{x\to 0}x=0\right]=1\cdot 0=0.$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{x^n}\qquad n\in N$$

$$=\left[\mathrm{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{nx^{n-1}}=\left[\mathrm{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n(n-1)x^{n-2}}$$

$$=\left[\mathrm{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n(n-1)(n-2)x^{n-3}}=\cdots=\left[\mathrm{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n(n-1)(n-2)\cdots 2x}$$

$$=\left[\mathrm{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n(n-1)(n-2)\cdots 2\cdot 1}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \sin\frac{1}{x}}{\sin x} = 0$$

$$= \left[\text{L'H} \tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{2x\sin\frac{1}{x} - \cos\frac{1}{x}}{\cos x}.$$

L'H použiť nemôžeme, pretože limita neexistuje.

$$= \lim_{x\to 0} \left[\frac{x}{\sin x}\cdot x\cdot \sin\frac{1}{x}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}\cdot \lim_{x\to 0}\left[x\cdot\sin\frac{1}{x}\right]$$

$$= \left[\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x} = 1 \;\middle|\; \begin{array}{l} x\in R \Rightarrow -1 \le \sin\frac{1}{x} \le 1 \\ \text{t. j.} \; -x \le x\sin\frac{1}{x} \le x \end{array} \;\middle|\; 0 = -\lim_{x\to 0} x \le \lim_{x\to 0}\left[x\cdot\sin\frac{1}{x}\right] \le \lim_{x\to 0} x = 0\right] = 1\cdot 0 = 0.$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{x^n} \qquad n\in N$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{nx^{n-1}} = \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n(n-1)x^{n-2}}$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n(n-1)(n-2)x^{n-3}} = \cdots = \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n(n-1)(n-2)\cdots 2x}$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n(n-1)(n-2)\cdots 2\cdot 1} = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n!}$$

L'Hospitalovo pravidlo

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x} = 0$

$= \left[\text{L'H} \frac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}}{\cos x}.$ L'H použiť nemôžeme, pretože limita neexistuje.

$= \lim\limits_{x\to 0} \left[\dfrac{x}{\sin x} \cdot x \cdot \sin \dfrac{1}{x}\right] = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{\sin x} \cdot \lim\limits_{x\to 0} \left[x \cdot \sin \dfrac{1}{x}\right]$

$= \left[\lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} = 1 \,\middle|\, \begin{matrix} x \in R \Rightarrow -1 \leq \sin \frac{1}{x} \leq 1 \\ \text{t. j.} \;\; -x \leq x \sin \frac{1}{x} \leq x \end{matrix} \,\middle|\, 0 = -\lim\limits_{x\to 0} x \leq \lim\limits_{x\to 0} \left[x \cdot \sin \frac{1}{x}\right] \leq \lim\limits_{x\to 0} x = 0 \right] = 1 \cdot 0 = 0.$

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e^x}{x^n}$ $\quad n \in N$

$= \left[\text{L'H} \frac{\infty}{\infty}\right] = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e^x}{nx^{n-1}} = \left[\text{L'H} \frac{\infty}{\infty}\right] = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e^x}{n(n-1)x^{n-2}}$

$= \left[\text{L'H} \frac{\infty}{\infty}\right] = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e^x}{n(n-1)(n-2)x^{n-3}} = \cdots = \left[\text{L'H} \frac{\infty}{\infty}\right] = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e^x}{n(n-1)(n-2)\cdots 2x}$

$= \left[\text{L'H} \frac{\infty}{\infty}\right] = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e^x}{n(n-1)(n-2)\cdots 2 \cdot 1} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e^x}{n!} = \dfrac{e^\infty}{n!}$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \sin\frac{1}{x}}{\sin x} = 0$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{2x\sin\frac{1}{x} - \cos\frac{1}{x}}{\cos x}.$$

L'H použiť nemôžeme, pretože limita neexistuje.

$$= \lim_{x\to 0} \left[\frac{x}{\sin x}\cdot x\cdot \sin\frac{1}{x}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}\cdot \lim_{x\to 0}\left[x\cdot\sin\frac{1}{x}\right]$$

$$= \left[\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x} = 1 \,\middle|\, \begin{array}{l} x\in R \Rightarrow -1 \le \sin\frac{1}{x} \le 1 \\ \text{t. j.} \quad -x \le x\sin\frac{1}{x} \le x \end{array} \,\middle|\, 0 = -\lim_{x\to 0} x \le \lim_{x\to 0}\left[x\cdot\sin\frac{1}{x}\right] \le \lim_{x\to 0} x = 0\right] = 1\cdot 0 = 0.$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{x^n} = \infty \qquad n\in N$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{nx^{n-1}} = \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n(n-1)x^{n-2}}$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n(n-1)(n-2)x^{n-3}} = \cdots = \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n(n-1)(n-2)\cdots 2x}$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n(n-1)(n-2)\cdots 2\cdot 1} = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n!} = \frac{e^\infty}{n!} = \frac{\infty}{n!} = \infty.$$

L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \sin\frac{1}{x}}{\sin x} = 0$$

$$= \left[\mathrm{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{2x\sin\frac{1}{x} - \cos\frac{1}{x}}{\cos x}.$$

L'H použiť nemôžeme, pretože limita neexistuje.

$$= \lim_{x\to 0}\left[\frac{x}{\sin x}\cdot x\cdot \sin\frac{1}{x}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}\cdot\lim_{x\to 0}\left[x\cdot\sin\frac{1}{x}\right]$$

$$= \left[\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x} = 1 \,\middle|\, \begin{array}{c} x\in R \Rightarrow -1 \le \sin\frac{1}{x} \le 1 \\ \text{t. j. } -x \le x\sin\frac{1}{x} \le x \end{array} \,\middle|\, 0 = -\lim_{x\to 0} x \le \lim_{x\to 0}\left[x\cdot\sin\tfrac{1}{x}\right] \le \lim_{x\to 0} x = 0\right] = 1\cdot 0 = 0.$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{x^n} = \infty \qquad n\in N$$

$$= \left[\mathrm{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{nx^{n-1}} = \left[\mathrm{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n(n-1)x^{n-2}}$$

$$= \left[\mathrm{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n(n-1)(n-2)x^{n-3}} = \cdots = \left[\mathrm{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n(n-1)(n-2)\cdots 2x}$$

$$= \left[\mathrm{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n(n-1)(n-2)\cdots 2\cdot 1} = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{n!} = \frac{e^\infty}{n!} = \frac{\infty}{n!} = \infty.$$

L'H sme použili opakovane n krát.

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Po vhodných úpravách môžeme L'Hospitalovo pravidlo použiť aj na výpočet iných neurčitých výrazov,

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Po vhodných úpravách môžeme L'Hospitalovo pravidlo použiť aj na výpočet iných neurčitých výrazov, napr. $\pm\infty \cdot 0$, $\infty - \infty$, ∞^0, 0^0, $1^{\pm\infty}$.

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Po vhodných úpravách môžeme L'Hospitalovo pravidlo použiť aj na výpočet iných neurčitých výrazov, napr. $\pm\infty \cdot 0$, $\infty - \infty$, ∞^0, 0^0, $1^{\pm\infty}$.

Typ $\pm\infty \cdot 0$,

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Po vhodných úpravách môžeme L'Hospitalovo pravidlo použiť aj na výpočet iných neurčitých výrazov, napr. $\pm\infty \cdot 0$, $\infty - \infty$, ∞^0, 0^0, $1^{\pm\infty}$.

Typ $\pm\infty \cdot 0$, t. j. $\lim_{x \to a} [f(x)g(x)]$,

$$\lim_{x \to a} [f(x)g(x)]$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Po vhodných úpravách môžeme L'Hospitalovo pravidlo použiť aj na výpočet iných neurčitých výrazov, napr. $\pm\infty\cdot 0$, $\infty-\infty$, ∞^0, 0^0, $1^{\pm\infty}$.

Typ $\pm\infty\cdot 0$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)g(x)]$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Po vhodných úpravách môžeme L'Hospitalovo pravidlo použiť aj na výpočet iných neurčitých výrazov, napr. $\pm\infty\cdot 0$, $\infty-\infty$, ∞^0, 0^0, $1^{\pm\infty}$.

Typ $\pm\infty\cdot 0$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)g(x)] = \begin{cases} \lim\limits_{x\to a}\dfrac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{f(x)}=0, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right], \\ & \end{cases}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Po vhodných úpravách môžeme L'Hospitalovo pravidlo použiť aj na výpočet iných neurčitých výrazov, napr. $\pm\infty \cdot 0$, $\infty - \infty$, ∞^0, 0^0, $1^{\pm\infty}$.

Typ $\pm\infty \cdot 0$, t. j. $\lim\limits_{x\to a} [f(x)g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$.

$$\lim_{x\to a} [f(x)g(x)] = \begin{cases} \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a} \dfrac{1}{g(x)} = \pm\infty, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right]. \end{cases}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Po vhodných úpravách môžeme L'Hospitalovo pravidlo použiť aj na výpočet iných neurčitých výrazov, napr. $\pm\infty\cdot 0$, $\infty-\infty$, ∞^0, 0^0, $1^{\pm\infty}$.

Typ $\pm\infty\cdot 0$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)g(x)]=\begin{cases}\lim\limits_{x\to a}\dfrac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{f(x)}=0, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right],\\[2ex] \lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{g(x)}=\pm\infty, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right].\end{cases}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Po vhodných úpravách môžeme L'Hospitalovo pravidlo použiť aj na výpočet iných neurčitých výrazov, napr. $\pm\infty\cdot 0$, $\infty-\infty$, ∞^0, 0^0, $1^{\pm\infty}$.

Typ $\pm\infty\cdot 0$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)g(x)] = \begin{cases} \lim\limits_{x\to a}\dfrac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{f(x)}=0, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right], \\ \lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{g(x)}=\pm\infty, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\,\tfrac{\infty}{\infty}\right]. \end{cases}$$

$\lim\limits_{x\to 0^+}[x\ln x]$ typ $0\cdot(-\infty)$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Po vhodných úpravách môžeme L'Hospitalovo pravidlo použiť aj na výpočet iných neurčitých výrazov, napr. $\pm\infty\cdot 0$, $\infty-\infty$, ∞^0, 0^0, $1^{\pm\infty}$.

Typ $\pm\infty\cdot 0$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)g(x)] = \begin{cases} \lim\limits_{x\to a}\dfrac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{f(x)}=0, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right], \\ \lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{g(x)}=\pm\infty, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right]. \end{cases}$$

$\lim\limits_{x\to 0^+}[x\ln x]$ typ $0\cdot(-\infty)$

$$= \lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-1}}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Po vhodných úpravách môžeme L'Hospitalovo pravidlo použiť aj na výpočet iných neurčitých výrazov, napr. $\pm\infty\cdot 0$, $\infty-\infty$, ∞^0, 0^0, $1^{\pm\infty}$.

Typ $\pm\infty\cdot 0$, t. j. $\lim_{x\to a}[f(x)g(x)]$, pričom $\lim_{x\to a} f(x)=\pm\infty$, $\lim_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)g(x)] = \begin{cases} \lim_{x\to a}\dfrac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}}, & \text{kde } \lim_{x\to a}\dfrac{1}{f(x)}=0, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right], \\ \lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}}, & \text{kde } \lim_{x\to a}\dfrac{1}{g(x)}=\pm\infty, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right]. \end{cases}$$

$\lim_{x\to 0^+}[x\ln x]$ typ $0\cdot(-\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$= \lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-1}} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0^+}\frac{[x]'}{[(\ln x)^{-1}]'}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Po vhodných úpravách môžeme L'Hospitalovo pravidlo použiť aj na výpočet iných neurčitých výrazov, napr. $\pm\infty\cdot 0$, $\infty-\infty$, ∞^0, 0^0, $1^{\pm\infty}$.

Typ $\pm\infty\cdot 0$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)g(x)] = \begin{cases} \lim\limits_{x\to a}\dfrac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{f(x)}=0, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\frac{0}{0}\right], \\ \lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{g(x)}=\pm\infty, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\frac{\infty}{\infty}\right]. \end{cases}$$

$\lim\limits_{x\to 0^+}[x\ln x]$ typ $0\cdot(-\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$= \lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-1}} = \left[\text{L'H}\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0^+}\frac{[x]'}{[(\ln x)^{-1}]'} = \lim_{x\to 0^+}\frac{1}{-(\ln x)^{-2}\frac{1}{x}} = -\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-2}}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Po vhodných úpravách môžeme L'Hospitalovo pravidlo použiť aj na výpočet iných neurčitých výrazov, napr. $\pm\infty\cdot 0$, $\infty-\infty$, ∞^0, 0^0, $1^{\pm\infty}$.

Typ $\pm\infty\cdot 0$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)g(x)] = \begin{cases} \lim\limits_{x\to a}\dfrac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{f(x)}=0, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right], \\ \lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{g(x)}=\pm\infty, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right]. \end{cases}$$

$\lim\limits_{x\to 0^+}[x\ln x]$ typ $0\cdot(-\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$= \lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-1}} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0^+}\frac{[x]'}{[(\ln x)^{-1}]'} = \lim_{x\to 0^+}\frac{1}{-(\ln x)^{-2}\frac{1}{x}} = -\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-2}}$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = -\lim_{x\to 0^+}\frac{[x]'}{[(\ln x)^{-2}]'}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Po vhodných úpravách môžeme L'Hospitalovo pravidlo použiť aj na výpočet iných neurčitých výrazov, napr. $\pm\infty\cdot 0$, $\infty-\infty$, ∞^0, 0^0, $1^{\pm\infty}$.

Typ $\pm\infty\cdot 0$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)g(x)] = \begin{cases} \lim\limits_{x\to a}\dfrac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{f(x)}=0, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right], \\ \lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{g(x)}=\pm\infty, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right]. \end{cases}$$

$\lim\limits_{x\to 0^+}[x\ln x]$ typ $0\cdot(-\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$= \lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-1}} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0^+}\frac{[x]'}{[(\ln x)^{-1}]'} = \lim_{x\to 0^+}\frac{1}{-(\ln x)^{-2}\frac{1}{x}} = -\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-2}}$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = -\lim_{x\to 0^+}\frac{[x]'}{[(\ln x)^{-2}]'} = -\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{-2(\ln x)^{-3}\frac{1}{x}} = \frac{1}{2}\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-3}}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Po vhodných úpravách môžeme L'Hospitalovo pravidlo použiť aj na výpočet iných neurčitých výrazov, napr. $\pm\infty\cdot 0$, $\infty-\infty$, ∞^0, 0^0, $1^{\pm\infty}$.

Typ $\pm\infty\cdot 0$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)g(x)] = \begin{cases} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{f(x)}=0, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right], \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{g(x)}=\pm\infty, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right]. \end{cases}$$

$\lim\limits_{x\to 0^+}[x\ln x]$ typ $0\cdot(-\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\dfrac{0}{0}$

$$= \lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-1}} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0^+}\frac{[x]'}{[(\ln x)^{-1}]'} = \lim_{x\to 0^+}\frac{1}{-(\ln x)^{-2}\frac{1}{x}} = -\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-2}}$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = -\lim_{x\to 0^+}\frac{[x]'}{[(\ln x)^{-2}]'} = -\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{-2(\ln x)^{-3}\frac{1}{x}} = \frac{1}{2}\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-3}} = \cdots$$

L'H v tomto tvare nemôžeme použiť.

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Po vhodných úpravách môžeme L'Hospitalovo pravidlo použiť aj na výpočet iných neurčitých výrazov, napr. $\pm\infty \cdot 0$, $\infty - \infty$, ∞^0, 0^0, $1^{\pm\infty}$.

Typ $\pm\infty \cdot 0$, t. j. $\lim\limits_{x\to a} [f(x)g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$.

$$\lim_{x\to a} [f(x)g(x)] = \begin{cases} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a} \dfrac{1}{f(x)} = 0, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right], \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a} \dfrac{1}{g(x)} = \pm\infty, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right]. \end{cases}$$

$\lim\limits_{x\to 0^+} [x \ln x]$ typ $0 \cdot (-\infty)$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{x}{(\ln x)^{-1}} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0^+} \frac{[x]'}{[(\ln x)^{-1}]'} = \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{-(\ln x)^{-2}\frac{1}{x}} = -\lim_{x\to 0^+} \frac{x}{(\ln x)^{-2}}$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = -\lim_{x\to 0^+} \frac{[x]'}{[(\ln x)^{-2}]'} = -\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{-2(\ln x)^{-3}\frac{1}{x}} = \frac{1}{2}\lim_{x\to 0^+} \frac{x}{(\ln x)^{-3}} = \cdots$$

L'H v tomto tvare nemôžeme použiť.

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{x^{-1}}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Po vhodných úpravách môžeme L'Hospitalovo pravidlo použiť aj na výpočet iných neurčitých výrazov, napr. $\pm\infty\cdot 0$, $\infty-\infty$, ∞^0, 0^0, $1^{\pm\infty}$.

Typ $\pm\infty\cdot 0$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)g(x)]=\begin{cases}\lim\limits_{x\to a}\dfrac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{f(x)}=0, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right],\\[2ex] \lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{g(x)}=\pm\infty, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right].\end{cases}$$

$\lim\limits_{x\to 0^+}[x\ln x]$ typ $0\cdot(-\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{\infty}{\infty}$

$$=\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-1}}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0^+}\frac{[x]'}{[(\ln x)^{-1}]'}=\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{-(\ln x)^{-2}\frac{1}{x}}=-\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-2}}$$

$$=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=-\lim_{x\to 0^+}\frac{[x]'}{[(\ln x)^{-2}]'}=-\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{-2(\ln x)^{-3}\frac{1}{x}}=\frac{1}{2}\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-3}}=\cdots$$

L'H v tomto tvare nemôžeme použiť.

$$=\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln x}{x^{-1}}=\left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to 0^+}\frac{[\ln x]'}{[x^{-1}]'}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Po vhodných úpravách môžeme L'Hospitalovo pravidlo použiť aj na výpočet iných neurčitých výrazov, napr. $\pm\infty\cdot 0$, $\infty-\infty$, ∞^0, 0^0, $1^{\pm\infty}$.

Typ $\pm\infty\cdot 0$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)g(x)] = \begin{cases} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{f(x)}=0, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right], \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{g(x)}=\pm\infty, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right]. \end{cases}$$

$\lim\limits_{x\to 0^+}[x\ln x]$ typ $0\cdot(-\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{\infty}{\infty}$

$$= \lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-1}} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0^+}\frac{[x]'}{[(\ln x)^{-1}]'} = \lim_{x\to 0^+}\frac{1}{-(\ln x)^{-2}\frac{1}{x}} = -\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-2}}$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = -\lim_{x\to 0^+}\frac{[x]'}{[(\ln x)^{-2}]'} = -\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{-2(\ln x)^{-3}\frac{1}{x}} = \frac{1}{2}\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-3}} = \cdots$$

L'H v tomto tvare nemôžeme použiť.

$$= \lim_{x\to 0^+}\frac{\ln x}{x^{-1}} = \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to 0^+}\frac{[\ln x]'}{[x^{-1}]'} = \lim_{x\to 0^+}\frac{\frac{1}{x}}{-x^{-2}}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Po vhodných úpravách môžeme L'Hospitalovo pravidlo použiť aj na výpočet iných neurčitých výrazov, napr. $\pm\infty\cdot 0$, $\infty-\infty$, ∞^0, 0^0, $1^{\pm\infty}$.

Typ $\pm\infty\cdot 0$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)g(x)] = \begin{cases} \lim\limits_{x\to a}\dfrac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{f(x)}=0, \text{ t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right], \\ \lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{g(x)}=\pm\infty, \text{ t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right]. \end{cases}$$

$\lim\limits_{x\to 0^+}[x\ln x]$ typ $0\cdot(-\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{\infty}{\infty}$

$$= \lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-1}} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0^+}\frac{[x]'}{[(\ln x)^{-1}]'} = \lim_{x\to 0^+}\frac{1}{-(\ln x)^{-2}\frac{1}{x}} = -\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-2}}$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = -\lim_{x\to 0^+}\frac{[x]'}{[(\ln x)^{-2}]'} = -\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{-2(\ln x)^{-3}\frac{1}{x}} = \frac{1}{2}\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-3}} = \cdots$$

L'H v tomto tvare nemôžeme použiť.

$$= \lim_{x\to 0^+}\frac{\ln x}{x^{-1}} = \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to 0^+}\frac{[\ln x]'}{[x^{-1}]'} = \lim_{x\to 0^+}\frac{\frac{1}{x}}{-x^{-2}} = -\lim_{x\to 0^+} x$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Po vhodných úpravách môžeme L'Hospitalovo pravidlo použiť aj na výpočet iných neurčitých výrazov, napr. $\pm\infty\cdot 0$, $\infty-\infty$, ∞^0, 0^0, $1^{\pm\infty}$.

Typ $\pm\infty\cdot 0$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)g(x)] = \begin{cases} \lim\limits_{x\to a}\dfrac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{f(x)}=0, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right], \\ \lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}}, & \text{kde } \lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{g(x)}=\pm\infty, \quad \text{t. j. použijeme } \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right]. \end{cases}$$

$\lim\limits_{x\to 0^+}[x\ln x]=0$ typ $0\cdot(-\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{\infty}{\infty}$

$$= \lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-1}} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0^+}\frac{[x]'}{[(\ln x)^{-1}]'} = \lim_{x\to 0^+}\frac{1}{-(\ln x)^{-2}\frac{1}{x}} = -\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-2}}$$

$$= \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = -\lim_{x\to 0^+}\frac{[x]'}{[(\ln x)^{-2}]'} = -\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{-2(\ln x)^{-3}\frac{1}{x}} = \frac{1}{2}\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{(\ln x)^{-3}} = \cdots$$

L'H v tomto tvare nemôžeme použiť.

$$= \lim_{x\to 0^+}\frac{\ln x}{x^{-1}} = \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to 0^+}\frac{[\ln x]'}{[x^{-1}]'} = \lim_{x\to 0^+}\frac{\frac{1}{x}}{-x^{-2}} = -\lim_{x\to 0^+} x = 0.$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $\infty - \infty$,

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $\infty - \infty$, t. j. $\lim\limits_{x\to a} [f(x) - g(x)]$,

$$\lim_{x\to a} [f(x) - g(x)]$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $\infty - \infty$, t. j. $\lim\limits_{x\to a} [f(x) - g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = \pm\infty$.

$$\lim_{x\to a} [f(x) - g(x)]$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $\infty-\infty$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)-g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = \pm\infty$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)-g(x)] = \lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)g(x)}{g(x)} - \frac{f(x)g(x)}{f(x)}\right] = \lim_{x\to a} f(x)g(x)\left[\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}\right],$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $\infty-\infty$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)-g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = \pm\infty$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)-g(x)] = \lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)g(x)}{g(x)} - \frac{f(x)g(x)}{f(x)}\right] = \lim_{x\to a} f(x)g(x)\left[\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}\right],$$

kde $\lim\limits_{x\to a} f(x)g(x) = \pm\infty$, $\quad \lim\limits_{x\to a}\left[\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}\right] = 0$,

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $\infty-\infty$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)-g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)-g(x)]=\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)g(x)}{g(x)}-\frac{f(x)g(x)}{f(x)}\right]=\lim_{x\to a} f(x)g(x)\left[\frac{1}{g(x)}-\frac{1}{f(x)}\right],$$

kde $\lim\limits_{x\to a} f(x)g(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a}\left[\frac{1}{g(x)}-\frac{1}{f(x)}\right]=0$, t. j. dostaneme typ $\pm\infty\cdot 0$.

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $\infty-\infty$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)-g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)-g(x)]=\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)g(x)}{g(x)}-\frac{f(x)g(x)}{f(x)}\right]=\lim_{x\to a} f(x)g(x)\left[\frac{1}{g(x)}-\frac{1}{f(x)}\right],$$

kde $\lim\limits_{x\to a} f(x)g(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a}\left[\frac{1}{g(x)}-\frac{1}{f(x)}\right]=0$, t. j. dostaneme typ $\pm\infty\cdot 0$.

$$\lim_{x\to 0}\left[\operatorname{cotg} x-\frac{1}{x}\right]=\lim_{x\to 0}\left[\frac{\cos x}{\sin x}-\frac{1}{x}\right]$$

typ $\pm\infty-(\pm\infty)$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $\infty-\infty$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)-g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)-g(x)]=\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)g(x)}{g(x)}-\frac{f(x)g(x)}{f(x)}\right]=\lim_{x\to a} f(x)g(x)\left[\frac{1}{g(x)}-\frac{1}{f(x)}\right],$$

kde $\lim\limits_{x\to a} f(x)g(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a}\left[\frac{1}{g(x)}-\frac{1}{f(x)}\right]=0$, t. j. dostaneme typ $\pm\infty\cdot 0$.

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\operatorname{cotg} x-\frac{1}{x}\right]=\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{\cos x}{\sin x}-\frac{1}{x}\right]$ typ $\pm\infty-(\pm\infty)$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\cos x-\sin x}{x\sin x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\cos x-\sin x}{x\sin x}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $\infty-\infty$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)-g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)-g(x)]=\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)g(x)}{g(x)}-\frac{f(x)g(x)}{f(x)}\right]=\lim_{x\to a} f(x)g(x)\left[\frac{1}{g(x)}-\frac{1}{f(x)}\right],$$

kde $\lim\limits_{x\to a} f(x)g(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a}\left[\frac{1}{g(x)}-\frac{1}{f(x)}\right]=0$, t. j. dostaneme typ $\pm\infty\cdot 0$.

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\operatorname{cotg} x-\frac{1}{x}\right]=\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{\cos x}{\sin x}-\frac{1}{x}\right]$ typ $\pm\infty-(\pm\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\cos x-\sin x}{x\sin x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[x\cos x-\sin x]'}{[x\sin x]'}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\cos x-\sin x}{x\sin x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[x\cos x-\sin x]'}{[x\sin x]'}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $\infty-\infty$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)-g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = \pm\infty$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)-g(x)] = \lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)g(x)}{g(x)} - \frac{f(x)g(x)}{f(x)}\right] = \lim_{x\to a} f(x)g(x)\left[\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}\right],$$

kde $\lim\limits_{x\to a} f(x)g(x) = \pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a}\left[\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}\right] = 0$, t. j. dostaneme typ $\pm\infty\cdot 0$.

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\operatorname{cotg} x - \frac{1}{x}\right] = \lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{\cos x}{\sin x} - \frac{1}{x}\right]$ typ $\pm\infty - (\pm\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{x\cos x - \sin x}{x\sin x} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{[x\cos x - \sin x]'}{[x\sin x]'} = \lim_{x\to 0}\frac{\cos x + x(-\sin x) - \cos x}{\sin x + x\cos x}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{x\cos x - \sin x}{x\sin x} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{[x\cos x - \sin x]'}{[x\sin x]'} = \lim_{x\to 0}\frac{\cos x + x(-\sin x) - \cos x}{\sin x + x\cos x}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $\infty-\infty$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)-g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = \pm\infty$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)-g(x)] = \lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)g(x)}{g(x)} - \frac{f(x)g(x)}{f(x)}\right] = \lim_{x\to a} f(x)g(x)\left[\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}\right],$$

kde $\lim\limits_{x\to a} f(x)g(x) = \pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a}\left[\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}\right] = 0$, t. j. dostaneme typ $\pm\infty\cdot 0$.

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\operatorname{cotg} x - \frac{1}{x}\right] = \lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{\cos x}{\sin x} - \frac{1}{x}\right]$ typ $\pm\infty-(\pm\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{x\cos x - \sin x}{x\sin x} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{[x\cos x-\sin x]'}{[x\sin x]'} = \lim_{x\to 0}\frac{\cos x + x(-\sin x) - \cos x}{\sin x + x\cos x}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{-x\sin x}{\sin x + x\cos x}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{x\cos x - \sin x}{x\sin x} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{[x\cos x-\sin x]'}{[x\sin x]'} = \lim_{x\to 0}\frac{\cos x + x(-\sin x) - \cos x}{\sin x + x\cos x}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{-x\sin x}{\sin x + x\cos x}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $\infty-\infty$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)-g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = \pm\infty$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)-g(x)] = \lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)g(x)}{g(x)} - \frac{f(x)g(x)}{f(x)}\right] = \lim_{x\to a} f(x)g(x)\left[\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}\right],$$

kde $\lim\limits_{x\to a} f(x)g(x) = \pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a}\left[\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}\right] = 0$, t. j. dostaneme typ $\pm\infty\cdot 0$.

$$\lim_{x\to 0}\left[\operatorname{cotg} x - \frac{1}{x}\right] = \lim_{x\to 0}\left[\frac{\cos x}{\sin x} - \frac{1}{x}\right]$$

typ $\pm\infty - (\pm\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{x\cos x - \sin x}{x\sin x} = \left[\mathrm{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{[x\cos x - \sin x]'}{[x\sin x]'} = \lim_{x\to 0}\frac{\cos x + x(-\sin x) - \cos x}{\sin x + x\cos x}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{-x\sin x}{\sin x + x\cos x} = \left[\mathrm{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{[-x\sin x]'}{[\sin x + x\cos x]'}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{x\cos x - \sin x}{x\sin x} = \left[\mathrm{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{[x\cos x - \sin x]'}{[x\sin x]'} = \lim_{x\to 0}\frac{\cos x + x(-\sin x) - \cos x}{\sin x + x\cos x}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{-x\sin x}{\sin x + x\cos x} = \lim_{x\to 0}\left[\frac{-x\sin x}{\sin x + x\cos x}\cdot\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}\right]$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $\infty-\infty$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)-g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = \pm\infty$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)-g(x)] = \lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)g(x)}{g(x)} - \frac{f(x)g(x)}{f(x)}\right] = \lim_{x\to a} f(x)g(x)\left[\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}\right],$$

kde $\lim\limits_{x\to a} f(x)g(x) = \pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a}\left[\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}\right] = 0$, t. j. dostaneme typ $\pm\infty\cdot 0$.

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\operatorname{cotg} x - \frac{1}{x}\right] = \lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{\cos x}{\sin x} - \frac{1}{x}\right]$ typ $\pm\infty - (\pm\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{x\cos x - \sin x}{x\sin x} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{[x\cos x - \sin x]'}{[x\sin x]'} = \lim_{x\to 0}\frac{\cos x + x(-\sin x) - \cos x}{\sin x + x\cos x}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{-x\sin x}{\sin x + x\cos x} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{[-x\sin x]'}{[\sin x + x\cos x]'} = \lim_{x\to 0}\frac{-\sin x - x\cos x}{\cos x + \cos x + x(-\sin x)}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{x\cos x - \sin x}{x\sin x} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{[x\cos x - \sin x]'}{[x\sin x]'} = \lim_{x\to 0}\frac{\cos x + x(-\sin x) - \cos x}{\sin x + x\cos x}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{-x\sin x}{\sin x + x\cos x} = \lim_{x\to 0}\left[\frac{-x\sin x}{\sin x + x\cos x}\cdot\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{\frac{\sin x}{x} + \cos x}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $\infty-\infty$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)-g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)-g(x)]=\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)g(x)}{g(x)}-\frac{f(x)g(x)}{f(x)}\right]=\lim_{x\to a} f(x)g(x)\left[\frac{1}{g(x)}-\frac{1}{f(x)}\right],$$

kde $\lim\limits_{x\to a} f(x)g(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a}\left[\frac{1}{g(x)}-\frac{1}{f(x)}\right]=0$, t. j. dostaneme typ $\pm\infty\cdot 0$.

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\operatorname{cotg} x-\frac{1}{x}\right]=\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{\cos x}{\sin x}-\frac{1}{x}\right]$ typ $\pm\infty-(\pm\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\cos x-\sin x}{x\sin x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[x\cos x-\sin x]'}{[x\sin x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x+x(-\sin x)-\cos x}{\sin x+x\cos x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{-x\sin x}{\sin x+x\cos x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[-x\sin x]'}{[\sin x+x\cos x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x-x\cos x}{\cos x+\cos x+x(-\sin x)}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x-x\cos x}{2\cos x-x\sin x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\cos x-\sin x}{x\sin x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[x\cos x-\sin x]'}{[x\sin x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x+x(-\sin x)-\cos x}{\sin x+x\cos x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{-x\sin x}{\sin x+x\cos x}=\lim_{x\to 0}\left[\frac{-x\sin x}{\sin x+x\cos x}\cdot\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{\frac{\sin x}{x}+\cos x}=\frac{-0}{1+1}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $\infty-\infty$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)-g(x)]$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)-g(x)]=\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)g(x)}{g(x)}-\frac{f(x)g(x)}{f(x)}\right]=\lim_{x\to a} f(x)g(x)\left[\frac{1}{g(x)}-\frac{1}{f(x)}\right],$$

kde $\lim\limits_{x\to a} f(x)g(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a}\left[\frac{1}{g(x)}-\frac{1}{f(x)}\right]=0$, t. j. dostaneme typ $\pm\infty\cdot 0$.

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\operatorname{cotg} x-\frac{1}{x}\right]=\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{\cos x}{\sin x}-\frac{1}{x}\right]=0$ typ $\pm\infty-(\pm\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\cos x-\sin x}{x\sin x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[x\cos x-\sin x]'}{[x\sin x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x+x(-\sin x)-\cos x}{\sin x+x\cos x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{-x\sin x}{\sin x+x\cos x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[-x\sin x]'}{[\sin x+x\cos x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x-x\cos x}{\cos x+\cos x+x(-\sin x)}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x-x\cos x}{2\cos x-x\sin x}=\frac{-0-0}{2-0}=0.$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\cos x-\sin x}{x\sin x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[x\cos x-\sin x]'}{[x\sin x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x+x(-\sin x)-\cos x}{\sin x+x\cos x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{-x\sin x}{\sin x+x\cos x}=\lim_{x\to 0}\left[\frac{-x\sin x}{\sin x+x\cos x}\cdot\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{\frac{\sin x}{x}+\cos x}=\frac{-0}{1+1}=0.$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0,

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim\limits_{x \to a} [f(x)]^{g(x)}$,

$$\lim_{x \to a} [f(x)]^{g(x)}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim\limits_{x \to a} [f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \infty$, $\lim\limits_{x \to a} g(x) = 0$.

$$\lim_{x \to a} [f(x)]^{g(x)}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a} [f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$.

$$\lim_{x\to a} [f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x) \ln f(x)}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim_{x\to a} [f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim_{x\to a} f(x) = \infty$, $\lim_{x\to a} g(x) = 0$.

$$\lim_{x\to a} [f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} \mathrm{e}^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} \mathrm{e}^{g(x) \ln f(x)} = \mathrm{e}^{\lim_{x\to a} g(x) \ln f(x)},$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a} [f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$.

$$\lim_{x\to a} [f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x) \ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x) \ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to a} \ln f(x) = \infty$,

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}=\lim_{x\to a}\mathrm{e}^{\ln[f(x)]^{g(x)}}=\lim_{x\to a}\mathrm{e}^{g(x)\ln f(x)}=\mathrm{e}^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot\infty$.

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to a} \ln f(x)=\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot\infty$.

$\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt[x]{x} = \lim\limits_{x\to\infty} x^{\frac{1}{x}}$ typ ∞^0

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}=\lim_{x\to a}\mathrm{e}^{\ln[f(x)]^{g(x)}}=\lim_{x\to a}\mathrm{e}^{g(x)\ln f(x)}=\mathrm{e}^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot\infty$.

$\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[x]{x}=\lim\limits_{x\to\infty}x^{\frac{1}{x}}$ typ ∞^0

$$=\lim_{x\to\infty}\mathrm{e}^{\ln x^{\frac{1}{x}}}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot\infty$.

$\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[x]{x} = \lim\limits_{x\to\infty} x^{\frac{1}{x}}$ typ ∞^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot\infty$

$$= \lim_{x\to\infty} e^{\ln x^{\frac{1}{x}}} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{1}{x}\ln x}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot\infty$.

$\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[x]{x} = \lim\limits_{x\to\infty} x^{\frac{1}{x}}$ typ ∞^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot\infty$ $\Rightarrow$ typ $\frac{\infty}{\infty}$

$$= \lim_{x\to\infty} e^{\ln x^{\frac{1}{x}}} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{1}{x}\ln x} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{\ln x}{x}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot\infty$.

$\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[x]{x} = \lim\limits_{x\to\infty} x^{\frac{1}{x}}$ typ ∞^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot\infty$ $\Rightarrow$ typ $\frac{\infty}{\infty}$

$$= \lim_{x\to\infty} e^{\ln x^{\frac{1}{x}}} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{1}{x}\ln x} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{\ln x}{x}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}} = \left[\text{L'H}\,\tfrac{\infty}{\infty}\right] = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{[\ln x]'}{[x]'}}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}=\lim_{x\to a} e^{\ln[f(x)]^{g(x)}}=\lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)}=e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot\infty$.

$\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[x]{x}=\lim\limits_{x\to\infty} x^{\frac{1}{x}}$ typ ∞^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot\infty$ $\Rightarrow$ typ $\frac{\infty}{\infty}$

$$=\lim_{x\to\infty} e^{\ln x^{\frac{1}{x}}}=\lim_{x\to\infty} e^{\frac{1}{x}\ln x}=\lim_{x\to\infty} e^{\frac{\ln x}{x}}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}}=\left[\text{L'H}\,\tfrac{\infty}{\infty}\right]=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{[\ln x]'}{[x]'}}$$

$$=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x}}{1}}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln[f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot\infty$.

$\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[x]{x} = \lim\limits_{x\to\infty} x^{\frac{1}{x}}$ typ ∞^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot\infty$ $\Rightarrow$ typ $\frac{\infty}{\infty}$

$$= \lim_{x\to\infty} e^{\ln x^{\frac{1}{x}}} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{1}{x}\ln x} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{\ln x}{x}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}} = \left[\text{L'H}\,\tfrac{\infty}{\infty}\right] = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{[\ln x]'}{[x]'}}$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x}}{1}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln[f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot\infty$.

$\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[x]{x} = \lim\limits_{x\to\infty} x^{\frac{1}{x}}$ typ ∞^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot\infty$ $\Rightarrow$ typ $\frac{\infty}{\infty}$

$$= \lim_{x\to\infty} e^{\ln x^{\frac{1}{x}}} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{1}{x}\ln x} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{\ln x}{x}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}} = \left[\text{L'H}\,\frac{\infty}{\infty}\right] = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{[\ln x]'}{[x]'}}$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x}}{1}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{\infty}}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a} [f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$.

$$\lim_{x\to a} [f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to a} \ln f(x) = \infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot\infty$.

$\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt[x]{x} = \lim\limits_{x\to\infty} x^{\frac{1}{x}} = 1$ typ ∞^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot\infty$ $\Rightarrow$ typ $\frac{\infty}{\infty}$

$$= \lim_{x\to\infty} e^{\ln x^{\frac{1}{x}}} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{1}{x}\ln x} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{\ln x}{x}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x}} = \left[\text{L'H} \tfrac{\infty}{\infty}\right] = e^{\lim\limits_{x\to\infty} \frac{[\ln x]'}{[x]'}}$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{\infty}} = e^0 = 1.$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}=\lim_{x\to a}e^{\ln[f(x)]^{g(x)}}=\lim_{x\to a}e^{g(x)\ln f(x)}=e^{\lim\limits_{x\to a}g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot\infty$.

$\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[x]{x}=\lim\limits_{x\to\infty}x^{\frac{1}{x}}=1$ typ ∞^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot\infty$ $\Rightarrow$ typ $\frac{\infty}{\infty}$

$$=\lim_{x\to\infty}e^{\ln x^{\frac{1}{x}}}=\lim_{x\to\infty}e^{\frac{1}{x}\ln x}=\lim_{x\to\infty}e^{\frac{\ln x}{x}}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}}=\left[\text{L'H}\,\tfrac{\infty}{\infty}\right]=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{[\ln x]'}{[x]'}}$$

$$=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x}}{1}}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}}=e^{\frac{1}{\infty}}=e^0=1.$$

$\lim\limits_{x\to 0^+}\sqrt[x]{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}x^{\frac{1}{x}}$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}=\lim_{x\to a} e^{\ln[f(x)]^{g(x)}}=\lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)}=e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot\infty$.

$\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[x]{x}=\lim\limits_{x\to\infty} x^{\frac{1}{x}}=1$ typ ∞^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot\infty$ $\Rightarrow$ typ $\frac{\infty}{\infty}$

$$=\lim_{x\to\infty} e^{\ln x^{\frac{1}{x}}}=\lim_{x\to\infty} e^{\frac{1}{x}\ln x}=\lim_{x\to\infty} e^{\frac{\ln x}{x}}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}}=\left[\text{L'H}\,\frac{\infty}{\infty}\right]=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{[\ln x]'}{[x]'}}$$

$$=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x}}{1}}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}}=e^{\frac{1}{\infty}}=e^0=1.$$

$\lim\limits_{x\to 0^+}\sqrt[x]{x}=\lim\limits_{x\to 0^+} x^{\frac{1}{x}}$

$$=\lim_{x\to 0^+} e^{\ln x^{\frac{1}{x}}}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a} [f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$.

$$\lim_{x\to a} [f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to a} \ln f(x) = \infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot\infty$.

$\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt[x]{x} = \lim\limits_{x\to\infty} x^{\frac{1}{x}} = 1$ typ ∞^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot\infty$ $\Rightarrow$ typ $\frac{\infty}{\infty}$

$$= \lim_{x\to\infty} e^{\ln x^{\frac{1}{x}}} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{1}{x}\ln x} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{\ln x}{x}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}} = \left[\text{L'H}\,\frac{\infty}{\infty}\right] = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{[\ln x]'}{[x]'}}$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x}}{1}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{\infty}} = e^0 = 1.$$

$\lim\limits_{x\to 0^+} \sqrt[x]{x} = \lim\limits_{x\to 0^+} x^{\frac{1}{x}}$

$$= \lim_{x\to 0^+} e^{\ln x^{\frac{1}{x}}} = \lim_{x\to 0^+} e^{\frac{1}{x}\ln x}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot\infty$.

$\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[x]{x} = \lim\limits_{x\to\infty} x^{\frac{1}{x}} = 1$ typ ∞^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot\infty$ $\Rightarrow$ typ $\frac{\infty}{\infty}$

$$= \lim_{x\to\infty} e^{\ln x^{\frac{1}{x}}} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{1}{x}\ln x} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{\ln x}{x}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}} = \left[\text{L'H}\,\tfrac{\infty}{\infty}\right] = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{[\ln x]'}{[x]'}}$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x}}{1}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{\infty}} = e^0 = 1.$$

$\lim\limits_{x\to 0^+}\sqrt[x]{x} = \lim\limits_{x\to 0^+} x^{\frac{1}{x}}$

$$= \lim_{x\to 0^+} e^{\ln x^{\frac{1}{x}}} = \lim_{x\to 0^+} e^{\frac{1}{x}\ln x} = \lim_{x\to 0^+} e^{\frac{\ln x}{x}} = e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln x}{x}}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a} [f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a} [f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to a} \ln f(x)=\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot\infty$.

$\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt[x]{x} = \lim\limits_{x\to\infty} x^{\frac{1}{x}} = 1$ typ ∞^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot\infty$ $\Rightarrow$ typ $\frac{\infty}{\infty}$

$$= \lim_{x\to\infty} e^{\ln x^{\frac{1}{x}}} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{1}{x}\ln x} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{\ln x}{x}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}} = \left[\text{L'H}\,\frac{\infty}{\infty}\right] = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{[\ln x]'}{[x]'}}$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x}}{1}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{\infty}} = e^0 = 1.$$

$\lim\limits_{x\to 0^+} \sqrt[x]{x} = \lim\limits_{x\to 0^+} x^{\frac{1}{x}}$

$$= \lim_{x\to 0^+} e^{\ln x^{\frac{1}{x}}} = \lim_{x\to 0^+} e^{\frac{1}{x}\ln x} = \lim_{x\to 0^+} e^{\frac{\ln x}{x}} = e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln x}{x}} = e^{\frac{-\infty}{0^+}}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ ∞^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot\infty$.

$\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[x]{x} = \lim\limits_{x\to\infty} x^{\frac{1}{x}} = 1$ typ ∞^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot\infty$ $\Rightarrow$ typ $\frac{\infty}{\infty}$

$$= \lim_{x\to\infty} e^{\ln x^{\frac{1}{x}}} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{1}{x}\ln x} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{\ln x}{x}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}} = \left[\text{L'H}\,\tfrac{\infty}{\infty}\right] = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{[\ln x]'}{[x]'}}$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x}}{1}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{\infty}} = e^0 = 1.$$

$\lim\limits_{x\to 0^+}\sqrt[x]{x} = \lim\limits_{x\to 0^+} x^{\frac{1}{x}} = 0$

$$= \lim_{x\to 0^+} e^{\ln x^{\frac{1}{x}}} = \lim_{x\to 0^+} e^{\frac{1}{x}\ln x} = \lim_{x\to 0^+} e^{\frac{\ln x}{x}} = e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln x}{x}} = e^{\frac{-\infty}{0^+}} = e^{-\infty} = 0.$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ 0^0,

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ 0^0, t. j. $\lim\limits_{x \to a} [f(x)]^{g(x)}$,

$$\lim_{x \to a} [f(x)]^{g(x)}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ 0^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a} [f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $f(x) > 0$ pre $x \in O(a)$, $x \neq a$.

$$\lim_{x\to a} [f(x)]^{g(x)}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ 0^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a} [f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $f(x) > 0$ pre $x \in O(a)$, $x \neq a$.

$$\lim_{x\to a} [f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x) \ln f(x)}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ 0^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a} [f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $f(x) > 0$ pre $x \in O(a)$, $x \neq a$.

$$\lim_{x\to a} [f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x) \ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x) \ln f(x)},$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ 0^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $f(x)>0$ pre $x\in O(a)$, $x\neq a$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to a} \ln f(x) = -\infty$,

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ 0^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $f(x)>0$ pre $x\in O(a)$, $x\neq a$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}=\lim_{x\to a} e^{\ln[f(x)]^{g(x)}}=\lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)}=e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=-\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot(-\infty)$.

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ 0^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $f(x)>0$ pre $x\in O(a)$, $x\neq a$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to a} \ln f(x) = -\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot(-\infty)$.

$\lim\limits_{x\to 0^+}[\sin x]^x$ typ 0^0

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ 0^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $f(x) > 0$ pre $x \in O(a)$, $x \neq a$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to a} \ln f(x) = -\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot(-\infty)$.

$\lim\limits_{x\to 0^+}[\sin x]^x$ typ 0^0

$$= \lim_{x\to 0^+} e^{\ln [\sin x]^x}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ 0^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $f(x)>0$ pre $x\in O(a)$, $x\neq a$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to a} \ln f(x) = -\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot(-\infty)$.

$\lim\limits_{x\to 0^+}[\sin x]^x$ typ 0^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot(-\infty)$

$$= \lim_{x\to 0^+} e^{\ln [\sin x]^x} = \lim_{x\to 0^+} e^{x\ln \sin x}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ 0^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $f(x)>0$ pre $x\in O(a)$, $x\neq a$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to a} \ln f(x) = -\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot(-\infty)$.

$\lim\limits_{x\to 0^+}[\sin x]^x$ typ 0^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot(-\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{-\infty}{\infty}$

$$= \lim_{x\to 0^+} e^{\ln [\sin x]^x} = \lim_{x\to 0^+} e^{x\ln\sin x} = \lim_{x\to 0^+} e^{\frac{\ln\sin x}{x^{-1}}} = e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln\sin x}{x^{-1}}}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ 0^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $f(x)>0$ pre $x\in O(a)$, $x\neq a$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to a} \ln f(x) = -\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot(-\infty)$.

$\lim\limits_{x\to 0^+}[\sin x]^x$ typ 0^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot(-\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{-\infty}{\infty}$

$$= \lim_{x\to 0^+} e^{\ln [\sin x]^x} = \lim_{x\to 0^+} e^{x\ln\sin x} = \lim_{x\to 0^+} e^{\frac{\ln\sin x}{x^{-1}}} = e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln\sin x}{x^{-1}}} = \left[\text{L'H}\,\tfrac{\infty}{\infty}\right]$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{[\ln\sin x]'}{[x^{-1}]'}}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ 0^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $f(x)>0$ pre $x\in O(a)$, $x\neq a$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}=\lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}}=\lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)}=e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=-\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot(-\infty)$.

$\lim\limits_{x\to 0^+}[\sin x]^x$ typ 0^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot(-\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{-\infty}{\infty}$

$$=\lim_{x\to 0^+} e^{\ln [\sin x]^x}=\lim_{x\to 0^+} e^{x\ln\sin x}=\lim_{x\to 0^+} e^{\frac{\ln\sin x}{x^{-1}}}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln\sin x}{x^{-1}}}=\left[\text{L'H}\,\tfrac{\infty}{\infty}\right]$$

$$=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{[\ln\sin x]'}{[x^{-1}]'}}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-x^{-2}}}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ 0^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $f(x)>0$ pre $x\in O(a)$, $x\neq a$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to a} \ln f(x) = -\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot(-\infty)$.

$\lim\limits_{x\to 0^+}[\sin x]^x$ typ 0^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot(-\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{-\infty}{\infty}$

$$= \lim_{x\to 0^+} e^{\ln [\sin x]^x} = \lim_{x\to 0^+} e^{x\ln \sin x} = \lim_{x\to 0^+} e^{\frac{\ln\sin x}{x^{-1}}} = e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln\sin x}{x^{-1}}} = \left[\text{L'H}\,\frac{\infty}{\infty}\right]$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{[\ln\sin x]'}{[x^{-1}]'}} = e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-x^{-2}}} = e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\left[-x\cdot\cos x\cdot\frac{x}{\sin x}\right]}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ 0^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $f(x)>0$ pre $x\in O(a)$, $x\neq a$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln[f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to a} \ln f(x) = -\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot(-\infty)$.

$\lim\limits_{x\to 0^+}[\sin x]^x$ typ 0^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot(-\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{-\infty}{\infty}$

$$= \lim_{x\to 0^+} e^{\ln[\sin x]^x} = \lim_{x\to 0^+} e^{x\ln\sin x} = \lim_{x\to 0^+} e^{\frac{\ln\sin x}{x^{-1}}} = e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln\sin x}{x^{-1}}} = \left[\text{L'H}\,\frac{\infty}{\infty}\right]$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{[\ln\sin x]'}{[x^{-1}]'}} = e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-x^{-2}}} = e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\left[-x\cdot\cos x\cdot\frac{x}{\sin x}\right]} = e^{-0\cdot 1\cdot 1}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ 0^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $f(x)>0$ pre $x\in O(a)$, $x\neq a$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x) = -\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot(-\infty)$.

$\lim\limits_{x\to 0^+}[\sin x]^x = 1$ typ 0^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot(-\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{-\infty}{\infty}$

$$= \lim_{x\to 0^+} e^{\ln [\sin x]^x} = \lim_{x\to 0^+} e^{x\ln\sin x} = \lim_{x\to 0^+} e^{\frac{\ln\sin x}{x^{-1}}} = e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln\sin x}{x^{-1}}} = \left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right]$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{[\ln\sin x]'}{[x^{-1}]'}} = e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-x^{-2}}} = e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\left[-x\cdot\cos x\cdot\frac{x}{\sin x}\right]} = e^{-0\cdot 1\cdot 1} = e^0 = 1.$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ 0^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$,

$f(x)>0$ pre $x\in O(a)$, $x\neq a$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}=\lim_{x\to a} e^{\ln[f(x)]^{g(x)}}=\lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)}=e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=-\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot(-\infty)$.

$\lim\limits_{x\to 0^+}[\sin x]^x=1$ typ 0^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot(-\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{-\infty}{\infty}$

$$=\lim_{x\to 0^+} e^{\ln[\sin x]^x}=\lim_{x\to 0^+} e^{x\ln\sin x}=\lim_{x\to 0^+} e^{\frac{\ln\sin x}{x^{-1}}}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln\sin x}{x^{-1}}}=\left[\text{L'H}\,\tfrac{\infty}{\infty}\right]$$

$$=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{[\ln\sin x]'}{[x^{-1}]'}}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-x^{-2}}}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\left[-x\cdot\cos x\cdot\frac{x}{\sin x}\right]}=e^{-0\cdot 1\cdot 1}=e^0=1.$$

$\lim\limits_{x\to 0}[\sin x]^x$, $\lim\limits_{x\to 0^-}[\sin x]^x$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ 0^0, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $f(x)>0$ pre $x\in O(a)$, $x\neq a$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}=\lim_{x\to a} e^{\ln[f(x)]^{g(x)}}=\lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)}=e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=-\infty$, t. j. dostaneme typ $0\cdot(-\infty)$.

$\lim\limits_{x\to 0^+}[\sin x]^x=1$ typ 0^0 $\Rightarrow$ typ $0\cdot(-\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{-\infty}{\infty}$

$$=\lim_{x\to 0^+} e^{\ln[\sin x]^x}=\lim_{x\to 0^+} e^{x\ln\sin x}=\lim_{x\to 0^+} e^{\frac{\ln\sin x}{x^{-1}}}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln\sin x}{x^{-1}}}=\left[\text{L'H}\,\tfrac{\infty}{\infty}\right]$$

$$=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{[\ln\sin x]'}{[x^{-1}]'}}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-x^{-2}}}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\left[-x\cdot\cos x\cdot\frac{x}{\sin x}\right]}=e^{-0\cdot 1\cdot 1}=e^0=1.$$

$\lim\limits_{x\to 0}[\sin x]^x$, $\lim\limits_{x\to 0^-}[\sin x]^x$ neexistujú,

pretože $f(x)=[\sin x]^x$ nie je definovaná pre $x<0$.

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $1^{\pm\infty}$,

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $1^{\pm\infty}$, t. j. $\lim\limits_{x \to a} [f(x)]^{g(x)}$,

$$\lim_{x \to a} [f(x)]^{g(x)}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $1^{\pm\infty}$, t. j. $\lim\limits_{x \to a} [f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 1$, $\lim\limits_{x \to a} g(x) = \pm\infty$.

$$\lim_{x \to a} [f(x)]^{g(x)}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $1^{\pm\infty}$, t. j. $\lim\limits_{x\to a} [f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 1$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = \pm\infty$.

$$\lim_{x\to a} [f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x) \ln f(x)}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $1^{\pm\infty}$, t. j. $\lim\limits_{x\to a} [f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 1$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = \pm\infty$.

$$\lim_{x\to a} [f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $1^{\pm\infty}$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=1$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}=\lim_{x\to a}\mathrm{e}^{\ln[f(x)]^{g(x)}}=\lim_{x\to a}\mathrm{e}^{g(x)\ln f(x)}=\mathrm{e}^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=0$,

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $1^{\pm\infty}$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=1,\quad \lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty.$

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} \mathrm{e}^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} \mathrm{e}^{g(x)\ln f(x)} = \mathrm{e}^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty,\quad \lim\limits_{x\to a} \ln f(x)=0,$ t. j. dostaneme typ $\pm\infty\cdot 0.$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $1^{\pm\infty}$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=1$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=0$, t. j. dostaneme typ $\pm\infty\cdot 0$.

$\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x}}$ typ $1^{\pm\infty}$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $1^{\pm\infty}$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=1$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=0$, t. j. dostaneme typ $\pm\infty\cdot 0$.

$\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x}}$ typ $1^{\pm\infty}$

$$= \lim_{x\to 0^+} e^{\ln (\cos x)^{\frac{1}{x}}}$$

$$= \lim_{x\to 0^+}(1+\cos x-1)^{\frac{1}{x}}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $1^{\pm\infty}$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=1$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln[f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=0$, t. j. dostaneme typ $\pm\infty\cdot 0$.

$\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x}}$ typ $1^{\pm\infty}$ $\Rightarrow$ typ $\pm\infty\cdot 0$

$$= \lim_{x\to 0^+} e^{\ln(\cos x)^{\frac{1}{x}}} = \lim_{x\to 0^+} e^{\frac{1}{x}\ln\cos x}$$

$$= \lim_{x\to 0^+}(1+\cos x-1)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to 0^+}\left[(1+\cos x-1)^{\frac{1}{\cos x-1}}\right]^{\frac{\cos x-1}{x}}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $1^{\pm\infty}$, t. j. $\lim\limits_{x\to a} [f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 1$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = \pm\infty$.

$$\lim_{x\to a} [f(x)]^{g(x)} = \lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}} = \lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x) = \pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a} \ln f(x) = 0$, t. j. dostaneme typ $\pm\infty\cdot 0$.

$\lim\limits_{x\to 0} (\cos x)^{\frac{1}{x}}$ typ $1^{\pm\infty}$ $\Rightarrow$ typ $\pm\infty\cdot 0$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$= \lim_{x\to 0^+} e^{\ln (\cos x)^{\frac{1}{x}}} = \lim_{x\to 0^+} e^{\frac{1}{x}\ln\cos x} = \lim_{x\to 0^+} e^{\frac{\ln\cos x}{x}} = e^{\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{\ln\cos x}{x}}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} (1+\cos x-1)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to 0^+} \left[(1+\cos x-1)^{\frac{1}{\cos x-1}}\right]^{\frac{\cos x-1}{x}} = e$$

pričom $\lim\limits_{x\to 0^+} (1+\cos x-1)^{\frac{1}{\cos x-1}} = e$,

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $1^{\pm\infty}$, t. j. $\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim_{x\to a} f(x)=1$, $\lim_{x\to a} g(x)=\pm\infty$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}=\lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}}=\lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)}=e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim_{x\to a} g(x)=\pm\infty$, $\lim_{x\to a}\ln f(x)=0$, t. j. dostaneme typ $\pm\infty\cdot 0$.

$\lim_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x}}$ typ $1^{\pm\infty}$ $\Rightarrow$ typ $\pm\infty\cdot 0$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 0^+} e^{\ln(\cos x)^{\frac{1}{x}}}=\lim_{x\to 0^+} e^{\frac{1}{x}\ln\cos x}=\lim_{x\to 0^+} e^{\frac{\ln\cos x}{x}}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln\cos x}{x}}$$

$$=\left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right]=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{[\ln\cos x]'}{[x]'}}$$

$$=\lim_{x\to 0^+}(1+\cos x-1)^{\frac{1}{x}}=\lim_{x\to 0^+}\left[(1+\cos x-1)^{\frac{1}{\cos x-1}}\right]^{\frac{\cos x-1}{x}}=e$$

pričom $\lim_{x\to 0^+}(1+\cos x-1)^{\frac{1}{\cos x-1}}=e$, $\lim_{x\to 0^+}\frac{\cos x-1}{x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $1^{\pm\infty}$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=1$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}=\lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}}=\lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)}=e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=0$, t. j. dostaneme typ $\pm\infty\cdot 0$.

$\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x}}$ typ $1^{\pm\infty}$ $\Rightarrow$ typ $\pm\infty\cdot 0$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 0^+} e^{\ln(\cos x)^{\frac{1}{x}}}=\lim_{x\to 0^+} e^{\frac{1}{x}\ln\cos x}=\lim_{x\to 0^+} e^{\frac{\ln\cos x}{x}}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln\cos x}{x}}$$

$$=\left[\text{L'H}\tfrac{\infty}{\infty}\right]=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{[\ln\cos x]'}{[x]'}}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\frac{-\sin x}{\cos x}}{1}}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{-\sin x}{\cos x}}$$

$$=\lim_{x\to 0^+}(1+\cos x-1)^{\frac{1}{x}}=\lim_{x\to 0^+}\left[(1+\cos x-1)^{\frac{1}{\cos x-1}}\right]^{\frac{\cos x-1}{x}}=e^0$$

pričom $\lim\limits_{x\to 0^+}(1+\cos x-1)^{\frac{1}{\cos x-1}}=e$, $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\cos x-1}{x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{-\sin x}{1}=0.$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

Typ $1^{\pm\infty}$, t. j. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}$, pričom $\lim\limits_{x\to a} f(x)=1$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty$.

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}=\lim_{x\to a} e^{\ln [f(x)]^{g(x)}}=\lim_{x\to a} e^{g(x)\ln f(x)}=e^{\lim\limits_{x\to a} g(x)\ln f(x)},$$

kde $\lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to a}\ln f(x)=0$, t. j. dostaneme typ $\pm\infty\cdot 0$.

$\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x}}=1$ typ $1^{\pm\infty}$ $\Rightarrow$ typ $\pm\infty\cdot 0$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 0^+} e^{\ln(\cos x)^{\frac{1}{x}}}=\lim_{x\to 0^+} e^{\frac{1}{x}\ln\cos x}=\lim_{x\to 0^+} e^{\frac{\ln\cos x}{x}}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln\cos x}{x}}$$

$$=\left[\text{L'H}\,\tfrac{\infty}{\infty}\right]=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{[\ln\cos x]'}{[x]'}}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\frac{-\sin x}{\cos x}}{1}}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{-\sin x}{\cos x}}=e^{\frac{-0}{1}}=e^0=1.$$

$$=\lim_{x\to 0^+}(1+\cos x-1)^{\frac{1}{x}}=\lim_{x\to 0^+}\left[(1+\cos x-1)^{\frac{1}{\cos x-1}}\right]^{\frac{\cos x-1}{x}}=e^0=1,$$

pričom $\lim\limits_{x\to 0^+}(1+\cos x-1)^{\frac{1}{\cos x-1}}=e$, $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\cos x-1}{x}=\left[\text{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{-\sin x}{1}=0.$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$\lim\limits_{x\to 0} \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x}\right]$ typ $\pm\infty - (\pm\infty)$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$\lim\limits_{x\to 0} \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x}\right]$ typ $\pm\infty - (\pm\infty)$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\sin x - x}{x \sin x}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right]$ typ $\pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x - x}{x\sin x} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{[\sin x - x]'}{[x\sin x]'}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right]$ typ $\pm\infty-(\pm\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{\sin x - x}{x\sin x} = \left[\text{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{[\sin x - x]'}{[x\sin x]'} = \lim_{x\to 0}\frac{\cos x - 1}{\sin x + x\cos x}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right]$ typ $\pm\infty-(\pm\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x - x}{x\sin x} = \left[\mathrm{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{[\sin x - x]'}{[x\sin x]'} = \lim_{x\to 0}\frac{\cos x - 1}{\sin x + x\cos x} = \left[\mathrm{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right]$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{[\cos x - 1]'}{[\sin x + x\cos x]'}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right]$ typ $\pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{\sin x - x}{x\sin x} = \left[\text{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{[\sin x - x]'}{[x\sin x]'} = \lim_{x\to 0}\frac{\cos x - 1}{\sin x + x\cos x} = \left[\text{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right]$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{[\cos x - 1]'}{[\sin x + x\cos x]'} = \lim_{x\to 0}\frac{-\sin x - 0}{\cos x + \cos x - x\sin x}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right]$ typ $\pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{\sin x - x}{x\sin x} = \left[\text{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{[\sin x - x]'}{[x\sin x]'} = \lim_{x\to 0}\frac{\cos x - 1}{\sin x + x\cos x} = \left[\text{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right]$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{[\cos x - 1]'}{[\sin x + x\cos x]'} = \lim_{x\to 0}\frac{-\sin x - 0}{\cos x + \cos x - x\sin x} = \lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{2\cos x - x\sin x}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right]=0$ typ $\pm\infty-(\pm\infty)\ \Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{x\sin x}=\left[\text{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[\sin x-x]'}{[x\sin x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{\sin x+x\cos x}=\left[\text{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right]$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{[\cos x-1]'}{[\sin x+x\cos x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x-0}{\cos x+\cos x-x\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{2\cos x-x\sin x}=\frac{-0}{2\cdot 1-0}=0.$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right]=0 \qquad \text{typ } \pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow \text{typ } \frac{0}{0}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{x\sin x}=\left[\mathrm{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[\sin x-x]'}{[x\sin x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{\sin x+x\cos x}=\left[\mathrm{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right]$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{[\cos x-1]'}{[\sin x+x\cos x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x-0}{\cos x+\cos x-x\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{2\cos x-x\sin x}=\frac{-0}{2\cdot 1-0}=0.$$

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right] \qquad \text{typ } \pm\infty-(\pm\infty)$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right]=0 \qquad \text{typ } \pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow \text{typ } \frac{0}{0}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{x\sin x}=\left[\mathrm{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[\sin x-x]'}{[x\sin x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{\sin x+x\cos x}=\left[\mathrm{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right]$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{[\cos x-1]'}{[\sin x+x\cos x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x-0}{\cos x+\cos x-x\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{2\cos x-x\sin x}=\frac{-0}{2\cdot 1-0}=0.$$

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right] \qquad \text{typ } \pm\infty-(\pm\infty)$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x(e^x-1)}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right]=0 \qquad \text{typ } \pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow \text{typ } \frac{0}{0}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{x\sin x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[\sin x-x]'}{[x\sin x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{\sin x+x\cos x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{[\cos x-1]'}{[\sin x+x\cos x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x-0}{\cos x+\cos x-x\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{2\cos x-x\sin x}=\frac{-0}{2\cdot 1-0}=0.$$

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right] \qquad \text{typ } \pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow \text{typ } \frac{0}{0}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x(e^x-1)}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1-x]'}{[x(e^x-1)]'}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right]=0 \qquad \text{typ } \pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow \text{typ } \frac{0}{0}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x - x}{x\sin x} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{[\sin x - x]'}{[x\sin x]'} = \lim_{x\to 0}\frac{\cos x - 1}{\sin x + x\cos x} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{[\cos x - 1]'}{[\sin x + x\cos x]'} = \lim_{x\to 0}\frac{-\sin x - 0}{\cos x + \cos x - x\sin x} = \lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{2\cos x - x\sin x} = \frac{-0}{2\cdot 1 - 0} = 0.$$

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right] \qquad \text{typ } \pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow \text{typ } \frac{0}{0}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x(e^x-1)} = \left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1-x]'}{[x(e^x-1)]'} = \lim_{x\to 0}\frac{e^x-0-1}{e^x-1+x(e^x-0)}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right]=0 \qquad \text{typ } \pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow \text{typ } \frac{0}{0}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{x\sin x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[\sin x-x]'}{[x\sin x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{\sin x+x\cos x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{[\cos x-1]'}{[\sin x+x\cos x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x-0}{\cos x+\cos x-x\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{2\cos x-x\sin x}=\frac{-0}{2\cdot 1-0}=0.$$

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right] \qquad \text{typ } \pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow \text{typ } \frac{0}{0}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x(e^x-1)}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1-x]'}{[x(e^x-1)]'}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-0-1}{e^x-1+x(e^x-0)}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{e^x+x\,e^x-1}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right]=0 \qquad \text{typ } \pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow \text{typ } \frac{0}{0}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{x\sin x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[\sin x-x]'}{[x\sin x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{\sin x+x\cos x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{[\cos x-1]'}{[\sin x+x\cos x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x-0}{\cos x+\cos x-x\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{2\cos x-x\sin x}=\frac{-0}{2\cdot 1-0}=0.$$

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right] \qquad \text{typ } \pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow \text{typ } \frac{0}{0}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x(e^x-1)}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1-x]'}{[x(e^x-1)]'}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-0-1}{e^x-1+x(e^x-0)}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{e^x+x\,e^x-1}$$

$$=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1]'}{[e^x+x\,e^x-1]'}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right]=0$ typ $\pm\infty-(\pm\infty)\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{x\sin x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[\sin x-x]'}{[x\sin x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{\sin x+x\cos x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{[\cos x-1]'}{[\sin x+x\cos x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x-0}{\cos x+\cos x-x\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{2\cos x-x\sin x}=\frac{-0}{2\cdot 1-0}=0.$$

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right]$ typ $\pm\infty-(\pm\infty)\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x(e^x-1)}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1-x]'}{[x(e^x-1)]'}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-0-1}{e^x-1+x(e^x-0)}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{e^x+x\,e^x-1}$$
$$=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1]'}{[e^x+x\,e^x-1]'}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-0}{e^x+e^x+x\,e^x-0}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right]=0 \qquad \text{typ } \pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow \text{typ } \frac{0}{0}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{x\sin x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[\sin x-x]'}{[x\sin x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{\sin x+x\cos x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{[\cos x-1]'}{[\sin x+x\cos x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x-0}{\cos x+\cos x-x\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{2\cos x-x\sin x}=\frac{-0}{2\cdot 1-0}=0.$$

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right] \qquad \text{typ } \pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow \text{typ } \frac{0}{0}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x(e^x-1)}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1-x]'}{[x(e^x-1)]'}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-0-1}{e^x-1+x(e^x-0)}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{e^x+x\,e^x-1}$$

$$=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1]'}{[e^x+x\,e^x-1]'}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-0}{e^x+e^x+x\,e^x-0}=\frac{1-0}{1+1+0-0}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right]=0 \qquad \text{typ } \pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow \text{typ } \frac{0}{0}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{x\sin x}=\left[\text{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[\sin x-x]'}{[x\sin x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{\sin x+x\cos x}=\left[\text{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right]$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{[\cos x-1]'}{[\sin x+x\cos x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x-0}{\cos x+\cos x-x\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{2\cos x-x\sin x}=\frac{-0}{2\cdot 1-0}=0.$$

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right]=\frac{1}{2} \qquad \text{typ } \pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow \text{typ } \frac{0}{0}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x(e^x-1)}=\left[\text{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1-x]'}{[x(e^x-1)]'}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-0-1}{e^x-1+x(e^x-0)}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{e^x+x\,e^x-1}$$

$$=\left[\text{L'H}\,\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1]'}{[e^x+x\,e^x-1]'}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-0}{e^x+e^x+x\,e^x-0}=\frac{1-0}{1+1+0-0}=\frac{1}{2}.$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right]=0 \qquad \text{typ } \pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow \text{typ } \frac{0}{0}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{x\sin x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[\sin x-x]'}{[x\sin x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{\sin x+x\cos x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{[\cos x-1]'}{[\sin x+x\cos x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x-0}{\cos x+\cos x-x\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{2\cos x-x\sin x}=\frac{-0}{2\cdot 1-0}=0.$$

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right]=\frac{1}{2} \qquad \text{typ } \pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow \text{typ } \frac{0}{0}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x(e^x-1)}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1-x]'}{[x(e^x-1)]'}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-0-1}{e^x-1+x(e^x-0)}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{e^x+x\,e^x-1}$$

$$=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1]'}{[e^x+x\,e^x-1]'}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-0}{e^x+e^x+x\,e^x-0}=\frac{1-0}{1+1+0-0}=\frac{1}{2}.$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^m-1}{x^n-1} \qquad m,n\in N.$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right]=0$ typ $\pm\infty-(\pm\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{x\sin x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[\sin x-x]'}{[x\sin x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{\sin x+x\cos x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{[\cos x-1]'}{[\sin x+x\cos x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x-0}{\cos x+\cos x-x\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{2\cos x-x\sin x}=\frac{-0}{2\cdot 1-0}=0.$$

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right]=\frac{1}{2}$ typ $\pm\infty-(\pm\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x(e^x-1)}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1-x]'}{[x(e^x-1)]'}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-0-1}{e^x-1+x(e^x-0)}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{e^x+x\,e^x-1}$$

$$=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1]'}{[e^x+x\,e^x-1]'}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-0}{e^x+e^x+x\,e^x-0}=\frac{1-0}{1+1+0-0}=\frac{1}{2}.$$

$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^m-1}{x^n-1}$ $m,n\in N.$

$$=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 1}\frac{[x^m-1]'}{[x^n-1]'}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right]=0$ typ $\pm\infty-(\pm\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{x\sin x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[\sin x-x]'}{[x\sin x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{\sin x+x\cos x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{[\cos x-1]'}{[\sin x+x\cos x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x-0}{\cos x+\cos x-x\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{2\cos x-x\sin x}=\frac{-0}{2\cdot 1-0}=0.$$

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right]=\frac{1}{2}$ typ $\pm\infty-(\pm\infty)$ $\Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x(e^x-1)}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1-x]'}{[x(e^x-1)]'}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-0-1}{e^x-1+x(e^x-0)}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{e^x+x\,e^x-1}$$
$$=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1]'}{[e^x+x\,e^x-1]'}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-0}{e^x+e^x+x\,e^x-0}=\frac{1-0}{1+1+0-0}=\frac{1}{2}.$$

$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^m-1}{x^n-1}$ $m,n\in N.$

$$=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 1}\frac{[x^m-1]'}{[x^n-1]'}=\lim_{x\to 1}\frac{mx^{m-1}-0}{nx^{n-1}-0}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right]=0$ typ $\pm\infty-(\pm\infty)\ \Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{x\sin x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[\sin x-x]'}{[x\sin x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{\sin x+x\cos x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{[\cos x-1]'}{[\sin x+x\cos x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x-0}{\cos x+\cos x-x\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{2\cos x-x\sin x}=\frac{-0}{2\cdot 1-0}=0.$$

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right]=\frac{1}{2}$ typ $\pm\infty-(\pm\infty)\ \Rightarrow$ typ $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x(e^x-1)}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1-x]'}{[x(e^x-1)]'}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-0-1}{e^x-1+x(e^x-0)}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{e^x+x\,e^x-1}$$
$$=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1]'}{[e^x+x\,e^x-1]'}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-0}{e^x+e^x+x\,e^x-0}=\frac{1-0}{1+1+0-0}=\frac{1}{2}.$$

$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^m-1}{x^n-1}$ $m,n\in N.$

$$=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 1}\frac{[x^m-1]'}{[x^n-1]'}=\lim_{x\to 1}\frac{mx^{m-1}-0}{nx^{n-1}-0}=\frac{m\cdot 1^{m-1}}{n\cdot 1^{n-1}}$$

Použitie L'Hospitalovho pravidla

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}\right]=0 \qquad \text{typ } \pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow \text{typ } \frac{0}{0}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{x\sin x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[\sin x-x]'}{[x\sin x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{\sin x+x\cos x}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{[\cos x-1]'}{[\sin x+x\cos x]'}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x-0}{\cos x+\cos x-x\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{2\cos x-x\sin x}=\frac{-0}{2\cdot 1-0}=0.$$

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right]=\frac{1}{2} \qquad \text{typ } \pm\infty-(\pm\infty) \Rightarrow \text{typ } \frac{0}{0}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x(e^x-1)}=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1-x]'}{[x(e^x-1)]'}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-0-1}{e^x-1+x(e^x-0)}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{e^x+x\,e^x-1}$$

$$=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{[e^x-1]'}{[e^x+x\,e^x-1]'}=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-0}{e^x+e^x+x\,e^x-0}=\frac{1-0}{1+1+0-0}=\frac{1}{2}.$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^m-1}{x^n-1}=\frac{m}{n} \qquad m,n\in N.$$

$$=\left[\text{L'H}\tfrac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 1}\frac{[x^m-1]'}{[x^n-1]'}=\lim_{x\to 1}\frac{mx^{m-1}-0}{nx^{n-1}-0}=\frac{m\cdot 1^{m-1}}{n\cdot 1^{n-1}}=\frac{m}{n}.$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

Funkcia f, bod $x_0 \in D(f)$, okolie $O(x_0) \subset D(f)$, $n \in N$,

Taylorov polynóm a jeho použitie

Funkcia f, bod $x_0 \in D(f)$, okolie $O(x_0) \subset D(f)$, $n \in N$,

derivácie $f'(x_0), f''(x_0), \ldots, f^{(n)}(x_0) \in R$ [konečné].

Taylorov polynóm a jeho použitie

Funkcia f, bod $x_0 \in D(f)$, okolie $O(x_0) \subset D(f)$, $n \in N$,
derivácie $f'(x_0)$, $f''(x_0)$, $\ldots$, $f^{(n)}(x_0) \in R$ [konečné].

Taylorov polynóm stupňa n funkcie f so stredom v bode x_0

Taylorov polynóm a jeho použitie

Funkcia f, bod $x_0 \in D(f)$, okolie $O(x_0) \subset D(f)$, $n \in N$,
derivácie $f'(x_0)$, $f''(x_0)$, $\ldots$, $f^{(n)}(x_0) \in R$ [konečné].

Taylorov polynóm stupňa n funkcie f so stredom v bode x_0 je funkcia

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)\cdot(x-x_0)^k}{k!}$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

Funkcia f, bod $x_0 \in D(f)$, okolie $O(x_0) \subset D(f)$, $n \in N$,
derivácie $f'(x_0), f''(x_0), \ldots, f^{(n)}(x_0) \in R$ [konečné].

Taylorov polynóm stupňa n funkcie f so stredom v bode x_0 je funkcia

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)\cdot(x-x_0)^k}{k!}$$

$$= f(x_0) + \frac{f'(x_0)\cdot(x-x_0)}{1!} + \frac{f''(x_0)\cdot(x-x_0)^2}{2!} + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)\cdot(x-x_0)^n}{n!}, \; x \in O(x_0).$$

Ak označíme $h = x - x_0$, $x = x_0 + h$, $h \in O(0)$, potom má tvar

$$T_n(x_0+h) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)\cdot h^k}{k!} = f(x_0) + \frac{f'(x_0)\cdot h}{1!} + \frac{f''(x_0)\cdot h^2}{2!} + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)\cdot h^n}{n!}, \; h \in O(0).$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

Funkcia f, bod $x_0 \in D(f)$, okolie $O(x_0) \subset D(f)$, $n \in N$,
derivácie $f'(x_0), f''(x_0), \ldots, f^{(n)}(x_0) \in R$ [konečné].

Taylorov polynóm stupňa n funkcie f so stredom v bode x_0 je funkcia

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)\cdot(x-x_0)^k}{k!}$$

$$= f(x_0) + \frac{f'(x_0)\cdot(x-x_0)}{1!} + \frac{f''(x_0)\cdot(x-x_0)^2}{2!} + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)\cdot(x-x_0)^n}{n!}, \; x \in O(x_0).$$

Ak označíme $h = x - x_0$, $x = x_0 + h$, t. j. $h \in O(0)$, potom má tvar

$$T_n(x_0+h) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)\cdot h^k}{k!} = f(x_0) + \frac{f'(x_0)\cdot h}{1!} + \frac{f''(x_0)\cdot h^2}{2!} + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)\cdot h^n}{n!}, \; h \in O(0).$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

Funkcia f, bod $x_0 \in D(f)$, okolie $O(x_0) \subset D(f)$, $n \in N$,
derivácie $f'(x_0),\ f''(x_0),\ \ldots,\ f^{(n)}(x_0) \in R$ [konečné].

Taylorov polynóm stupňa n funkcie f so stredom v bode x_0 je funkcia

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)\cdot(x-x_0)^k}{k!}$$
$$= f(x_0) + \frac{f'(x_0)\cdot(x-x_0)}{1!} + \frac{f''(x_0)\cdot(x-x_0)^2}{2!} + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)\cdot(x-x_0)^n}{n!},\ x \in O(x_0).$$

Ak označíme $h = x - x_0$, $x = x_0 + h$, t. j. $h \in O(0)$, potom má tvar

$$T_n(x_0+h) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)\cdot h^k}{k!} = f(x_0) + \frac{f'(x_0)\cdot h}{1!} + \frac{f''(x_0)\cdot h^2}{2!} + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)\cdot h^n}{n!},\ h \in O(0).$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

Funkcia f, bod $x_0 \in D(f)$, okolie $O(x_0) \subset D(f)$, $n \in N$,
derivácie $f'(x_0), f''(x_0), \ldots, f^{(n)}(x_0) \in R$ [konečné].

Taylorov polynóm stupňa n funkcie f so stredom v bode x_0 je funkcia

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)\cdot(x-x_0)^k}{k!}$$
$$= f(x_0) + \frac{f'(x_0)\cdot(x-x_0)}{1!} + \frac{f''(x_0)\cdot(x-x_0)^2}{2!} + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)\cdot(x-x_0)^n}{n!},\ x \in O(x_0).$$

Ak označíme $h = x - x_0$, $x = x_0 + h$, t. j. $h \in O(0)$, potom má tvar

$$T_n(x_0+h) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)\cdot h^k}{k!} = f(x_0) + \frac{f'(x_0)\cdot h}{1!} + \frac{f''(x_0)\cdot h^2}{2!} + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)\cdot h^n}{n!},\ h \in O(0).$$

Taylorov polynóm $T_n(x)$ so stredom $x_0 = 0$ sa nazýva Maclaurinov polynóm

Taylorov polynóm a jeho použitie

Funkcia f, bod $x_0 \in D(f)$, okolie $O(x_0) \subset D(f)$, $n \in N$,
derivácie $f'(x_0)$, $f''(x_0)$, $\ldots$, $f^{(n)}(x_0) \in R$ [konečné].

Taylorov polynóm stupňa n funkcie f so stredom v bode x_0 je funkcia

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)\cdot(x-x_0)^k}{k!}$$
$$= f(x_0) + \frac{f'(x_0)\cdot(x-x_0)}{1!} + \frac{f''(x_0)\cdot(x-x_0)^2}{2!} + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)\cdot(x-x_0)^n}{n!},\ x \in O(x_0).$$

Ak označíme $h = x - x_0$, $x = x_0 + h$, t. j. $h \in O(0)$, potom má tvar

$$T_n(x_0+h) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)\cdot h^k}{k!} = f(x_0) + \frac{f'(x_0)\cdot h}{1!} + \frac{f''(x_0)\cdot h^2}{2!} + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)\cdot h^n}{n!},\ h \in O(0).$$

Taylorov polynóm $T_n(x)$ so stredom $x_0 = 0$ sa nazýva Maclaurinov polynóm

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(0)\cdot x^k}{k!} = f(0) + \frac{f'(0)\cdot x}{1!} + \frac{f''(0)\cdot x^2}{2!} + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)\cdot x^n}{n!},\ x \in O(0).$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $x_0 \in D(f)$, okolie $O(x_0) \subset D(f)$, $n \in N$,

Taylorov polynóm a jeho použitie

$y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $x_0 \in D(f)$, okolie $O(x_0) \subset D(f)$, $n \in N$,
$T_n(x)$, $x \in O(x_0)$ Taylorov polynóm stupňa n.

Taylorov polynóm a jeho použitie

$y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $x_0 \in D(f)$, okolie $O(x_0) \subset D(f)$, $n \in N$,
$T_n(x)$, $x \in O(x_0)$ Taylorov polynóm stupňa n.

Zvyškom Taylorovho polynómu (stupňa n)

Taylorov polynóm a jeho použitie

$y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $x_0 \in D(f)$, okolie $O(x_0) \subset D(f)$, $n \in N$,
$T_n(x)$, $x \in O(x_0)$ Taylorov polynóm stupňa n.

Zvyškom Taylorovho polynómu (stupňa n) nazývame rozdiel

$$R_n(x) = f(x) - T_n(x)$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$y=f(x)$, $x\in D(f)$, bod $x_0\in D(f)$, okolie $O(x_0)\subset D(f)$, $n\in N$,
$T_n(x)$, $x\in O(x_0)$ Taylorov polynóm stupňa n.

Zvyškom Taylorovho polynómu (stupňa n) nazývame rozdiel [dva tvary]

$$R_n(x) = f(x)-T_n(x) = \begin{cases} \frac{f^{(n+1)}(\xi)\cdot(x-x_0)^{n+1}}{(n+1)!},\ x\in O(x_0), & \text{Lagrangeov tvar,} \\ \end{cases}$$

pričom $\xi=x_0+\theta(x-x_0)$, $\theta\in(0;1)$.

Taylorov polynóm a jeho použitie

$y=f(x)$, $x\in D(f)$, bod $x_0\in D(f)$, okolie $O(x_0)\subset D(f)$, $n\in N$,
$T_n(x)$, $x\in O(x_0)$ Taylorov polynóm stupňa n.

Zvyškom Taylorovho polynómu (stupňa n) nazývame rozdiel [dva tvary]

$$R_n(x)=f(x)-T_n(x)=\begin{cases} \\ \frac{f^{(n+1)}(\xi)\cdot(x-x_0)\cdot(x-\xi)^n}{n!},\ x\in O(x_0),\ \text{Cauchyho tvar},\end{cases}$$

pričom $\xi=x_0+\theta(x-x_0),\quad \theta\in(0;1)$.

Taylorov polynóm a jeho použitie

$y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $x_0 \in D(f)$, okolie $O(x_0) \subset D(f)$, $n \in N$,
$T_n(x)$, $x \in O(x_0)$ Taylorov polynóm stupňa n.

Zvyškom Taylorovho polynómu (stupňa n) nazývame rozdiel [dva tvary]

$$R_n(x) = f(x) - T_n(x) = \begin{cases} \dfrac{f^{(n+1)}(\xi)\cdot(x-x_0)^{n+1}}{(n+1)!}, \; x \in O(x_0), & \text{Lagrangeov tvar}, \\ \dfrac{f^{(n+1)}(\xi)\cdot(x-x_0)\cdot(x-\xi)^{n}}{n!}, \; x \in O(x_0), & \text{Cauchyho tvar}, \end{cases}$$

pričom $\xi = x_0 + \theta(x - x_0), \quad \theta \in (0; 1)$.

Taylorov polynóm a jeho použitie

$y=f(x)$, $x\in D(f)$, bod $x_0\in D(f)$, okolie $O(x_0)\subset D(f)$, $n\in N$,
$T_n(x)$, $x\in O(x_0)$ Taylorov polynóm stupňa n.

Zvyškom Taylorovho polynómu (stupňa n) nazývame rozdiel [dva tvary]

$$R_n(x) = f(x) - T_n(x) = \begin{cases} \dfrac{f^{(n+1)}(\xi)\cdot(x-x_0)^{n+1}}{(n+1)!},\ x\in O(x_0), & \text{Lagrangeov tvar}, \\ \dfrac{f^{(n+1)}(\xi)\cdot(x-x_0)\cdot(x-\xi)^n}{n!},\ x\in O(x_0), & \text{Cauchyho tvar}, \end{cases}$$

pričom $\xi = x_0+\theta(x-x_0)$, $\theta\in(0;1)$.

Zvyšok vyjadruje chybu aproximácie funkcie f pomocou T_n v okolí $O(x_0)$.

Taylorov polynóm a jeho použitie

$y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $x_0 \in D(f)$, okolie $O(x_0) \subset D(f)$, $n \in N$,
$T_n(x)$, $x \in O(x_0)$ Taylorov polynóm stupňa n.

Zvyškom Taylorovho polynómu (stupňa n) nazývame rozdiel [dva tvary]

$$R_n(x) = f(x) - T_n(x) = \begin{cases} \dfrac{f^{(n+1)}(\xi)\cdot(x-x_0)^{n+1}}{(n+1)!}, \ x \in O(x_0), & \text{Lagrangeov tvar}, \\ \dfrac{f^{(n+1)}(\xi)\cdot(x-x_0)\cdot(x-\xi)^n}{n!}, \ x \in O(x_0), & \text{Cauchyho tvar}, \end{cases}$$

pričom $\xi = x_0 + \theta(x - x_0)$, $\quad \theta \in (0; 1)$.

Zvyšok vyjadruje chybu aproximácie funkcie f pomocou T_n v okolí $O(x_0)$.

Aproximácia funkcie $f(x)$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$y=f(x)$, $x\in D(f)$, bod $x_0\in D(f)$, okolie $O(x_0)\subset D(f)$, $n\in N$,
$T_n(x)$, $x\in O(x_0)$ Taylorov polynóm stupňa n.

Zvyškom Taylorovho polynómu (stupňa n) nazývame rozdiel [dva tvary]

$$R_n(x)=f(x)-T_n(x)=\begin{cases}\dfrac{f^{(n+1)}(\xi)\cdot(x-x_0)^{n+1}}{(n+1)!},\ x\in O(x_0), & \text{Lagrangeov tvar},\\[2ex] \dfrac{f^{(n+1)}(\xi)\cdot(x-x_0)\cdot(x-\xi)^{n}}{n!},\ x\in O(x_0), & \text{Cauchyho tvar},\end{cases}$$

pričom $\xi=x_0+\theta(x-x_0)$, $\theta\in(0;1)$.

Zvyšok vyjadruje chybu aproximácie funkcie f pomocou T_n v okolí $O(x_0)$.

Aproximácia funkcie $f(x)$
pomocou Taylorovho polynómu $T_n(x)$ stupňa $n\in N$ v bode $x_0\in D(f)$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $x_0 \in D(f)$, okolie $O(x_0) \subset D(f)$, $n \in N$,
$T_n(x)$, $x \in O(x_0)$ Taylorov polynóm stupňa n.

Zvyškom Taylorovho polynómu (stupňa n) nazývame rozdiel [dva tvary]

$$R_n(x) = f(x) - T_n(x) = \begin{cases} \dfrac{f^{(n+1)}(\xi)\cdot(x-x_0)^{n+1}}{(n+1)!}, \ x \in O(x_0), & \text{Lagrangeov tvar}, \\ \dfrac{f^{(n+1)}(\xi)\cdot(x-x_0)\cdot(x-\xi)^n}{n!}, \ x \in O(x_0), & \text{Cauchyho tvar}, \end{cases}$$

pričom $\xi = x_0 + \theta(x - x_0)$, $\theta \in (0;1)$.

Zvyšok vyjadruje chybu aproximácie funkcie f pomocou T_n v okolí $O(x_0)$.

Aproximácia funkcie $f(x)$
pomocou Taylorovho polynómu $T_n(x)$ stupňa $n \in N$ v bode $x_0 \in D(f)$

- má lokálny charakter v okolí $O(x_0)$,

Taylorov polynóm a jeho použitie

$y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $x_0 \in D(f)$, okolie $O(x_0) \subset D(f)$, $n \in N$,
$T_n(x)$, $x \in O(x_0)$ Taylorov polynóm stupňa n.

Zvyškom Taylorovho polynómu (stupňa n) nazývame rozdiel [dva tvary]

$$R_n(x) = f(x) - T_n(x) = \begin{cases} \dfrac{f^{(n+1)}(\xi)\cdot(x-x_0)^{n+1}}{(n+1)!}, \; x \in O(x_0), & \text{Lagrangeov tvar}, \\ \dfrac{f^{(n+1)}(\xi)\cdot(x-x_0)\cdot(x-\xi)^{n}}{n!}, \; x \in O(x_0), & \text{Cauchyho tvar}, \end{cases}$$

pričom $\xi = x_0 + \theta(x - x_0)$, $\theta \in (0;1)$.

Zvyšok vyjadruje chybu aproximácie funkcie f pomocou T_n v okolí $O(x_0)$.

Aproximácia funkcie $f(x)$
pomocou Taylorovho polynómu $T_n(x)$ stupňa $n \in N$ v bode $x_0 \in D(f)$

- má lokálny charakter v okolí $O(x_0)$,
- je najlepšia zo všetkých aproximácií f pomocou polynómu stupňa n.

Taylorov polynóm a jeho použitie

K funkcii $f(x) = x^3 + 3x^2 + x + 1$, $x \in R$

Taylorov polynóm a jeho použitie

K funkcii $f(x) = x^3 + 3x^2 + x + 1$, $x \in R$ nájdite Taylorov polynóm $T_3(x)$ stupňa 3 so stredom v bodoch $x_0 = 0$, $x_0 = 1$, $x_0 = c$, $c \in R$.

Taylorov polynóm a jeho použitie

K funkcii $f(x)=x^3+3x^2+x+1,\ x\in R$ nájdite Taylorov polynóm $T_3(x)$ stupňa 3 so stredom v bodoch $x_0=0$, $x_0=1$, $x_0=c,\ c\in R$.

$f(x)=x^3+3x^2+x+1,\ x\in R$

Taylorov polynóm a jeho použitie

K funkcii $f(x)=x^3+3x^2+x+1$, $x\in R$ nájdite Taylorov polynóm $T_3(x)$ stupňa 3 so stredom v bodoch $x_0=0$, $x_0=1$, $x_0=c$, $c\in R$.

$f(x)=x^3+3x^2+x+1$, $x\in R$ $\Rightarrow$ $f(c)=c^3+3c^2+c+1$ pre $c\in R$,

$$T_0(x) = f(c) = (c^3+3c^2+c+1)$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

K funkcii $f(x)=x^3+3x^2+x+1$, $x\in R$ nájdite Taylorov polynóm $T_3(x)$ stupňa 3 so stredom v bodoch $x_0=0$, $x_0=1$, $x_0=c$, $c\in R$.

$f(x)=x^3+3x^2+x+1$, $x\in R$ $\Rightarrow$ $f(c)=c^3+3c^2+c+1$ pre $c\in R$,

$f'(x)=3x^2+6x+1$

$$T_0(x) = f(c)$$

$$= (c^3+3c^2+c+1)$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

K funkcii $f(x)=x^3+3x^2+x+1$, $x\in R$ nájdite Taylorov polynóm $T_3(x)$ stupňa 3 so stredom v bodoch $x_0=0$, $x_0=1$, $x_0=c$, $c\in R$.

$f(x)=x^3+3x^2+x+1,\ x\in R \ \Rightarrow\ f(c)=c^3+3c^2+c+1$ pre $c\in R$,

$f'(x)=3x^2+6x+1 \ \Rightarrow\ f'(c)=3c^2+6c+1$,

$$T_1(x) = f(c)+\frac{f'(c)\cdot(x-c)}{1!}$$

$$= (c^3+3c^2+c+1)+\frac{(3c^2+6c+1)\cdot(x-c)}{1}$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

K funkcii $f(x)=x^3+3x^2+x+1,\ x\in R$ nájdite Taylorov polynóm $T_3(x)$ stupňa 3 so stredom v bodoch $x_0=0$, $x_0=1$, $x_0=c,\ c\in R$.

$$f(x)=x^3+3x^2+x+1,\ x\in R \ \Rightarrow\ f(c)=c^3+3c^2+c+1 \text{ pre } c\in R,$$

$$f'(x)=3x^2+6x+1 \ \Rightarrow\ f'(c)=3c^2+6c+1,$$

$$f''(x)=6x+6$$

$$T_1(x) = f(c)+\frac{f'(c)\cdot(x-c)}{1!}$$

$$= (c^3+3c^2+c+1)+\frac{(3c^2+6c+1)\cdot(x-c)}{1}$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

K funkcii $f(x)=x^3+3x^2+x+1$, $x\in R$ nájdite Taylorov polynóm $T_3(x)$ stupňa 3 so stredom v bodoch $x_0=0$, $x_0=1$, $x_0=c$, $c\in R$.

$$f(x)=x^3+3x^2+x+1,\ x\in R \ \Rightarrow\ f(c)=c^3+3c^2+c+1 \text{ pre } c\in R,$$

$$f'(x)=3x^2+6x+1 \ \Rightarrow\ f'(c)=3c^2+6c+1,$$

$$f''(x)=6x+6 \ \Rightarrow\ f''(c)=6c+6,$$

$$T_2(x) = f(c)+\frac{f'(c)\cdot(x-c)}{1!}+\frac{f''(c)\cdot(x-c)^2}{2!}$$

$$= (c^3+3c^2+c+1)+\frac{(3c^2+6c+1)\cdot(x-c)}{1}+\frac{(6c+6)\cdot(x-c)^2}{2}$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

K funkcii $f(x)=x^3+3x^2+x+1$, $x\in R$ nájdite Taylorov polynóm $T_3(x)$ stupňa 3 so stredom v bodoch $x_0=0$, $x_0=1$, $x_0=c$, $c\in R$.

$$f(x)=x^3+3x^2+x+1,\ x\in R \ \Rightarrow\ f(c)=c^3+3c^2+c+1 \text{ pre } c\in R,$$

$$f'(x)=3x^2+6x+1 \ \Rightarrow\ f'(c)=3c^2+6c+1,$$

$$f''(x)=6x+6 \ \Rightarrow\ f''(c)=6c+6, \qquad f'''(x)=6$$

$$T_2(x)=f(c)+\frac{f'(c)\cdot(x-c)}{1!}+\frac{f''(c)\cdot(x-c)^2}{2!}$$

$$=(c^3+3c^2+c+1)+\frac{(3c^2+6c+1)\cdot(x-c)}{1}+\frac{(6c+6)\cdot(x-c)^2}{2}$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

K funkcii $f(x)=x^3+3x^2+x+1$, $x\in R$ nájdite Taylorov polynóm $T_3(x)$ stupňa 3 so stredom v bodoch $x_0=0$, $x_0=1$, $x_0=c$, $c\in R$.

$$f(x)=x^3+3x^2+x+1,\ x\in R \;\Rightarrow\; f(c)=c^3+3c^2+c+1 \text{ pre } c\in R,$$

$$f'(x)=3x^2+6x+1 \;\Rightarrow\; f'(c)=3c^2+6c+1,$$

$$f''(x)=6x+6 \;\Rightarrow\; f''(c)=6c+6, \qquad f'''(x)=6 \;\Rightarrow\; f'''(c)=6.$$

$$\begin{aligned} T_3(x) &= f(c)+\frac{f'(c)\cdot(x-c)}{1!}+\frac{f''(c)\cdot(x-c)^2}{2!}+\frac{f'''(c)\cdot(x-c)^3}{3!} \\ &= (c^3+3c^2+c+1)+\frac{(3c^2+6c+1)\cdot(x-c)}{1}+\frac{(6c+6)\cdot(x-c)^2}{2}+\frac{6(x-c)^3}{6} \end{aligned}$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

K funkcii $f(x)=x^3+3x^2+x+1$, $x\in R$ nájdite Taylorov polynóm $T_3(x)$ stupňa 3 so stredom v bodoch $x_0=0$, $x_0=1$, $x_0=c$, $c\in R$.

$$f(x)=x^3+3x^2+x+1,\ x\in R \ \Rightarrow\ f(c)=c^3+3c^2+c+1 \text{ pre } c\in R,$$
$$f'(x)=3x^2+6x+1 \ \Rightarrow\ f'(c)=3c^2+6c+1,$$
$$f''(x)=6x+6 \ \Rightarrow\ f''(c)=6c+6,\qquad f'''(x)=6 \ \Rightarrow\ f'''(c)=6.$$

$$T_3(x) = f(c)+\frac{f'(c)\cdot(x-c)}{1!}+\frac{f''(c)\cdot(x-c)^2}{2!}+\frac{f'''(c)\cdot(x-c)^3}{3!}$$
$$= (c^3+3c^2+c+1)+\frac{(3c^2+6c+1)\cdot(x-c)}{1}+\frac{(6c+6)\cdot(x-c)^2}{2}+\frac{6(x-c)^3}{6}$$
$$= x^3+3x^2+x+1 = f(x),\ x\in R.$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

K funkcii $f(x)=x^3+3x^2+x+1$, $x\in R$ nájdite Taylorov polynóm $T_3(x)$ stupňa 3 so stredom v bodoch $x_0=0$, $x_0=1$, $x_0=c$, $c\in R$.

$$f(x)=x^3+3x^2+x+1,\ x\in R \ \Rightarrow\ f(c)=c^3+3c^2+c+1 \text{ pre } c\in R,$$

$$f'(x)=3x^2+6x+1 \ \Rightarrow\ f'(c)=3c^2+6c+1,$$

$$f''(x)=6x+6 \ \Rightarrow\ f''(c)=6c+6,\qquad f'''(x)=6 \ \Rightarrow\ f'''(c)=6.$$

$$\begin{aligned} T_3(x) &= f(c)+\frac{f'(c)\cdot(x-c)}{1!}+\frac{f''(c)\cdot(x-c)^2}{2!}+\frac{f'''(c)\cdot(x-c)^3}{3!} \\ &= (c^3+3c^2+c+1)+\frac{(3c^2+6c+1)\cdot(x-c)}{1}+\frac{(6c+6)\cdot(x-c)^2}{2}+\frac{6(x-c)^3}{6} \\ &= x^3+3x^2+x+1=f(x),\ x\in R. \end{aligned}$$

Taylorov polynóm funkcie $f(x)$ má tvar $T_3(x)=f(x)=x^3+3x^2+x+1$.

Taylorov polynóm a jeho použitie

K funkcii $f(x)=x^3+3x^2+x+1$, $x\in R$ nájdite Taylorov polynóm $T_3(x)$ stupňa 3 so stredom v bodoch $x_0=0$, $x_0=1$, $x_0=c$, $c\in R$.

$$f(x)=x^3+3x^2+x+1,\ x\in R \;\Rightarrow\; f(c)=c^3+3c^2+c+1 \text{ pre } c\in R,$$
$$f'(x)=3x^2+6x+1 \;\Rightarrow\; f'(c)=3c^2+6c+1,$$
$$f''(x)=6x+6 \;\Rightarrow\; f''(c)=6c+6, \qquad f'''(x)=6 \;\Rightarrow\; f'''(c)=6.$$

$$\begin{aligned} T_3(x) &= f(c)+\frac{f'(c)\cdot(x-c)}{1!}+\frac{f''(c)\cdot(x-c)^2}{2!}+\frac{f'''(c)\cdot(x-c)^3}{3!} \\ &= (c^3+3c^2+c+1)+\frac{(3c^2+6c+1)\cdot(x-c)}{1}+\frac{(6c+6)\cdot(x-c)^2}{2}+\frac{6(x-c)^3}{6} \\ &= x^3+3x^2+x+1=f(x),\ x\in R. \end{aligned}$$

Taylorov polynóm funkcie $f(x)$ má tvar $T_3(x)=f(x)=x^3+3x^2+x+1$.

Oba polynómy $f(x)$ a $T_3(x)$ sa rovnajú.

Vypočítaný Taylorov polynóm $T_3(x)$ je polynóm stupňa 3 a najlepšie aproximuje danú funkciu $f(x)$ polynómom stupňa 3.

Taylorov polynóm a jeho použitie

K funkcii $f(x)=x^3+3x^2+x+1$, $x\in R$ nájdite Taylorov polynóm $T_3(x)$ stupňa 3 so stredom v bodoch $x_0=0$, $x_0=1$, $x_0=c$, $c\in R$.

$$f(x)=x^3+3x^2+x+1,\ x\in R \ \Rightarrow\ f(c)=c^3+3c^2+c+1 \text{ pre } c\in R,$$
$$f'(x)=3x^2+6x+1 \ \Rightarrow\ f'(c)=3c^2+6c+1,$$
$$f''(x)=6x+6 \ \Rightarrow\ f''(c)=6c+6, \quad f'''(x)=6 \ \Rightarrow\ f'''(c)=6.$$

$$\begin{aligned}T_3(x) &= f(c)+\frac{f'(c)\cdot(x-c)}{1!}+\frac{f''(c)\cdot(x-c)^2}{2!}+\frac{f'''(c)\cdot(x-c)^3}{3!}\\ &= (c^3+3c^2+c+1)+\frac{(3c^2+6c+1)\cdot(x-c)}{1}+\frac{(6c+6)\cdot(x-c)^2}{2}+\frac{6(x-c)^3}{6}\\ &= x^3+3x^2+x+1=f(x),\ x\in R.\end{aligned}$$

Taylorov polynóm funkcie $f(x)$ má tvar $T_3(x)=f(x)=x^3+3x^2+x+1$.

Oba polynómy $f(x)$ a $T_3(x)$ sa rovnajú.

Vypočítaný Taylorov polynóm $T_3(x)$ je polynóm stupňa 3

a najlepšie aproximuje danú funkciu $f(x)$ polynómom stupňa 3.

Taylorov polynóm a jeho použitie

K funkcii $f(x)=x^3+3x^2+x+1$, $x\in R$ nájdite Taylorov polynóm $T_3(x)$ stupňa 3 so stredom v bodoch $x_0=0$, $x_0=1$, $x_0=c$, $c\in R$.

$$f(x)=x^3+3x^2+x+1,\ x\in R \ \Rightarrow\ f(c)=c^3+3c^2+c+1 \text{ pre } c\in R,$$
$$f'(x)=3x^2+6x+1 \ \Rightarrow\ f'(c)=3c^2+6c+1,$$
$$f''(x)=6x+6 \ \Rightarrow\ f''(c)=6c+6, \quad f'''(x)=6 \ \Rightarrow\ f'''(c)=6.$$

$$T_3(x) = f(c)+\frac{f'(c)\cdot(x-c)}{1!}+\frac{f''(c)\cdot(x-c)^2}{2!}+\frac{f'''(c)\cdot(x-c)^3}{3!}$$
$$= (c^3+3c^2+c+1)+\frac{(3c^2+6c+1)\cdot(x-c)}{1}+\frac{(6c+6)\cdot(x-c)^2}{2}+\frac{6(x-c)^3}{6}$$
$$= x^3+3x^2+x+1 = f(x),\ x\in R.$$

Taylorov polynóm funkcie $f(x)$ má tvar $T_3(x)=f(x)=x^3+3x^2+x+1$.

Oba polynómy $f(x)$ a $T_3(x)$ sa rovnajú.

Vypočítaný Taylorov polynóm $T_3(x)$ je polynóm stupňa 3 a najlepšie aproximuje danú funkciu $f(x)$ polynómom stupňa 3.

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln x,\ x > 0,$ $x_0 = 1,\ n \in N.$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln x,\ x > 0,$ $x_0 = 1,\ n \in N.$

$f(x) = \ln x,\ x > 0$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln x,\ x > 0,$ $x_0 = 1,\ n \in N.$

$f(x) = \ln x,\ x > 0 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{x^1}$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln x,\ x > 0,$ $x_0 = 1,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln x,\ x > 0 \ \Rightarrow\ f'(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{x^1}$$

$$\Rightarrow\ f''(x) = -1 \cdot x^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{x^2}$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln x,\ x > 0,$ $x_0 = 1,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln x,\ x > 0 \ \Rightarrow\ f'(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{x^1}$$

$$\Rightarrow\ f''(x) = -1 \cdot x^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{x^2} \ \Rightarrow\ f'''(x) = -2 \cdot (-1) \cdot x^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{x^3}$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln x,\ x > 0,$ $x_0 = 1,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln x,\ x > 0 \ \Rightarrow\ f'(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{x^1}$$

$$\Rightarrow\ f''(x) = -1 \cdot x^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{x^2} \ \Rightarrow\ f'''(x) = -2 \cdot (-1) \cdot x^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{x^3}$$

$$\Rightarrow\ f^{(4)}(x) = -3 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot x^{-4} = \frac{(-1)^3 3!}{x^4}$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln x,\ x > 0,$ $x_0 = 1,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln x,\ x > 0 \ \Rightarrow\ f'(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{x^1}$$

$$\Rightarrow\ f''(x) = -1 \cdot x^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{x^2} \ \Rightarrow\ f'''(x) = -2 \cdot (-1) \cdot x^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{x^3}$$

$$\Rightarrow\ f^{(4)}(x) = -3 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot x^{-4} = \frac{(-1)^3 3!}{x^4} \ \Rightarrow\ \cdots$$

$$\Rightarrow\ f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{x^k} \ \text{pre}\ k \in N,$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln x,\ x > 0,$ $x_0 = 1,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln x,\ x > 0 \ \Rightarrow\ f'(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{x^1}$$

$$\Rightarrow\ f''(x) = -1\cdot x^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{x^2} \ \Rightarrow\ f'''(x) = -2\cdot(-1)\cdot x^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{x^3}$$

$$\Rightarrow\ f^{(4)}(x) = -3\cdot(-2)\cdot(-1)\cdot x^{-4} = \frac{(-1)^3 3!}{x^4} \ \Rightarrow\ \cdots$$

$$\Rightarrow\ f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{x^k} \text{ pre } k \in N,$$

$f(1) = \ln 1 = 0,$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln x,\ x > 0,$ $x_0 = 1,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln x,\ x > 0 \ \Rightarrow\ f'(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{x^1}$$

$$\Rightarrow\ f''(x) = -1 \cdot x^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{x^2} \ \Rightarrow\ f'''(x) = -2 \cdot (-1) \cdot x^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{x^3}$$

$$\Rightarrow\ f^{(4)}(x) = -3 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot x^{-4} = \frac{(-1)^3 3!}{x^4} \ \Rightarrow\ \cdots$$

$$\Rightarrow\ f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{x^k} \text{ pre } k \in N,$$

$$f(1) = \ln 1 = 0, \quad f^{(k)}(1) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{1^k} = (-1)^{k-1}(k-1)! \text{ pre } k \in N.$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln x,\ x > 0,$ $x_0 = 1,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln x,\ x > 0 \ \Rightarrow\ f'(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{x^1}$$

$$\Rightarrow\ f''(x) = -1 \cdot x^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{x^2} \ \Rightarrow\ f'''(x) = -2 \cdot (-1) \cdot x^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{x^3}$$

$$\Rightarrow\ f^{(4)}(x) = -3 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot x^{-4} = \frac{(-1)^3 3!}{x^4} \ \Rightarrow\ \cdots$$

$$\Rightarrow\ f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{x^k} \text{ pre } k \in N,$$

$$f(1) = \ln 1 = 0, \quad f^{(k)}(1) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{1^k} = (-1)^{k-1}(k-1)! \text{ pre } k \in N.$$

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(1) \cdot (x-1)^k}{k!}$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln x,\ x > 0,$ $x_0 = 1,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln x,\ x > 0 \ \Rightarrow\ f'(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{x^1}$$

$$\Rightarrow\ f''(x) = -1 \cdot x^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{x^2} \ \Rightarrow\ f'''(x) = -2 \cdot (-1) \cdot x^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{x^3}$$

$$\Rightarrow\ f^{(4)}(x) = -3 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot x^{-4} = \frac{(-1)^3 3!}{x^4} \ \Rightarrow\ \cdots$$

$$\Rightarrow\ f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{x^k} \text{ pre } k \in N,$$

$$f(1) = \ln 1 = 0, \quad f^{(k)}(1) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{1^k} = (-1)^{k-1}(k-1)! \text{ pre } k \in N.$$

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(1) \cdot (x-1)^k}{k!} = f(1) + \sum_{k=1}^{n} \frac{f^{(k)}(1) \cdot (x-1)^k}{k!}$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln x,\ x > 0,$ $x_0 = 1,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln x,\ x > 0 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{x^1}$$

$$\Rightarrow \quad f''(x) = -1 \cdot x^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{x^2} \quad \Rightarrow \quad f'''(x) = -2 \cdot (-1) \cdot x^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{x^3}$$

$$\Rightarrow \quad f^{(4)}(x) = -3 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot x^{-4} = \frac{(-1)^3 3!}{x^4} \quad \Rightarrow \quad \cdots$$

$$\Rightarrow \quad f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{x^k} \text{ pre } k \in N,$$

$$f(1) = \ln 1 = 0, \quad f^{(k)}(1) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{1^k} = (-1)^{k-1}(k-1)! \text{ pre } k \in N.$$

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(1) \cdot (x-1)^k}{k!} = f(1) + \sum_{k=1}^{n} \frac{f^{(k)}(1) \cdot (x-1)^k}{k!} = \sum_{k=1}^{n} \frac{f^{(k)}(1) \cdot (x-1)^k}{k!}$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln x,\ x > 0,$ $x_0 = 1,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln x,\ x > 0 \ \Rightarrow\ f'(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{x^1}$$

$$\Rightarrow\ f''(x) = -1 \cdot x^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{x^2} \ \Rightarrow\ f'''(x) = -2 \cdot (-1) \cdot x^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{x^3}$$

$$\Rightarrow\ f^{(4)}(x) = -3 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot x^{-4} = \frac{(-1)^3 3!}{x^4} \ \Rightarrow\ \cdots$$

$$\Rightarrow\ f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{x^k} \ \text{pre}\ k \in N,$$

$$f(1) = \ln 1 = 0, \quad f^{(k)}(1) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{1^k} = (-1)^{k-1}(k-1)! \ \text{pre}\ k \in N.$$

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(1) \cdot (x-1)^k}{k!} = f(1) + \sum_{k=1}^{n} \frac{f^{(k)}(1) \cdot (x-1)^k}{k!} = \sum_{k=1}^{n} \frac{f^{(k)}(1) \cdot (x-1)^k}{k!}$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!(x-1)^k}{k!}$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln x,\ x > 0,$ $\quad x_0 = 1,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln x,\ x > 0 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{x^1}$$

$$\Rightarrow \quad f''(x) = -1 \cdot x^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{x^2} \quad \Rightarrow \quad f'''(x) = -2 \cdot (-1) \cdot x^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{x^3}$$

$$\Rightarrow \quad f^{(4)}(x) = -3 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot x^{-4} = \frac{(-1)^3 3!}{x^4} \quad \Rightarrow \quad \cdots$$

$$\Rightarrow \quad f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{x^k} \text{ pre } k \in N,$$

$$f(1) = \ln 1 = 0, \quad f^{(k)}(1) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{1^k} = (-1)^{k-1}(k-1)! \text{ pre } k \in N.$$

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(1) \cdot (x-1)^k}{k!} = f(1) + \sum_{k=1}^{n} \frac{f^{(k)}(1) \cdot (x-1)^k}{k!} = \sum_{k=1}^{n} \frac{f^{(k)}(1) \cdot (x-1)^k}{k!}$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!(x-1)^k}{k!} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(x-1)^k}{k}$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln x,\ x > 0,$ $\qquad x_0 = 1,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln x,\ x > 0 \ \Rightarrow\ f'(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{x^1}$$

$$\Rightarrow\ f''(x) = -1 \cdot x^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{x^2} \ \Rightarrow\ f'''(x) = -2 \cdot (-1) \cdot x^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{x^3}$$

$$\Rightarrow\ f^{(4)}(x) = -3 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot x^{-4} = \frac{(-1)^3 3!}{x^4} \ \Rightarrow\ \cdots$$

$$\Rightarrow\ f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{x^k} \text{ pre } k \in N,$$

$$f(1) = \ln 1 = 0, \quad f^{(k)}(1) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{1^k} = (-1)^{k-1}(k-1)! \text{ pre } k \in N.$$

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(1) \cdot (x-1)^k}{k!} = f(1) + \sum_{k=1}^{n} \frac{f^{(k)}(1) \cdot (x-1)^k}{k!} = \sum_{k=1}^{n} \frac{f^{(k)}(1) \cdot (x-1)^k}{k!}$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!(x-1)^k}{k!} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(x-1)^k}{k}$$

$$= \frac{x-1}{1} - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}(x-1)^n}{n},\ x \in O(1),\ n \in N.$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln(x+1)$, $x > -1$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$f(x) = \ln(x+1)$, $x > -1 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{x+1} = (x+1)^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{(x+1)^1}$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1 \ \Rightarrow\ f'(x) = \frac{1}{x+1} = (x+1)^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{(x+1)^1}$

$\Rightarrow\ f''(x) = -1 \cdot (x+1)^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{(x+1)^2}$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1 \ \Rightarrow\ f'(x) = \frac{1}{x+1} = (x+1)^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{(x+1)^1}$

$\Rightarrow\ f''(x) = -1\cdot(x+1)^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{(x+1)^2} \ \Rightarrow\ f'''(x) = -2\cdot(-1)\cdot(x+1)^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{(x+1)^3}$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{x+1} = (x+1)^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{(x+1)^1}$$

$$\Rightarrow f''(x) = -1 \cdot (x+1)^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{(x+1)^2} \quad \Rightarrow f'''(x) = -2 \cdot (-1) \cdot (x+1)^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{(x+1)^3}$$

$$\Rightarrow f^{(4)}(x) = -3 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot (x+1)^{-4} = \frac{(-1)^3 3!}{(x+1)^4}$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln(x+1)$, $x > -1$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{x+1} = (x+1)^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{(x+1)^1}$$

$$\Rightarrow f''(x) = -1\cdot(x+1)^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{(x+1)^2} \quad \Rightarrow f'''(x) = -2\cdot(-1)\cdot(x+1)^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{(x+1)^3}$$

$$\Rightarrow f^{(4)}(x) = -3\cdot(-2)\cdot(-1)\cdot(x+1)^{-4} = \frac{(-1)^3 3!}{(x+1)^4} \quad \Rightarrow \quad \cdots$$

$$\Rightarrow f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{(x+1)^k} \text{ pre } k \in N,$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln(x+1)$, $x > -1$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1 \ \Rightarrow\ f'(x) = \frac{1}{x+1} = (x+1)^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{(x+1)^1}$$

$$\Rightarrow f''(x) = -1\cdot(x+1)^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{(x+1)^2} \ \Rightarrow\ f'''(x) = -2\cdot(-1)\cdot(x+1)^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{(x+1)^3}$$

$$\Rightarrow f^{(4)}(x) = -3\cdot(-2)\cdot(-1)\cdot(x+1)^{-4} = \frac{(-1)^3 3!}{(x+1)^4} \ \Rightarrow\ \cdots$$

$$\Rightarrow f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{(x+1)^k} \text{ pre } k \in N,$$

$f(0) = \ln(0+1) = 0,$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1 \ \Rightarrow\ f'(x) = \frac{1}{x+1} = (x+1)^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{(x+1)^1}$$

$$\Rightarrow f''(x) = -1\cdot(x+1)^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{(x+1)^2} \Rightarrow f'''(x) = -2\cdot(-1)\cdot(x+1)^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{(x+1)^3}$$

$$\Rightarrow f^{(4)}(x) = -3\cdot(-2)\cdot(-1)\cdot(x+1)^{-4} = \frac{(-1)^3 3!}{(x+1)^4} \ \Rightarrow\ \cdots$$

$$\Rightarrow f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{(x+1)^k} \text{ pre } k \in N,$$

$$f(0) = \ln(0+1) = 0, \quad f^{(k)}(0) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{(0+1)^k} = (-1)^{k-1}(k-1)! \text{ pre } k \in N.$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1,$ $\quad x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{x+1} = (x+1)^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{(x+1)^1}$$

$$\Rightarrow f''(x) = -1\cdot(x+1)^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{(x+1)^2} \Rightarrow f'''(x) = -2\cdot(-1)\cdot(x+1)^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{(x+1)^3}$$

$$\Rightarrow f^{(4)}(x) = -3\cdot(-2)\cdot(-1)\cdot(x+1)^{-4} = \frac{(-1)^3 3!}{(x+1)^4} \quad \Rightarrow \quad \cdots$$

$$\Rightarrow f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{(x+1)^k} \text{ pre } k \in N,$$

$$f(0) = \ln(0+1) = 0, \quad f^{(k)}(0) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{(0+1)^k} = (-1)^{k-1}(k-1)! \text{ pre } k \in N.$$

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(0)\cdot(x-0)^k}{k!}$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1 \ \Rightarrow\ f'(x) = \frac{1}{x+1} = (x+1)^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{(x+1)^1}$$

$$\Rightarrow f''(x) = -1\cdot(x+1)^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{(x+1)^2} \ \Rightarrow\ f'''(x) = -2\cdot(-1)\cdot(x+1)^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{(x+1)^3}$$

$$\Rightarrow f^{(4)}(x) = -3\cdot(-2)\cdot(-1)\cdot(x+1)^{-4} = \frac{(-1)^3 3!}{(x+1)^4} \ \Rightarrow\ \cdots$$

$$\Rightarrow f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{(x+1)^k} \text{ pre } k \in N,$$

$$f(0) = \ln(0+1) = 0, \quad f^{(k)}(0) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{(0+1)^k} = (-1)^{k-1}(k-1)! \text{ pre } k \in N.$$

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(0)\cdot(x-0)^k}{k!} = f(0) + \sum_{k=1}^{n} \frac{f^{(k)}(0)\cdot(x-0)^k}{k!}$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1 \ \Rightarrow\ f'(x) = \frac{1}{x+1} = (x+1)^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{(x+1)^1}$$

$$\Rightarrow f''(x) = -1\cdot(x+1)^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{(x+1)^2} \ \Rightarrow\ f'''(x) = -2\cdot(-1)\cdot(x+1)^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{(x+1)^3}$$

$$\Rightarrow f^{(4)}(x) = -3\cdot(-2)\cdot(-1)\cdot(x+1)^{-4} = \frac{(-1)^3 3!}{(x+1)^4} \ \Rightarrow\ \cdots$$

$$\Rightarrow f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{(x+1)^k} \text{ pre } k \in N,$$

$$f(0) = \ln(0+1) = 0, \quad f^{(k)}(0) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{(0+1)^k} = (-1)^{k-1}(k-1)! \text{ pre } k \in N.$$

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(0)\cdot(x-0)^k}{k!} = f(0) + \sum_{k=1}^{n} \frac{f^{(k)}(0)\cdot(x-0)^k}{k!} = \sum_{k=1}^{n} \frac{f^{(k)}(0)\cdot x^k}{k!}$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{x+1} = (x+1)^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{(x+1)^1}$$

$$\Rightarrow f''(x) = -1\cdot(x+1)^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{(x+1)^2} \quad \Rightarrow f'''(x) = -2\cdot(-1)\cdot(x+1)^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{(x+1)^3}$$

$$\Rightarrow f^{(4)}(x) = -3\cdot(-2)\cdot(-1)\cdot(x+1)^{-4} = \frac{(-1)^3 3!}{(x+1)^4} \quad \Rightarrow \quad \cdots$$

$$\Rightarrow f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{(x+1)^k} \text{ pre } k \in N,$$

$$f(0) = \ln(0+1) = 0, \quad f^{(k)}(0) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{(0+1)^k} = (-1)^{k-1}(k-1)! \text{ pre } k \in N.$$

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(0)\cdot(x-0)^k}{k!} = f(0) + \sum_{k=1}^{n} \frac{f^{(k)}(0)\cdot(x-0)^k}{k!} = \sum_{k=1}^{n} \frac{f^{(k)}(0)\cdot x^k}{k!}$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!x^k}{k!}$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x)=\ln(x+1),\ x>-1,$ $\quad x_0=0,\ n\in N.$

$$f(x)=\ln(x+1),\ x>-1 \ \Rightarrow\ f'(x)=\frac{1}{x+1}=(x+1)^{-1}=\frac{(-1)^0 0!}{(x+1)^1}$$

$$\Rightarrow f''(x)=-1\cdot(x+1)^{-2}=\frac{(-1)^1 1!}{(x+1)^2}\ \Rightarrow\ f'''(x)=-2\cdot(-1)\cdot(x+1)^{-3}=\frac{(-1)^2 2!}{(x+1)^3}$$

$$\Rightarrow f^{(4)}(x)=-3\cdot(-2)\cdot(-1)\cdot(x+1)^{-4}=\frac{(-1)^3 3!}{(x+1)^4}\ \Rightarrow\ \cdots$$

$$\Rightarrow f^{(k)}(x)=\frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{(x+1)^k}\ \text{pre}\ k\in N,$$

$$f(0)=\ln(0+1)=0,\quad f^{(k)}(0)=\frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{(0+1)^k}=(-1)^{k-1}(k-1)!\ \text{pre}\ k\in N.$$

$$T_n(x)=\sum_{k=0}^{n}\frac{f^{(k)}(0)\cdot(x-0)^k}{k!}=f(0)+\sum_{k=1}^{n}\frac{f^{(k)}(0)\cdot(x-0)^k}{k!}=\sum_{k=1}^{n}\frac{f^{(k)}(0)\cdot x^k}{k!}$$

$$=\sum_{k=1}^{n}\frac{(-1)^{k-1}(k-1)!x^k}{k!}=\sum_{k=1}^{n}\frac{(-1)^{k-1}x^k}{k}$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{x+1} = (x+1)^{-1} = \frac{(-1)^0 0!}{(x+1)^1}$$

$$\Rightarrow f''(x) = -1\cdot(x+1)^{-2} = \frac{(-1)^1 1!}{(x+1)^2} \Rightarrow f'''(x) = -2\cdot(-1)\cdot(x+1)^{-3} = \frac{(-1)^2 2!}{(x+1)^3}$$

$$\Rightarrow f^{(4)}(x) = -3\cdot(-2)\cdot(-1)\cdot(x+1)^{-4} = \frac{(-1)^3 3!}{(x+1)^4} \quad \Rightarrow \quad \cdots$$

$$\Rightarrow f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{(x+1)^k} \text{ pre } k \in N,$$

$$f(0) = \ln(0+1) = 0, \quad f^{(k)}(0) = \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!}{(0+1)^k} = (-1)^{k-1}(k-1)! \text{ pre } k \in N.$$

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(0)\cdot(x-0)^k}{k!} = f(0) + \sum_{k=1}^{n} \frac{f^{(k)}(0)\cdot(x-0)^k}{k!} = \sum_{k=1}^{n} \frac{f^{(k)}(0)\cdot x^k}{k!}$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!x^k}{k!} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}x^k}{k}$$

$$= \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}x^n}{n},\ x \in O(0),\ n \in N.$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = e^x$, $x \in R$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = e^x,\ x \in R,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!} = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^6}{6!} + \cdots + \frac{x^n}{n!},\ x \in R.$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = e^x,\ x \in R,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!} = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^6}{6!} + \cdots + \frac{x^n}{n!},\ x \in R.$$

$f(x) = \sin x,\ x \in R,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = e^x,\ x \in R,\quad x_0 = 0,\ n \in N.$

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!} = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^6}{6!} + \cdots + \frac{x^n}{n!},\ x \in R.$$

$f(x) = \sin x,\ x \in R,\quad x_0 = 0,\ n \in N.$

$$T_{2n+1}(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!},\ x \in R.$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = e^x,\ x \in R,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!} = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^6}{6!} + \cdots + \frac{x^n}{n!},\ x \in R.$$

$f(x) = \sin x,\ x \in R,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$T_{2n+1}(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!},\ x \in R.$$

$f(x) = \cos x,\ x \in R,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = e^x,\ x \in R,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!} = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^6}{6!} + \cdots + \frac{x^n}{n!},\ x \in R.$$

$f(x) = \sin x,\ x \in R,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$T_{2n+1}(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!},\ x \in R.$$

$f(x) = \cos x,\ x \in R,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$T_{2n}(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!},\ x \in R.$$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = e^x,\ x \in R,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!} = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^6}{6!} + \cdots + \frac{x^n}{n!},\ x \in R.$$

$f(x) = \sin x,\ x \in R,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$T_{2n+1}(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!},\ x \in R.$$

$f(x) = \cos x,\ x \in R,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$T_{2n}(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!},\ x \in R.$$

$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

Taylorov polynóm a jeho použitie

$f(x) = e^x,\ x \in R,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!} = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^6}{6!} + \cdots + \frac{x^n}{n!},\ x \in R.$$

$f(x) = \sin x,\ x \in R,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$T_{2n+1}(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!},\ x \in R.$$

$f(x) = \cos x,\ x \in R,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$T_{2n}(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!},\ x \in R.$$

$f(x) = \ln(x+1),\ x > -1,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$T_n(x) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(k-1)!\,x^k}{k!} = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}x^n}{n},\ x \in (-1;\infty).$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

Funkcie e^x, $\sin x$, $\cos x$ môžeme aproximovať pomocou $T_n(x)$ pre každé $x \in R$,

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

Funkcie e^x, $\sin x$, $\cos x$ môžeme aproximovať pomocou $T_n(x)$ pre každé $x \in R$, pričom danú presnosť dosiahneme vhodným zväčšovaním stupňa $n \in N$.

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

Funkcie e^x, $\sin x$, $\cos x$ môžeme aproximovať pomocou $T_n(x)$ pre každé $x \in R$, pričom danú presnosť dosiahneme vhodným zväčšovaním stupňa $n \in N$.

Pre všetky $x \in R$ platí:

$$e^x \approx \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!}$$

$$\sin x \approx \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!}$$

$$\cos x \approx \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!}$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

Funkcie e^x, $\sin x$, $\cos x$ môžeme aproximovať pomocou $T_n(x)$ pre každé $x \in R$,

pričom danú presnosť dosiahneme vhodným zväčšovaním stupňa $n \in N$.

Pre všetky $x \in R$ platí:

$$e^x \approx \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!} = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{x^n}{n!},$$

$$\sin x \approx \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!},$$

$$\cos x \approx \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!},$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

Funkcie e^x, $\sin x$, $\cos x$ môžeme aproximovať pomocou $T_n(x)$ pre každé $x \in R$, pričom danú presnosť dosiahneme vhodným zväčšovaním stupňa $n \in N$.

Pre všetky $x \in R$ platí:

$$e^x \approx \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!} = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{x^n}{n!},$$

pričom $e^x = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!}$

$$\sin x \approx \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!},$$

pričom $\sin x = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!}$

$$\cos x \approx \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!},$$

pričom $\cos x = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!}$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

Funkcie e^x, $\sin x$, $\cos x$ môžeme aproximovať pomocou $T_n(x)$ pre každé $x \in R$, pričom danú presnosť dosiahneme vhodným zväčšovaním stupňa $n \in N$.

Pre všetky $x \in R$ platí:

$$e^x \approx \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!} = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{x^n}{n!},$$

pričom $e^x = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!}$, t. j. $\left(1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{x^n}{n!}\right) \longmapsto e^x$.

$$\sin x \approx \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!},$$

pričom $\sin x = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!}$.

$$\cos x \approx \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!},$$

pričom $\cos x = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!}$.

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{e^x} = e^{-x}$, $x \in R$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{e^x} = e^{-x}$, $x \in R$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = e^{-x} = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x \in R \\ t = -x & t \in R \end{array} \right] = e^t,$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{e^x} = e^{-x}$, $x \in R$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = e^{-x} = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x \in R \\ t = -x & t \in R \end{array} \right] = e^t, \text{ potom } T_n(t) = \sum_{k=0}^{n} \frac{t^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-x)^k}{k!}, \; t \in R.$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{e^x} = e^{-x}$, $x \in R$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = e^{-x} = \left[\begin{array}{c|c} \text{Subst.} & x \in R \\ t = -x & t \in R \end{array} \right] = e^t, \text{ potom } T_n(t) = \sum_{k=0}^{n} \frac{t^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-x)^k}{k!}, \; t \in R.$$

Taylorov polynóm funkcie f stupňa n so stredom v bode $x_0 = 0$ má tvar:

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-x)^k}{k!}$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{e^x} = e^{-x}$, $x \in R$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = e^{-x} = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x \in R \\ t = -x & t \in R \end{array} \right] = e^t, \text{ potom } T_n(t) = \sum_{k=0}^{n} \frac{t^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-x)^k}{k!}, \; t \in R.$$

Taylorov polynóm funkcie f stupňa n so stredom v bode $x_0 = 0$ má tvar:

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-x)^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^k}{k!} = 1 - \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^n}{n!}, \; x \in R.$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{e^x} = e^{-x}$, $x \in R$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = e^{-x} = \left[\begin{array}{c|c} \text{Subst.} & x \in R \\ t = -x & t \in R \end{array} \right] = e^t, \text{ potom } T_n(t) = \sum_{k=0}^{n} \frac{t^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-x)^k}{k!}, \ t \in R.$$

Taylorov polynóm funkcie f stupňa n so stredom v bode $x_0 = 0$ má tvar:

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-x)^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^k}{k!} = 1 - \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^n}{n!}, \ x \in R.$$

$f(x) = e^{(x^2)}$, $x \in R$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{e^x} = e^{-x}$, $x \in R$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = e^{-x} = \left[\begin{array}{c|c} \text{Subst.} & x \in R \\ t = -x & t \in R \end{array} \right] = e^t, \text{ potom } T_n(t) = \sum_{k=0}^{n} \frac{t^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-x)^k}{k!},\ t \in R.$$

Taylorov polynóm funkcie f stupňa n so stredom v bode $x_0 = 0$ má tvar:

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-x)^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^k}{k!} = 1 - \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^n}{n!},\ x \in R.$$

$f(x) = e^{(x^2)}$, $x \in R$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = e^{(x^2)} = \left[\begin{array}{c|c} \text{Subst.} & x \in R \\ t = x^2 & t \geq 0 \end{array} \right] = e^t,$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{e^x} = e^{-x}$, $x \in R$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = e^{-x} = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x \in R \\ t = -x & t \in R \end{array} \right] = e^t, \text{ potom } T_n(t) = \sum_{k=0}^{n} \frac{t^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-x)^k}{k!}, \ t \in R.$$

Taylorov polynóm funkcie f stupňa n so stredom v bode $x_0 = 0$ má tvar:

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-x)^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^k}{k!} = 1 - \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^n}{n!}, \ x \in R.$$

$f(x) = e^{(x^2)}$, $x \in R$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = e^{(x^2)} = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x \in R \\ t = x^2 & t \geq 0 \end{array} \right] = e^t, \text{ potom } T_n(t) = \sum_{k=0}^{n} \frac{t^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{(x^2)^k}{k!}, \ t \geq 0.$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{e^x} = e^{-x}$, $x \in R$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = e^{-x} = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x \in R \\ t = -x & t \in R \end{array} \right] = e^t, \text{ potom } T_n(t) = \sum_{k=0}^{n} \frac{t^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-x)^k}{k!}, \ t \in R.$$

Taylorov polynóm funkcie f stupňa n so stredom v bode $x_0 = 0$ má tvar:

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-x)^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^k}{k!} = 1 - \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^n}{n!}, \ x \in R.$$

$f(x) = e^{(x^2)}$, $x \in R$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = e^{(x^2)} = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x \in R \\ t = x^2 & t \geq 0 \end{array} \right] = e^t, \text{ potom } T_n(t) = \sum_{k=0}^{n} \frac{t^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{(x^2)^k}{k!}, \ t \geq 0.$$

Taylorov polynóm funkcie f stupňa $2n$ so stredom v bode $x_0 = 0$ má tvar:

$$T_{2n}(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(x^2)^k}{k!}$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{e^x} = e^{-x}$, $x \in R$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = e^{-x} = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x \in R \\ t = -x & t \in R \end{array} \right] = e^t, \text{ potom } T_n(t) = \sum_{k=0}^{n} \frac{t^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-x)^k}{k!}, \ t \in R.$$

Taylorov polynóm funkcie f stupňa n so stredom v bode $x_0 = 0$ má tvar:

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-x)^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k x^k}{k!} = 1 - \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^n}{n!}, \ x \in R.$$

$f(x) = e^{(x^2)}$, $x \in R$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = e^{(x^2)} = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x \in R \\ t = x^2 & t \geq 0 \end{array} \right] = e^t, \text{ potom } T_n(t) = \sum_{k=0}^{n} \frac{t^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{(x^2)^k}{k!}, \ t \geq 0.$$

Taylorov polynóm funkcie f stupňa $2n$ so stredom v bode $x_0 = 0$ má tvar:

$$T_{2n}(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(x^2)^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{x^{2k}}{k!} = 1 + \frac{x^2}{1} + \frac{x^4}{2!} + \frac{x^6}{3!} + \cdots + \frac{x^{2n}}{n!}, \ x \in R.$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

Funkciu $\ln(x+1)$ môžeme aproximovať pomocou $T_n(x)$ pre každé $x \in (-1; 1\rangle$,

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

Funkciu $\ln(x+1)$ môžeme aproximovať pomocou $T_n(x)$ pre každé $x \in (-1; 1\rangle$,

pričom danú presnosť dosiahneme vhodným zväčšovaním stupňa $n \in N$.

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

Funkciu $\ln(x+1)$ môžeme aproximovať pomocou $T_n(x)$ pre každé $x \in (-1; 1\rangle$, pričom danú presnosť dosiahneme vhodným zväčšovaním stupňa $n \in N$.

Pre $x \in (-1; 1\rangle$ platí $\ln(x+1) \approx \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} x^k}{k}$,

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

Funkciu $\ln(x+1)$ môžeme aproximovať pomocou $T_n(x)$ pre každé $x \in (-1; 1\rangle$,
pričom danú presnosť dosiahneme vhodným zväčšovaním stupňa $n \in N$.

Pre $x \in (-1; 1\rangle$ platí $\ln(x+1) \approx \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} x^k}{k} = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n}$,

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

Funkciu $\ln(x+1)$ môžeme aproximovať pomocou $T_n(x)$ pre každé $x \in (-1; 1\rangle$,

pričom danú presnosť dosiahneme vhodným zväčšovaním stupňa $n \in N$.

Pre $x \in (-1; 1\rangle$ platí $\ln(x+1) \approx \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} x^k}{k} = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n}$,

pričom $\ln(x+1) = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} x^k}{k}$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

Funkciu $\ln(x+1)$ môžeme aproximovať pomocou $T_n(x)$ pre každé $x \in (-1; 1\rangle$, pričom danú presnosť dosiahneme vhodným zväčšovaním stupňa $n \in N$.

Pre $x \in (-1; 1\rangle$ platí $\ln(x+1) \approx \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} x^k}{k} = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n}$,

pričom $\ln(x+1) = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} x^k}{k}$, t. j. $\left(\frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n}\right) \longmapsto \ln(x+1)$.

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

Funkciu $\ln(x+1)$ môžeme aproximovať pomocou $T_n(x)$ pre každé $x \in (-1; 1\rangle$,
pričom danú presnosť dosiahneme vhodným zväčšovaním stupňa $n \in N$.

Pre $x \in (-1; 1\rangle$ platí $\ln(x+1) \approx \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}x^k}{k} = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}x^n}{n}$,

pričom $\ln(x+1) = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}x^k}{k}$, t. j. $\left(\frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}x^n}{n}\right) \longmapsto \ln(x+1)$.

$f(x) = \ln(x^2) = 2\ln x,\ x > 0,$ $x_0 = 1,\ n \in N.$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

Funkciu $\ln(x+1)$ môžeme aproximovať pomocou $T_n(x)$ pre každé $x \in (-1; 1\rangle$,

pričom danú presnosť dosiahneme vhodným zväčšovaním stupňa $n \in N$.

Pre $x \in (-1; 1\rangle$ platí $\ln(x+1) \approx \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} x^k}{k} = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n}$,

pričom $\ln(x+1) = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} x^k}{k}$, t. j. $\left(\frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n}\right) \longmapsto \ln(x+1)$.

$f(x) = \ln(x^2) = 2\ln x,\ x > 0,$ $x_0 = 1,\ n \in N.$

$$f(x) = 2\ln x = 2\ln(x-1+1) = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x > 0 \\ t = x-1 & t > -1 \end{array}\right] = 2\ln(t+1),$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

Funkciu $\ln(x+1)$ môžeme aproximovať pomocou $T_n(x)$ pre každé $x\in(-1;1\rangle$, pričom danú presnosť dosiahneme vhodným zväčšovaním stupňa $n\in N$.

Pre $x\in(-1;1\rangle$ platí $\ln(x+1) \approx \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}x^k}{k} = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}x^n}{n}$,

pričom $\ln(x+1) = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}x^k}{k}$, t. j. $\left(\frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}x^n}{n}\right) \longmapsto \ln(x+1)$.

$f(x) = \ln(x^2) = 2\ln x,\ x>0,$ $x_0 = 1,\ n\in N.$

$$f(x) = 2\ln x = 2\ln(x-1+1) = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x>0 \\ t = x-1 & t>-1 \end{array}\right] = 2\ln(t+1),$$

potom (so stredom v bode $t_0=0$) $T_n(t) = 2\sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}t^k}{k} = 2\sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(x-1)^k}{k}$, $t\in(-1;1\rangle$.

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

Funkciu $\ln(x+1)$ môžeme aproximovať pomocou $T_n(x)$ pre každé $x \in (-1; 1\rangle$,
pričom danú presnosť dosiahneme vhodným zväčšovaním stupňa $n \in N$.

Pre $x \in (-1; 1\rangle$ platí $\ln(x+1) \approx \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}x^k}{k} = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}x^n}{n}$,

pričom $\ln(x+1) = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}x^k}{k}$, t. j. $\left(\frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}x^n}{n}\right) \longmapsto \ln(x+1)$.

$f(x) = \ln(x^2) = 2\ln x$, $x > 0$, $x_0 = 1$, $n \in N$.

$$f(x) = 2\ln x = 2\ln(x-1+1) = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x > 0 \\ t = x-1 & t > -1 \end{array}\right] = 2\ln(t+1),$$

potom (so stredom v bode $t_0 = 0$) $T_n(t) = 2\sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}t^k}{k} = 2\sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(x-1)^k}{k}$, $t \in (-1; 1\rangle$.

Taylorov polynóm funkcie f stupňa n so stredom v bode $x_0 = 1$ má tvar:

$$T_n(x) = 2\sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(x-1)^k}{k}$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

Funkciu $\ln(x+1)$ môžeme aproximovať pomocou $T_n(x)$ pre každé $x \in (-1; 1\rangle$, pričom danú presnosť dosiahneme vhodným zväčšovaním stupňa $n \in N$.

Pre $x \in (-1; 1\rangle$ platí $\ln(x+1) \approx \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} x^k}{k} = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n}$,

pričom $\ln(x+1) = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} x^k}{k}$, t. j. $\left(\frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n}\right) \longmapsto \ln(x+1)$.

$f(x) = \ln(x^2) = 2\ln x$, $x > 0$, $x_0 = 1$, $n \in N$.

$$f(x) = 2\ln x = 2\ln(x-1+1) = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x > 0 \\ t = x-1 & t > -1 \end{array}\right] = 2\ln(t+1),$$

potom (so stredom v bode $t_0 = 0$) $T_n(t) = 2\sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} t^k}{k} = 2\sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} (x-1)^k}{k}$, $t \in (-1; 1\rangle$.

Taylorov polynóm funkcie f stupňa n so stredom v bode $x_0 = 1$ má tvar:

$$T_n(x) = 2\sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(x-1)^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{2(-1)^{k-1}(x-1)^k}{k}, \; x \in (0; 2\rangle.$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \ln(1-x)$, $x < 1$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \ln(1-x),\ x < 1,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln(1-x) = \ln(-x+1) = \left[\begin{array}{c|c} \text{Subst.} & x < 1 \\ t = -x & t > -1 \end{array}\right] = \ln(t+1),$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \ln(1-x)$, $x < 1$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = \ln(1-x) = \ln(-x+1) = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x < 1 \\ t = -x & t > -1 \end{array}\right] = \ln(t+1),$$

potom (so stredom v bode $t_0 = 0$) $$T_n(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} t^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} (-x)^k}{k}, \; t \in (-1; 1\rangle.$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \ln(1-x),\ x < 1,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln(1-x) = \ln(-x+1) = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x < 1 \\ t = -x & t > -1 \end{array}\right] = \ln(t+1),$$

potom (so stredom v bode $t_0 = 0$) $T_n(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} t^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(-x)^k}{k},\ t \in (-1; 1\rangle.$

Taylorov polynóm funkcie f stupňa n so stredom v bode $x_0 = 0$ má tvar:

$$T_n(x) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(-x)^k}{k}$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \ln(1-x),\ x < 1,$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln(1-x) = \ln(-x+1) = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x < 1 \\ t = -x & t > -1 \end{array}\right] = \ln(t+1),$$

potom (so stredom v bode $t_0 = 0$) $T_n(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} t^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(-x)^k}{k},\ t \in (-1; 1\rangle.$

Taylorov polynóm funkcie f stupňa n so stredom v bode $x_0 = 0$ má tvar:

$$T_n(x) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(-x)^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(-1)^k x^k}{k} = -\sum_{k=1}^{n} \frac{x^k}{k},\ x \in \langle -1; 1).$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \ln(1-x),\ x<1,$ $x_0=0,\ n\in N.$

$$f(x) = \ln(1-x) = \ln(-x+1) = \left[\begin{array}{c|c} \text{Subst.} & x<1 \\ t=-x & t>-1 \end{array}\right] = \ln(t+1),$$

potom (so stredom v bode $t_0=0$) $T_n(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} t^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(-x)^k}{k},\ t\in(-1;1\rangle.$

Taylorov polynóm funkcie f stupňa n so stredom v bode $x_0=0$ má tvar:

$$T_n(x) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(-x)^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(-1)^k x^k}{k} = -\sum_{k=1}^{n} \frac{x^k}{k},\ x\in\langle -1;1).$$

$f(x) = \ln(x^2+1),\ x\in R,$ $x_0=0,\ n\in N.$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \ln(1-x)$, $x < 1$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = \ln(1-x) = \ln(-x+1) = \left[\begin{array}{c|c} \text{Subst.} & x < 1 \\ t = -x & t > -1 \end{array}\right] = \ln(t+1),$$

potom (so stredom v bode $t_0 = 0$) $T_n(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} t^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(-x)^k}{k}$, $t \in (-1; 1\rangle$.

Taylorov polynóm funkcie f stupňa n so stredom v bode $x_0 = 0$ má tvar:

$$T_n(x) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(-x)^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(-1)^k x^k}{k} = -\sum_{k=1}^{n} \frac{x^k}{k}, \; x \in \langle -1; 1).$$

$f(x) = \ln(x^2+1)$, $x \in R$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = \ln(x^2+1) = \left[\begin{array}{c|c} \text{Subst.} & x \in R \\ t = x^2 & t \geq 0 \end{array}\right] = \ln(t+1),$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \ln(1-x),\ x<1,$ $\quad x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln(1-x) = \ln(-x+1) = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x<1 \\ t=-x & t>-1 \end{array}\right] = \ln(t+1),$$

potom (so stredom v bode $t_0=0$) $T_n(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}t^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(-x)^k}{k},\ t \in (-1;1\rangle.$

Taylorov polynóm funkcie f stupňa n so stredom v bode $x_0=0$ má tvar:

$$T_n(x) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(-x)^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(-1)^k x^k}{k} = -\sum_{k=1}^{n} \frac{x^k}{k},\ x \in \langle -1;1).$$

$f(x) = \ln(x^2+1),\ x \in R,$ $\quad x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln(x^2+1) = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x\in R \\ t=x^2 & t\geq 0 \end{array}\right] = \ln(t+1),$$

potom (stred $t_0=0$) $T_n(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}t^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(x^2)^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}x^{2k}}{k},\ t \in \langle 0;1\rangle.$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \ln(1-x),\ x<1,$ $\qquad x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln(1-x) = \ln(-x+1) = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x<1 \\ t=-x & t>-1 \end{array}\right] = \ln(t+1),$$

potom (so stredom v bode $t_0=0$) $T_n(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} t^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(-x)^k}{k},\ t \in (-1;1\rangle.$

Taylorov polynóm funkcie f stupňa n so stredom v bode $x_0=0$ má tvar:

$$T_n(x) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(-x)^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(-1)^k x^k}{k} = -\sum_{k=1}^{n} \frac{x^k}{k},\ x \in \langle -1;1).$$

$f(x) = \ln(x^2+1),\ x \in R,$ $\qquad x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = \ln(x^2+1) = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x \in R \\ t=x^2 & t \geq 0 \end{array}\right] = \ln(t+1),$$

potom (stred $t_0=0$) $T_n(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} t^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(x^2)^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} x^{2k}}{k},\ t \in \langle 0;1\rangle.$

Taylorov polynóm funkcie f stupňa $2n$ so stredom v bode $x_0=0$ má tvar:

$$T_n(x)$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \ln(1-x)$, $x<1$, $x_0=0$, $n\in N$.

$$f(x) = \ln(1-x) = \ln(-x+1) = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x<1 \\ t=-x & t>-1 \end{array}\right] = \ln(t+1),$$

potom (so stredom v bode $t_0=0$) $T_n(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}t^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(-x)^k}{k}$, $t\in(-1;1\rangle$.

Taylorov polynóm funkcie f stupňa n so stredom v bode $x_0=0$ má tvar:

$$T_n(x) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(-x)^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(-1)^k x^k}{k} = -\sum_{k=1}^{n} \frac{x^k}{k},\ x\in\langle -1;1).$$

$f(x) = \ln(x^2+1)$, $x\in R$, $x_0=0$, $n\in N$.

$$f(x) = \ln(x^2+1) = \left[\begin{array}{l|l} \text{Subst.} & x\in R \\ t=x^2 & t\geq 0 \end{array}\right] = \ln(t+1),$$

potom (stred $t_0=0$) $T_n(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}t^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}(x^2)^k}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}x^{2k}}{k}$, $t\in\langle 0;1\rangle$.

Taylorov polynóm funkcie f stupňa $2n$ so stredom v bode $x_0=0$ má tvar:

$$T_n(x) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}x^{2k}}{k} = \frac{x^2}{1} - \frac{x^4}{2} + \frac{x^6}{3} - \frac{x^8}{4} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{n},\ x\in\langle -1;1\rangle.$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1}$, $x \in (-1; 1)$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1}$, $x \in (-1; 1)$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$f(x) = (1-x)^{-1} = \frac{1}{1-x}$, $x \in (-1; 1)$,

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1}$, $x \in (-1; 1)$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$f(x) = (1-x)^{-1} = \frac{1}{1-x}$, $x \in (-1; 1)$, $f'(x) = -(1-x)^{-2}(-1) = \frac{1}{(1-x)^2}$,

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1}$, $x \in (-1;1)$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$f(x) = (1-x)^{-1} = \frac{1}{1-x}$, $x \in (-1;1)$, $f'(x) = -(1-x)^{-2}(-1) = \frac{1}{(1-x)^2}$,

$f''(x) = -2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{2\cdot 1}{(1-x)^3}$,

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1}$, $x \in (-1; 1)$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$f(x) = (1-x)^{-1} = \frac{1}{1-x}$, $x \in (-1; 1)$, $f'(x) = -(1-x)^{-2}(-1) = \frac{1}{(1-x)^2}$,

$f''(x) = -2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{2\cdot 1}{(1-x)^3}$, $f'''(x) = -3\cdot 2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{3!}{(1-x)^4}$,

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1}$, $x \in (-1;1)$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$f(x) = (1-x)^{-1} = \frac{1}{1-x}$, $x \in (-1;1)$, $f'(x) = -(1-x)^{-2}(-1) = \frac{1}{(1-x)^2}$,

$f''(x) = -2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{2\cdot 1}{(1-x)^3}$, $f'''(x) = -3\cdot 2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{3!}{(1-x)^4}$,

$f^{(4)}(x) = -4\cdot 3!(1-x)^{-4}(-1) = \frac{4!}{(1-x)^5}$,

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1}$, $x \in (-1;1)$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$f(x) = (1-x)^{-1} = \frac{1}{1-x}$, $x \in (-1;1)$, $f'(x) = -(1-x)^{-2}(-1) = \frac{1}{(1-x)^2}$,

$f''(x) = -2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{2\cdot 1}{(1-x)^3}$, $f'''(x) = -3\cdot 2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{3!}{(1-x)^4}$,

$f^{(4)}(x) = -4\cdot 3!(1-x)^{-4}(-1) = \frac{4!}{(1-x)^5}$, ..., $f^{(k)}(x) = \frac{k!}{(1-x)^{k+1}}$, $k \in N \cup \{0\}$,

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1}$, $x \in (-1; 1)$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$f(x) = (1-x)^{-1} = \frac{1}{1-x}$, $x \in (-1; 1)$, $f'(x) = -(1-x)^{-2}(-1) = \frac{1}{(1-x)^2}$,

$f''(x) = -2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{2\cdot 1}{(1-x)^3}$, $f'''(x) = -3\cdot 2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{3!}{(1-x)^4}$,

$f^{(4)}(x) = -4\cdot 3!(1-x)^{-4}(-1) = \frac{4!}{(1-x)^5}$, $\ldots$, $f^{(k)}(x) = \frac{k!}{(1-x)^{k+1}}$, $k \in N \cup \{0\}$,

$f^{(k)}(0) = \frac{k!}{(1-0)^{k+1}} = k!$, $k = 0, 1, 2, \ldots, n$.

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1}$, $x \in (-1;1)$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$f(x) = (1-x)^{-1} = \frac{1}{1-x}$, $x \in (-1;1)$, $f'(x) = -(1-x)^{-2}(-1) = \frac{1}{(1-x)^2}$,

$f''(x) = -2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{2\cdot 1}{(1-x)^3}$, $f'''(x) = -3\cdot 2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{3!}{(1-x)^4}$,

$f^{(4)}(x) = -4\cdot 3!(1-x)^{-4}(-1) = \frac{4!}{(1-x)^5}$, $\ldots$, $f^{(k)}(x) = \frac{k!}{(1-x)^{k+1}}$, $k \in N \cup \{0\}$,

$f^{(k)}(0) = \frac{k!}{(1-0)^{k+1}} = k!$, $k = 0, 1, 2, \ldots, n$.

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(0)\cdot x^k}{k!}$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1}$, $x \in (-1;1)$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = (1-x)^{-1} = \frac{1}{1-x},\ x \in (-1;1), \quad f'(x) = -(1-x)^{-2}(-1) = \frac{1}{(1-x)^2},$$

$$f''(x) = -2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{2 \cdot 1}{(1-x)^3}, \quad f'''(x) = -3 \cdot 2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{3!}{(1-x)^4},$$

$$f^{(4)}(x) = -4 \cdot 3!(1-x)^{-4}(-1) = \frac{4!}{(1-x)^5}, \ \ldots, \ f^{(k)}(x) = \frac{k!}{(1-x)^{k+1}},\ k \in N \cup \{0\},$$

$$f^{(k)}(0) = \frac{k!}{(1-0)^{k+1}} = k!,\ k = 0,1,2,\ldots,n.$$

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(0) \cdot x^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{k! \cdot x^k}{k!}$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1}$, $x \in (-1; 1)$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$f(x) = (1-x)^{-1} = \frac{1}{1-x}$, $x \in (-1; 1)$, $f'(x) = -(1-x)^{-2}(-1) = \frac{1}{(1-x)^2}$,

$f''(x) = -2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{2 \cdot 1}{(1-x)^3}$, $f'''(x) = -3 \cdot 2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{3!}{(1-x)^4}$,

$f^{(4)}(x) = -4 \cdot 3!(1-x)^{-4}(-1) = \frac{4!}{(1-x)^5}$, ..., $f^{(k)}(x) = \frac{k!}{(1-x)^{k+1}}$, $k \in N \cup \{0\}$,

$f^{(k)}(0) = \frac{k!}{(1-0)^{k+1}} = k!$, $k = 0, 1, 2, \ldots, n$.

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(0) \cdot x^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{k! \cdot x^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} x^k$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1}$, $x \in (-1; 1)$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x)=(1-x)^{-1}=\frac{1}{1-x},\ x\in(-1;1),\quad f'(x)=-(1-x)^{-2}(-1)=\frac{1}{(1-x)^2},$$

$$f''(x)=-2(1-x)^{-3}(-1)=\frac{2\cdot 1}{(1-x)^3},\quad f'''(x)=-3\cdot 2(1-x)^{-3}(-1)=\frac{3!}{(1-x)^4},$$

$$f^{(4)}(x)=-4\cdot 3!(1-x)^{-4}(-1)=\frac{4!}{(1-x)^5},\ \ldots,\ f^{(k)}(x)=\frac{k!}{(1-x)^{k+1}},\ k\in N\cup\{0\},$$

$$f^{(k)}(0) = \frac{k!}{(1-0)^{k+1}} = k!,\ k = 0,1,2,\ldots,n.$$

$$T_n(x)=\sum_{k=0}^{n}\frac{f^{(k)}(0)\cdot x^k}{k!}=\sum_{k=0}^{n}\frac{k!\cdot x^k}{k!}=\sum_{k=0}^{n}x^k=1+x+x^2+x^3+\cdots+x^n,\ x\in(-1;1).$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1}$, $x \in (-1;1)$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$f(x) = (1-x)^{-1} = \frac{1}{1-x}$, $x \in (-1;1)$, $f'(x) = -(1-x)^{-2}(-1) = \frac{1}{(1-x)^2}$,

$f''(x) = -2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{2\cdot 1}{(1-x)^3}$, $f'''(x) = -3\cdot 2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{3!}{(1-x)^4}$,

$f^{(4)}(x) = -4\cdot 3!(1-x)^{-4}(-1) = \frac{4!}{(1-x)^5}$, ..., $f^{(k)}(x) = \frac{k!}{(1-x)^{k+1}}$, $k \in N \cup \{0\}$,

$f^{(k)}(0) = \frac{k!}{(1-0)^{k+1}} = k!$, $k = 0,1,2,\ldots,n$.

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(0)\cdot x^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{k!\cdot x^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} x^k = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + x^n, \; x \in (-1;1).$$

$f(x) = \frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1}$, $x \in (-1;1)$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1}$, $x \in (-1;1)$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$f(x) = (1-x)^{-1} = \frac{1}{1-x}$, $x \in (-1;1)$, $f'(x) = -(1-x)^{-2}(-1) = \frac{1}{(1-x)^2}$,

$f''(x) = -2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{2\cdot 1}{(1-x)^3}$, $f'''(x) = -3\cdot 2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{3!}{(1-x)^4}$,

$f^{(4)}(x) = -4\cdot 3!(1-x)^{-4}(-1) = \frac{4!}{(1-x)^5}$, $\ldots$, $f^{(k)}(x) = \frac{k!}{(1-x)^{k+1}}$, $k \in N \cup \{0\}$,

$f^{(k)}(0) = \frac{k!}{(1-0)^{k+1}} = k!$, $k = 0,1,2,\ldots,n$.

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(0)\cdot x^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{k!\cdot x^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} x^k = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + x^n,\ x \in (-1;1).$$

$f(x) = \frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1}$, $x \in (-1;1)$

je súčet geometrického radu s kvocientom $x \in (-1;1)$,

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1}$, $x \in (-1;1)$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$f(x) = (1-x)^{-1} = \frac{1}{1-x}$, $x \in (-1;1)$, $f'(x) = -(1-x)^{-2}(-1) = \frac{1}{(1-x)^2}$,

$f''(x) = -2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{2\cdot 1}{(1-x)^3}$, $f'''(x) = -3\cdot 2(1-x)^{-3}(-1) = \frac{3!}{(1-x)^4}$,

$f^{(4)}(x) = -4\cdot 3!(1-x)^{-4}(-1) = \frac{4!}{(1-x)^5}$, $\ldots$, $f^{(k)}(x) = \frac{k!}{(1-x)^{k+1}}$, $k \in N \cup \{0\}$,

$f^{(k)}(0) = \frac{k!}{(1-0)^{k+1}} = k!$, $k = 0,1,2,\ldots,n$.

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(0)\cdot x^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{k!\cdot x^k}{k!} = \sum_{k=0}^{n} x^k = 1+x+x^2+x^3+\cdots+x^n, \ x \in (-1;1).$$

$f(x) = \frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1}$, $x \in (-1;1)$

je súčet geometrického radu s kvocientom $x \in (-1;1)$,

t. j. $f(x) = \frac{1}{1-x} = \sum_{k=0}^{\infty} x^k = 1+x+x^2+x^3+\cdots+x^n+\cdots$ pre $x \in (-1;1)$.

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[n]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{n}},\ x \in \langle -1; \infty),$ $x_0 = 0,\ n = 2, 3, 4, 5, \ldots.$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[n]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{n}},\ x \in \langle -1; \infty),$ $x_0 = 0,\ n = 2,3,4,5,\dots.$

$f(x) = (1+x)^{\frac{1}{n}},\ x \in \langle -1; \infty),$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[n]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{n}},\ x \in \langle -1; \infty),$ $x_0 = 0,\ n = 2,3,4,5,\ldots.$

$$f(x) = (1+x)^{\frac{1}{n}},\ x \in \langle -1; \infty),$$

$$f'(x) = \frac{1}{n}(1+x)^{\frac{1}{n}-1} = \frac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}},$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[n]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{n}}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $x_0 = 0$, $n=2,3,4,5,\ldots$.

$$f(x) = (1+x)^{\frac{1}{n}},\ x \in \langle -1; \infty),$$

$$f'(x) = \tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1}{n}-1} = \tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}},$$

$$f''(x) = \frac{1-n}{n} \cdot \frac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}-1} = \frac{1-n}{n^2}(1+x)^{\frac{1-2n}{n}},$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[n]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{n}}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $x_0 = 0$, $n = 2,3,4,5,\ldots$.

$$f(x) = (1+x)^{\frac{1}{n}},\ x \in \langle -1; \infty),$$

$$f'(x) = \tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1}{n}-1} = \tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}},$$

$$f''(x) = \frac{1-n}{n}\cdot\frac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}-1} = \frac{1-n}{n^2}(1+x)^{\frac{1-2n}{n}},$$

$$f'''(x) = \frac{1-2n}{n}\cdot\frac{1-n}{n}\cdot\frac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-3n}{n}},$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[n]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{n}},\ x \in \langle -1; \infty),$ $x_0 = 0,\ n=2,3,4,5,\ldots.$

$$f(x)=(1+x)^{\frac{1}{n}},\ x\in\langle -1;\infty),$$

$$f'(x)=\frac{1}{n}(1+x)^{\frac{1}{n}-1}=\frac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}},$$

$$f''(x)=\frac{1-n}{n}\cdot\frac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}-1}=\frac{1-n}{n^2}(1+x)^{\frac{1-2n}{n}},$$

$$f'''(x)=\frac{1-2n}{n}\cdot\frac{1-n}{n}\cdot\frac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-3n}{n}},$$

$$f^{(4)}(x)=\frac{1-3n}{n}\cdot\frac{1-2n}{n}\cdot\frac{1-n}{n}\cdot\frac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-4n}{n}},$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[n]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{n}}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $x_0 = 0$, $n = 2,3,4,5,\ldots$.

$$f(x) = (1+x)^{\frac{1}{n}},\ x \in \langle -1; \infty), \quad f(0) = 1,$$

$$f'(x) = \tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1}{n}-1} = \tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}}, \quad f'(0) = \tfrac{1}{n},$$

$$f''(x) = \tfrac{1-n}{n} \cdot \tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}-1} = \tfrac{1-n}{n^2}(1+x)^{\frac{1-2n}{n}}, \quad f''(0) = \tfrac{1-n}{n^2},$$

$$f'''(x) = \tfrac{1-2n}{n} \cdot \tfrac{1-n}{n} \cdot \tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-3n}{n}}, \quad f'''(0) = \tfrac{(1-2n)(1-n)}{n^3},$$

$$f^{(4)}(x) = \tfrac{1-3n}{n} \cdot \tfrac{1-2n}{n} \cdot \tfrac{1-n}{n} \cdot \tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-4n}{n}}, \quad f^{(4)}(0) = \tfrac{(1-3n)(1-2n)(1-n)}{n^4},$$

$$\ldots,\ f^{(k)}(0) = \frac{[1-(k-1)n]\cdots(1-2n)(1-n)}{n^k} \text{ pre } k \in N,$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x)=\sqrt[n]{1+x}=(1+x)^{\frac{1}{n}},\ x\in\langle -1;\infty),$ $x_0=0,\ n=2,3,4,5,\ldots.$

$$f(x)=(1+x)^{\frac{1}{n}},\ x\in\langle -1;\infty),\quad f(0)=1,$$

$$f'(x)=\tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1}{n}-1}=\tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}},\quad f'(0)=\frac{1}{n},$$

$$f''(x)=\frac{1-n}{n}\cdot\tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}-1}=\frac{1-n}{n^2}(1+x)^{\frac{1-2n}{n}},\quad f''(0)=\frac{1-n}{n^2},$$

$$f'''(x)=\frac{1-2n}{n}\cdot\frac{1-n}{n}\cdot\tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-3n}{n}},\quad f'''(0)=\frac{(1-2n)(1-n)}{n^3},$$

$$f^{(4)}(x)=\frac{1-3n}{n}\cdot\frac{1-2n}{n}\cdot\frac{1-n}{n}\cdot\tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-4n}{n}},\quad f^{(4)}(0)=\frac{(1-3n)(1-2n)(1-n)}{n^4},$$

$$\ldots,\ f^{(k)}(0)=\frac{[1-(k-1)n]\cdots(1-2n)(1-n)}{n^k}\ \text{pre } k\in N,$$

$$T_1(x)=f(0)+\frac{f'(0)\cdot x}{1!}$$

$$=1+\frac{x}{n}$$

pre $x\in\langle -1;\infty)$.

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[n]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{n}},\ x \in \langle -1; \infty),$ $\quad x_0 = 0,\ n = 2,3,4,5,\ldots.$

$$f(x) = (1+x)^{\frac{1}{n}},\ x \in \langle -1; \infty), \quad f(0) = 1,$$

$$f'(x) = \tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1}{n}-1} = \tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}}, \quad f'(0) = \tfrac{1}{n},$$

$$f''(x) = \frac{1-n}{n}\cdot\tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}-1} = \frac{1-n}{n^2}(1+x)^{\frac{1-2n}{n}}, \quad f''(0) = \frac{1-n}{n^2},$$

$$f'''(x) = \frac{1-2n}{n}\cdot\frac{1-n}{n}\cdot\tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-3n}{n}}, \quad f'''(0) = \frac{(1-2n)(1-n)}{n^3},$$

$$f^{(4)}(x) = \frac{1-3n}{n}\cdot\frac{1-2n}{n}\cdot\frac{1-n}{n}\cdot\tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-4n}{n}}, \quad f^{(4)}(0) = \frac{(1-3n)(1-2n)(1-n)}{n^4},$$

$$\ldots,\ f^{(k)}(0) = \frac{[1-(k-1)n]\cdots(1-2n)(1-n)}{n^k} \text{ pre } k \in N,$$

$$T_2(x) = f(0) + \frac{f'(0)\cdot x}{1!} + \frac{f''(0)\cdot x^2}{2!}$$

$$= 1 + \frac{x}{n} + \frac{(1-n)x^2}{2n^2}$$

pre $x \in \langle -1; \infty)$.

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[n]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{n}}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $x_0 = 0$, $n = 2,3,4,5,\ldots$.

$$f(x) = (1+x)^{\frac{1}{n}},\ x \in \langle -1; \infty), \quad f(0) = 1,$$

$$f'(x) = \tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1}{n}-1} = \tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}}, \quad f'(0) = \tfrac{1}{n},$$

$$f''(x) = \tfrac{1-n}{n} \cdot \tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}-1} = \tfrac{1-n}{n^2}(1+x)^{\frac{1-2n}{n}}, \quad f''(0) = \tfrac{1-n}{n^2},$$

$$f'''(x) = \tfrac{1-2n}{n} \cdot \tfrac{1-n}{n} \cdot \tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-3n}{n}}, \quad f'''(0) = \tfrac{(1-2n)(1-n)}{n^3},$$

$$f^{(4)}(x) = \tfrac{1-3n}{n} \cdot \tfrac{1-2n}{n} \cdot \tfrac{1-n}{n} \cdot \tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-4n}{n}}, \quad f^{(4)}(0) = \tfrac{(1-3n)(1-2n)(1-n)}{n^4},$$

$$\ldots,\ f^{(k)}(0) = \frac{[1-(k-1)n]\cdots(1-2n)(1-n)}{n^k} \text{ pre } k \in N,$$

$$T_3(x) = f(0) + \frac{f'(0)\cdot x}{1!} + \frac{f''(0)\cdot x^2}{2!} + \frac{f'''(0)\cdot x^3}{3!}$$

$$= 1 + \frac{x}{n} + \frac{(1-n)x^2}{2n^2} + \frac{(1-2n)(1-n)x^3}{6n^3}$$

pre $x \in \langle -1; \infty)$.

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x)=\sqrt[n]{1+x}=(1+x)^{\frac{1}{n}},\ x\in\langle -1;\infty),$ $x_0=0,\ n=2,3,4,5,\ldots.$

$$f(x)=(1+x)^{\frac{1}{n}},\ x\in\langle -1;\infty),\quad f(0)=1,$$

$$f'(x)=\tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1}{n}-1}=\tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}},\quad f'(0)=\tfrac{1}{n},$$

$$f''(x)=\tfrac{1-n}{n}\cdot\tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}-1}=\tfrac{1-n}{n^2}(1+x)^{\frac{1-2n}{n}},\quad f''(0)=\tfrac{1-n}{n^2},$$

$$f'''(x)=\tfrac{1-2n}{n}\cdot\tfrac{1-n}{n}\cdot\tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-3n}{n}},\quad f'''(0)=\tfrac{(1-2n)(1-n)}{n^3},$$

$$f^{(4)}(x)=\tfrac{1-3n}{n}\cdot\tfrac{1-2n}{n}\cdot\tfrac{1-n}{n}\cdot\tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-4n}{n}},\quad f^{(4)}(0)=\tfrac{(1-3n)(1-2n)(1-n)}{n^4},$$

$$\ldots,\ f^{(k)}(0)=\frac{[1-(k-1)n]\cdots(1-2n)(1-n)}{n^k}\ \text{pre } k\in N,$$

$$T_4(x)=f(0)+\frac{f'(0)\cdot x}{1!}+\frac{f''(0)\cdot x^2}{2!}+\frac{f'''(0)\cdot x^3}{3!}+\frac{f^{(4)}(0)\cdot x^4}{4!}$$

$$=1+\frac{x}{n}+\frac{(1-n)x^2}{2n^2}+\frac{(1-2n)(1-n)x^3}{6n^3}+\frac{(1-3n)(1-2n)(1-n)x^4}{24n^4}$$

pre $x\in\langle -1;\infty)$.

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x)=\sqrt[n]{1+x}=(1+x)^{\frac{1}{n}},\ x\in\langle -1;\infty),$ $x_0=0,\ n=2,3,4,5,\ldots.$

$$f(x)=(1+x)^{\frac{1}{n}},\ x\in\langle -1;\infty),\quad f(0)=1,$$

$$f'(x)=\tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1}{n}-1}=\tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}},\quad f'(0)=\tfrac{1}{n},$$

$$f''(x)=\frac{1-n}{n}\cdot\frac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}-1}=\frac{1-n}{n^2}(1+x)^{\frac{1-2n}{n}},\quad f''(0)=\frac{1-n}{n^2},$$

$$f'''(x)=\frac{1-2n}{n}\cdot\frac{1-n}{n}\cdot\frac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-3n}{n}},\quad f'''(0)=\frac{(1-2n)(1-n)}{n^3},$$

$$f^{(4)}(x)=\frac{1-3n}{n}\cdot\frac{1-2n}{n}\cdot\frac{1-n}{n}\cdot\frac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-4n}{n}},\quad f^{(4)}(0)=\frac{(1-3n)(1-2n)(1-n)}{n^4},$$

$$\ldots,\ f^{(k)}(0)=\frac{[1-(k-1)n]\cdots(1-2n)(1-n)}{n^k}\ \text{pre}\ k\in N,$$

$$T_n(x)=f(0)+\frac{f'(0)\cdot x}{1!}+\frac{f''(0)\cdot x^2}{2!}+\frac{f'''(0)\cdot x^3}{3!}+\frac{f^{(4)}(0)\cdot x^4}{4!}+\cdots+\frac{f^{(n)}(0)\cdot x^n}{n!}$$

$$=1+\frac{x}{n}+\frac{(1-n)x^2}{2n^2}+\frac{(1-2n)(1-n)x^3}{6n^3}+\frac{(1-3n)(1-2n)(1-n)x^4}{24n^4}+\cdots+\frac{f^{(n)}(0)\cdot x^n}{n!}$$

pre $x\in\langle -1;\infty)$.

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x)=\sqrt[n]{1+x}=(1+x)^{\frac{1}{n}},\ x\in\langle -1;\infty),$ $x_0=0,\ n=2,3,4,5,\ldots.$

$$f(x)=(1+x)^{\frac{1}{n}},\ x\in\langle -1;\infty),\quad f(0)=1,$$

$$f'(x)=\tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1}{n}-1}=\tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}},\quad f'(0)=\tfrac{1}{n},$$

$$f''(x)=\tfrac{1-n}{n}\cdot\tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-n}{n}-1}=\tfrac{1-n}{n^2}(1+x)^{\frac{1-2n}{n}},\quad f''(0)=\tfrac{1-n}{n^2},$$

$$f'''(x)=\tfrac{1-2n}{n}\cdot\tfrac{1-n}{n}\cdot\tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-3n}{n}},\quad f'''(0)=\frac{(1-2n)(1-n)}{n^3},$$

$$f^{(4)}(x)=\tfrac{1-3n}{n}\cdot\tfrac{1-2n}{n}\cdot\tfrac{1-n}{n}\cdot\tfrac{1}{n}(1+x)^{\frac{1-4n}{n}},\quad f^{(4)}(0)=\frac{(1-3n)(1-2n)(1-n)}{n^4},$$

$$\ldots,\ f^{(k)}(0)=\frac{[1-(k-1)n]\cdots(1-2n)(1-n)}{n^k}\ \text{pre } k\in N,$$

$$T_n(x)=f(0)+\frac{f'(0)\cdot x}{1!}+\frac{f''(0)\cdot x^2}{2!}+\frac{f'''(0)\cdot x^3}{3!}+\frac{f^{(4)}(0)\cdot x^4}{4!}+\cdots+\frac{f^{(n)}(0)\cdot x^n}{n!}$$

$$=1+\frac{x}{n}+\frac{(1-n)x^2}{2n^2}+\frac{(1-2n)(1-n)x^3}{6n^3}+\frac{(1-3n)(1-2n)(1-n)x^4}{24n^4}+\cdots+\frac{f^{(n)}(0)\cdot x^n}{n!}$$

pre $x\in\langle -1;\infty)$.

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[3]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{3}}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[3]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{3}}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$f(x) = (1+x)^{\frac{1}{3}}$, $x \in \langle -1; \infty)$,

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[3]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{3}},\ x \in \langle -1; \infty),$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = (1+x)^{\frac{1}{3}},\ x \in \langle -1; \infty),$$

$$f'(x) = \tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{2}{3}} = \frac{-(-1)}{3^1}(1+x)^{-\frac{2}{3}},$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[3]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{3}},\ x \in \langle -1; \infty),$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = (1+x)^{\frac{1}{3}},\ x \in \langle -1; \infty),$$

$$f'(x) = \tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{2}{3}} = \tfrac{-(-1)}{3^1}(1+x)^{-\frac{2}{3}},$$

$$f''(x) = \tfrac{-2}{3} \cdot \tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{5}{3}} = \tfrac{2\cdot(-1)}{3^2}(1+x)^{-\frac{5}{3}},$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[3]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{3}},\ x \in \langle -1; \infty),$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = (1+x)^{\frac{1}{3}},\ x \in \langle -1; \infty),$$

$$f'(x) = \tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{2}{3}} = \tfrac{-(-1)}{3^1}(1+x)^{-\frac{2}{3}},$$

$$f''(x) = \tfrac{-2}{3} \cdot \tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{5}{3}} = \tfrac{2\cdot(-1)}{3^2}(1+x)^{-\frac{5}{3}},$$

$$f'''(x) = \tfrac{-5}{3} \cdot \tfrac{-2}{3} \cdot \tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{8}{3}} = \tfrac{-5\cdot 2\cdot(-1)}{3^3}(1+x)^{-\frac{8}{3}},$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x)=\sqrt[3]{1+x}=(1+x)^{\frac{1}{3}},\ x\in\langle -1;\infty),$ $x_0=0,\ n\in N.$

$$f(x)=(1+x)^{\frac{1}{3}},\ x\in\langle -1;\infty),$$

$$f'(x)=\frac{1}{3}(1+x)^{-\frac{2}{3}}=\frac{-(-1)}{3^1}(1+x)^{-\frac{2}{3}},$$

$$f''(x)=\frac{-2}{3}\cdot\frac{1}{3}(1+x)^{-\frac{5}{3}}=\frac{2\cdot(-1)}{3^2}(1+x)^{-\frac{5}{3}},$$

$$f'''(x)=\frac{-5}{3}\cdot\frac{-2}{3}\cdot\frac{1}{3}(1+x)^{-\frac{8}{3}}=\frac{-5\cdot 2\cdot(-1)}{3^3}(1+x)^{-\frac{8}{3}},$$

$$f^{(4)}(x)=\frac{-8}{3}\cdot\frac{-5}{3}\cdot\frac{-2}{3}\cdot\frac{1}{3}(1+x)^{-\frac{11}{3}}=\frac{8\cdot 5\cdot 2\cdot(-1)}{3^4}(1+x)^{-\frac{11}{3}}$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[3]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{3}},\ x\in\langle -1;\infty),$ $x_0 = 0,\ n\in N.$

$$f(x)=(1+x)^{\frac{1}{3}},\ x\in\langle -1;\infty),$$

$$f'(x)=\tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{2}{3}}=\frac{-(-1)}{3^1}(1+x)^{-\frac{2}{3}},$$

$$f''(x)=\frac{-2}{3}\cdot\tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{5}{3}}=\frac{2\cdot(-1)}{3^2}(1+x)^{-\frac{5}{3}},$$

$$f'''(x)=\frac{-5}{3}\cdot\frac{-2}{3}\cdot\tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{8}{3}}=\frac{-5\cdot 2\cdot(-1)}{3^3}(1+x)^{-\frac{8}{3}},$$

$$f^{(4)}(x)=\frac{-8}{3}\cdot\frac{-5}{3}\cdot\frac{-2}{3}\cdot\tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{11}{3}}=\frac{8\cdot 5\cdot 2\cdot(-1)}{3^4}(1+x)^{-\frac{11}{3}}$$

$$\ldots,\ f^{(k)}(x)=\frac{(-1)^k\cdot(3k-4)\cdots(3\cdot3-4)\cdot(3\cdot2-4)\cdot(3\cdot1-4)}{3^k}(1+x)^{-\frac{3k-1}{3}},\ k\in N,$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[3]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{3}}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = (1+x)^{\frac{1}{3}},\ x \in \langle -1; \infty),\ f(0) = 1,$$

$$f'(x) = \tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{2}{3}} = \frac{-(-1)}{3^1}(1+x)^{-\frac{2}{3}},\ f'(0) = \frac{1}{3},$$

$$f''(x) = \frac{-2}{3}\cdot\frac{1}{3}(1+x)^{-\frac{5}{3}} = \frac{2\cdot(-1)}{3^2}(1+x)^{-\frac{5}{3}},\ f''(0) = -\frac{2}{9},$$

$$f'''(x) = \frac{-5}{3}\cdot\frac{-2}{3}\cdot\frac{1}{3}(1+x)^{-\frac{8}{3}} = \frac{-5\cdot 2\cdot(-1)}{3^3}(1+x)^{-\frac{8}{3}},\ f'''(0) = \frac{10}{27},$$

$$f^{(4)}(x) = \frac{-8}{3}\cdot\frac{-5}{3}\cdot\frac{-2}{3}\cdot\frac{1}{3}(1+x)^{-\frac{11}{3}} = \frac{8\cdot 5\cdot 2\cdot(-1)}{3^4}(1+x)^{-\frac{11}{3}}\ f^{(4)}(0) = -\frac{80}{81},$$

$$\ldots,\ f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^k\cdot(3k-4)\cdots(3\cdot 3-4)\cdot(3\cdot 2-4)\cdot(3\cdot 1-4)}{3^k}(1+x)^{-\frac{3k-1}{3}},\ k \in N,$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[3]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{3}},\ x \in \langle -1; \infty),$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = (1+x)^{\frac{1}{3}},\ x \in \langle -1; \infty),\ f(0) = 1,$$

$$f'(x) = \tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{2}{3}} = \frac{-(-1)}{3^1}(1+x)^{-\frac{2}{3}},\ f'(0) = \tfrac{1}{3},$$

$$f''(x) = \tfrac{-2}{3}\cdot\tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{5}{3}} = \frac{2\cdot(-1)}{3^2}(1+x)^{-\frac{5}{3}},\ f''(0) = -\tfrac{2}{9},$$

$$f'''(x) = \tfrac{-5}{3}\cdot\tfrac{-2}{3}\cdot\tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{8}{3}} = \frac{-5\cdot2\cdot(-1)}{3^3}(1+x)^{-\frac{8}{3}},\ f'''(0) = \tfrac{10}{27},$$

$$f^{(4)}(x) = \tfrac{-8}{3}\cdot\tfrac{-5}{3}\cdot\tfrac{-2}{3}\cdot\tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{11}{3}} = \frac{8\cdot5\cdot2\cdot(-1)}{3^4}(1+x)^{-\frac{11}{3}}\ f^{(4)}(0) = -\tfrac{80}{81},$$

$$\ldots,\ f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^k\cdot(3k-4)\cdots(3\cdot3-4)\cdot(3\cdot2-4)\cdot(3\cdot1-4)}{3^k}(1+x)^{-\frac{3k-1}{3}},\ k \in N,$$

$$T_1(x) = \sum_{k=0}^{1}\frac{f^{(k)}(0)\cdot x^k}{k!} = f(0) + \frac{f'(0)\cdot x}{1!}$$

$$= 1 + \frac{\frac{1}{3}x}{1!} \qquad = 1 + \frac{x}{3} \qquad ,\ x \geq -1.$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[3]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{3}},\ x \in \langle -1; \infty),$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = (1+x)^{\frac{1}{3}},\ x \in \langle -1; \infty),\ f(0) = 1,$$

$$f'(x) = \frac{1}{3}(1+x)^{-\frac{2}{3}} = \frac{-(-1)}{3^1}(1+x)^{-\frac{2}{3}},\ f'(0) = \frac{1}{3},$$

$$f''(x) = \frac{-2}{3}\cdot\frac{1}{3}(1+x)^{-\frac{5}{3}} = \frac{2\cdot(-1)}{3^2}(1+x)^{-\frac{5}{3}},\ f''(0) = -\frac{2}{9},$$

$$f'''(x) = \frac{-5}{3}\cdot\frac{-2}{3}\cdot\frac{1}{3}(1+x)^{-\frac{8}{3}} = \frac{-5\cdot2\cdot(-1)}{3^3}(1+x)^{-\frac{8}{3}},\ f'''(0) = \frac{10}{27},$$

$$f^{(4)}(x) = \frac{-8}{3}\cdot\frac{-5}{3}\cdot\frac{-2}{3}\cdot\frac{1}{3}(1+x)^{-\frac{11}{3}} = \frac{8\cdot5\cdot2\cdot(-1)}{3^4}(1+x)^{-\frac{11}{3}}\ f^{(4)}(0) = -\frac{80}{81},$$

$$\ldots,\ f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^k\cdot(3k-4)\cdots(3\cdot3-4)\cdot(3\cdot2-4)\cdot(3\cdot1-4)}{3^k}(1+x)^{-\frac{3k-1}{3}},\ k \in N,$$

$$T_2(x) = \sum_{k=0}^{2}\frac{f^{(k)}(0)\cdot x^k}{k!} = f(0) + \frac{f'(0)\cdot x}{1!} + \frac{f''(0)\cdot x^2}{2!}$$

$$= 1 + \frac{\frac{1}{3}x}{1!} + \frac{-\frac{2}{9}x^2}{2!} = 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9},\ x \geq -1.$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[3]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{3}},\ x \in \langle -1; \infty),$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = (1+x)^{\frac{1}{3}},\ x \in \langle -1; \infty),\ f(0) = 1,$$

$$f'(x) = \tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{2}{3}} = \tfrac{-(-1)}{3^1}(1+x)^{-\frac{2}{3}},\ f'(0) = \tfrac{1}{3},$$

$$f''(x) = \tfrac{-2}{3}\cdot\tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{5}{3}} = \tfrac{2\cdot(-1)}{3^2}(1+x)^{-\frac{5}{3}},\ f''(0) = -\tfrac{2}{9},$$

$$f'''(x) = \tfrac{-5}{3}\cdot\tfrac{-2}{3}\cdot\tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{8}{3}} = \tfrac{-5\cdot2\cdot(-1)}{3^3}(1+x)^{-\frac{8}{3}},\ f'''(0) = \tfrac{10}{27},$$

$$f^{(4)}(x) = \tfrac{-8}{3}\cdot\tfrac{-5}{3}\cdot\tfrac{-2}{3}\cdot\tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{11}{3}} = \tfrac{8\cdot5\cdot2\cdot(-1)}{3^4}(1+x)^{-\frac{11}{3}}\ f^{(4)}(0) = -\tfrac{80}{81},$$

$$\ldots,\ f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^k\cdot(3k-4)\cdots(3\cdot3-4)\cdot(3\cdot2-4)\cdot(3\cdot1-4)}{3^k}(1+x)^{-\frac{3k-1}{3}},\ k \in N,$$

$$T_3(x) = \sum_{k=0}^{3}\frac{f^{(k)}(0)\cdot x^k}{k!} = f(0) + \frac{f'(0)\cdot x}{1!} + \frac{f''(0)\cdot x^2}{2!} + \frac{f'''(0)\cdot x^3}{3!}$$

$$= 1 + \frac{\frac{1}{3}x}{1!} + \frac{-\frac{2}{9}x^2}{2!} + \frac{\frac{10}{27}x^3}{3!} = 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{5x^3}{81},\ x \geq -1.$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[3]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{3}},\ x \in \langle -1; \infty),$ $x_0 = 0,\ n \in N.$

$$f(x) = (1+x)^{\frac{1}{3}},\ x \in \langle -1; \infty),\ f(0) = 1,$$

$$f'(x) = \frac{1}{3}(1+x)^{-\frac{2}{3}} = \frac{-(-1)}{3^1}(1+x)^{-\frac{2}{3}},\ f'(0) = \frac{1}{3},$$

$$f''(x) = \frac{-2}{3} \cdot \frac{1}{3}(1+x)^{-\frac{5}{3}} = \frac{2 \cdot (-1)}{3^2}(1+x)^{-\frac{5}{3}},\ f''(0) = -\frac{2}{9},$$

$$f'''(x) = \frac{-5}{3} \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{1}{3}(1+x)^{-\frac{8}{3}} = \frac{-5 \cdot 2 \cdot (-1)}{3^3}(1+x)^{-\frac{8}{3}},\ f'''(0) = \frac{10}{27},$$

$$f^{(4)}(x) = \frac{-8}{3} \cdot \frac{-5}{3} \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{1}{3}(1+x)^{-\frac{11}{3}} = \frac{8 \cdot 5 \cdot 2 \cdot (-1)}{3^4}(1+x)^{-\frac{11}{3}}\ f^{(4)}(0) = -\frac{80}{81},$$

$$\ldots,\ f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^k \cdot (3k-4) \cdots (3 \cdot 3-4) \cdot (3 \cdot 2-4) \cdot (3 \cdot 1-4)}{3^k}(1+x)^{-\frac{3k-1}{3}},\ k \in N,$$

$$T_4(x) = \sum_{k=0}^{4} \frac{f^{(k)}(0) \cdot x^k}{k!} = f(0) + \frac{f'(0) \cdot x}{1!} + \frac{f''(0) \cdot x^2}{2!} + \frac{f'''(0) \cdot x^3}{3!} + \frac{f^{(4)}(0) \cdot x^4}{4!}$$

$$= 1 + \frac{\frac{1}{3}x}{1!} + \frac{-\frac{2}{9}x^2}{2!} + \frac{\frac{10}{27}x^3}{3!} + \frac{-\frac{80}{81}x^4}{4!} = 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{5x^3}{81} - \frac{10x^4}{243},\ x \geq -1.$$

Aproximácia funkcie pomocou Taylorovho polynómu

$f(x) = \sqrt[3]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{3}}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $x_0 = 0$, $n \in N$.

$$f(x) = (1+x)^{\frac{1}{3}},\ x \in \langle -1; \infty),\ f(0) = 1,$$

$$f'(x) = \tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{2}{3}} = \tfrac{-(-1)}{3^1}(1+x)^{-\frac{2}{3}},\ f'(0) = \tfrac{1}{3},$$

$$f''(x) = \tfrac{-2}{3} \cdot \tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{5}{3}} = \tfrac{2 \cdot (-1)}{3^2}(1+x)^{-\frac{5}{3}},\ f''(0) = -\tfrac{2}{9},$$

$$f'''(x) = \tfrac{-5}{3} \cdot \tfrac{-2}{3} \cdot \tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{8}{3}} = \tfrac{-5 \cdot 2 \cdot (-1)}{3^3}(1+x)^{-\frac{8}{3}},\ f'''(0) = \tfrac{10}{27},$$

$$f^{(4)}(x) = \tfrac{-8}{3} \cdot \tfrac{-5}{3} \cdot \tfrac{-2}{3} \cdot \tfrac{1}{3}(1+x)^{-\frac{11}{3}} = \tfrac{8 \cdot 5 \cdot 2 \cdot (-1)}{3^4}(1+x)^{-\frac{11}{3}}\ f^{(4)}(0) = -\tfrac{80}{81},$$

$$\ldots,\ f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^k \cdot (3k-4) \cdots (3 \cdot 3-4) \cdot (3 \cdot 2-4) \cdot (3 \cdot 1-4)}{3^k}(1+x)^{-\frac{3k-1}{3}},\ k \in N,$$

$$T_4(x) = \sum_{k=0}^{4} \frac{f^{(k)}(0) \cdot x^k}{k!} = f(0) + \frac{f'(0) \cdot x}{1!} + \frac{f''(0) \cdot x^2}{2!} + \frac{f'''(0) \cdot x^3}{3!} + \frac{f^{(4)}(0) \cdot x^4}{4!}$$

$$= 1 + \frac{\frac{1}{3}x}{1!} + \frac{-\frac{2}{9}x^2}{2!} + \frac{\frac{10}{27}x^3}{3!} + \frac{-\frac{80}{81}x^4}{4!} = 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{5x^3}{81} - \frac{10x^4}{243},\ x \geq -1.$$

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $\sqrt[3]{0{,}8}$, $x_0 = 0$.

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $\sqrt[3]{0,8}$, $x_0 = 0$.

$\sqrt[3]{0,8} = \sqrt[3]{1-0,2} = f(-0,2)$

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $\sqrt[3]{0{,}8}$, $x_0 = 0$.

$\sqrt[3]{0{,}8} = \sqrt[3]{1-0{,}2} = f(-0{,}2)$

Pre $x \in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x} \approx T_1(x) = 1 + \frac{x}{3}$

$\sqrt[3]{0{,}8} \approx T_1(-0{,}2) = 1 + \frac{-0{,}2}{3} = 0{,}933\,333$,

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $x \in (-1; \infty)$, $\sqrt[3]{0{,}8}$, $x_0 = 0$.

$$\sqrt[3]{0{,}8} = \sqrt[3]{1-0{,}2} = f(-0{,}2)$$

Pre $x \in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x} \approx T_2(x) = 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9}$

$$\sqrt[3]{0{,}8} \approx T_1(-0{,}2) = 1 + \frac{-0{,}2}{3} = 0{,}933\,333,$$

$$\sqrt[3]{0{,}8} \approx T_2(-0{,}2) = 1 + \frac{-0{,}2}{3} - \frac{(-0{,}2)^2}{9} = 0{,}928\,889,$$

Aproximácia a presnosť

$f(x)=\sqrt[3]{1+x}$, $x\in\langle -1;\infty)$, $\sqrt[3]{0{,}8}$, $x_0=0$.

$\sqrt[3]{0{,}8}=\sqrt[3]{1-0{,}2}=f(-0{,}2)$

Pre $x\in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x}\approx T_3(x)=1+\frac{x}{3}-\frac{x^2}{9}+\frac{5x^3}{81}$

$$\sqrt[3]{0{,}8}\approx T_1(-0{,}2)=1+\frac{-0{,}2}{3}=0{,}933\,333,$$

$$\sqrt[3]{0{,}8}\approx T_2(-0{,}2)=1+\frac{-0{,}2}{3}-\frac{(-0{,}2)^2}{9}=0{,}928\,889,$$

$$\sqrt[3]{0{,}8}\approx T_3(-0{,}2)=1+\frac{-0{,}2}{3}-\frac{(-0{,}2)^2}{9}+\frac{5\cdot(-0{,}2)^3}{81}=0{,}928\,395,$$

Aproximácia a presnosť

$f(x)=\sqrt[3]{1+x}$, $x\in\langle -1;\infty)$, $\sqrt[3]{0{,}8}$, $x_0=0$.

$\sqrt[3]{0{,}8}=\sqrt[3]{1-0{,}2}=f(-0{,}2)$

Pre $x\in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x}\approx T_4(x)=1+\frac{x}{3}-\frac{x^2}{9}+\frac{5x^3}{81}-\frac{10x^4}{243}$.

$$\sqrt[3]{0{,}8}\approx T_1(-0{,}2)=1+\tfrac{-0{,}2}{3}=0{,}933\,333,$$

$$\sqrt[3]{0{,}8}\approx T_2(-0{,}2)=1+\tfrac{-0{,}2}{3}-\tfrac{(-0{,}2)^2}{9}=0{,}928\,889,$$

$$\sqrt[3]{0{,}8}\approx T_3(-0{,}2)=1+\tfrac{-0{,}2}{3}-\tfrac{(-0{,}2)^2}{9}+\tfrac{5\cdot(-0{,}2)^3}{81}=0{,}928\,395,$$

$$\sqrt[3]{0{,}8}\approx T_4(-0{,}2)=1+\tfrac{-0{,}2}{3}-\tfrac{(-0{,}2)^2}{9}+\tfrac{5\cdot(-0{,}2)^3}{81}-\tfrac{10\cdot(-0{,}2)^4}{243}=0{,}928\,329,$$

Aproximácia a presnosť

$f(x)=\sqrt[3]{1+x}$, $x\in\langle -1;\infty)$, $\sqrt[3]{0{,}8}$, $x_0=0$.

$\sqrt[3]{0{,}8}=\sqrt[3]{1-0{,}2}=f(-0{,}2)$

Pre $x\in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x}\approx T_4(x)=1+\frac{x}{3}-\frac{x^2}{9}+\frac{5x^3}{81}-\frac{10x^4}{243}$.

$\sqrt[3]{0{,}8}\approx T_1(-0{,}2)=1+\frac{-0{,}2}{3}=0{,}933\,333$,

teoretická chyba $|R_1(-0{,}2)|<\frac{0{,}2^2}{9\cdot 0{,}8^2}=0{,}006\,944$,

$\sqrt[3]{0{,}8}\approx T_2(-0{,}2)=1+\frac{-0{,}2}{3}-\frac{(-0{,}2)^2}{9}=0{,}928\,889$,

teoretická chyba $|R_2(-0{,}2)|<\frac{5\cdot 0{,}2^3}{81\cdot 0{,}8^3}=0{,}000\,965$,

$\sqrt[3]{0{,}8}\approx T_3(-0{,}2)=1+\frac{-0{,}2}{3}-\frac{(-0{,}2)^2}{9}+\frac{5\cdot(-0{,}2)^3}{81}=0{,}928\,395$,

teoretická chyba $|R_3(-0{,}2)|<\frac{10\cdot 0{,}2^4}{243\cdot 0{,}8^4}=0{,}000\,161$,

$\sqrt[3]{0{,}8}\approx T_4(-0{,}2)=1+\frac{-0{,}2}{3}-\frac{(-0{,}2)^2}{9}+\frac{5\cdot(-0{,}2)^3}{81}-\frac{10\cdot(-0{,}2)^4}{243}=0{,}928\,329$,

teoretická chyba $|R_4(-0{,}2)|<\frac{22\cdot 0{,}2^5}{729\cdot 0{,}8^5}=0{,}000\,029$,

Aproximácia a presnosť

$f(x)=\sqrt[3]{1+x},\ x\in\langle -1;\infty),$ $\sqrt[3]{0{,}8}\approx 0{,}928\,329,$ $x_0=0.$

$\sqrt[3]{0{,}8}=\sqrt[3]{1-0{,}2}=f(-0{,}2)$ presne $\sqrt[3]{0{,}8}=0{,}928\,318.$

Pre $x\in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x}\approx T_4(x)=1+\frac{x}{3}-\frac{x^2}{9}+\frac{5x^3}{81}-\frac{10x^4}{243}.$

$\sqrt[3]{0{,}8}\approx T_1(-0{,}2)=1+\frac{-0{,}2}{3}=0{,}933\,333,$

teoretická chyba $|R_1(-0{,}2)|<\frac{0{,}2^2}{9\cdot 0{,}8^2}=0{,}006\,944,$ skutočná chyba $0{,}005\,015.$

$\sqrt[3]{0{,}8}\approx T_2(-0{,}2)=1+\frac{-0{,}2}{3}-\frac{(-0{,}2)^2}{9}=0{,}928\,889,$

teoretická chyba $|R_2(-0{,}2)|<\frac{5\cdot 0{,}2^3}{81\cdot 0{,}8^3}=0{,}000\,965,$ skutočná chyba $0{,}000\,571.$

$\sqrt[3]{0{,}8}\approx T_3(-0{,}2)=1+\frac{-0{,}2}{3}-\frac{(-0{,}2)^2}{9}+\frac{5\cdot(-0{,}2)^3}{81}=0{,}928\,395,$

teoretická chyba $|R_3(-0{,}2)|<\frac{10\cdot 0{,}2^4}{243\cdot 0{,}8^4}=0{,}000\,161,$ skutočná chyba $0{,}000\,077.$

$\sqrt[3]{0{,}8}\approx T_4(-0{,}2)=1+\frac{-0{,}2}{3}-\frac{(-0{,}2)^2}{9}+\frac{5\cdot(-0{,}2)^3}{81}-\frac{10\cdot(-0{,}2)^4}{243}=0{,}928\,329,$

teoretická chyba $|R_4(-0{,}2)|<\frac{22\cdot 0{,}2^5}{729\cdot 0{,}8^5}=0{,}000\,029,$ skutočná chyba $0{,}000\,011.$

Aproximácia a presnosť

$f(x)=\sqrt[3]{1+x}$, $x\in\langle -1;\infty)$, $\sqrt[3]{1,2}$, $x_0=0$.

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $\sqrt[3]{1{,}2}$, $x_0 = 0$.

$$\sqrt[3]{1{,}2} = \sqrt[3]{1+0{,}2} = f(0{,}2)$$

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $\sqrt[3]{1,2}$, $x_0 = 0$.

$\sqrt[3]{1,2} = \sqrt[3]{1+0,2} = f(0,2)$

Pre $x \in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x} \approx T_1(x) = 1 + \frac{x}{3}$

$\sqrt[3]{1,2} \approx T_1(0,2) = 1 + \frac{0,2}{3} = 1{,}066\,667,$

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $\sqrt[3]{1{,}2}$, $x_0 = 0$.

$\sqrt[3]{1{,}2} = \sqrt[3]{1+0{,}2} = f(0{,}2)$

Pre $x \in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x} \approx T_2(x) = 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9}$

$\sqrt[3]{1{,}2} \approx T_1(0{,}2) = 1 + \frac{0{,}2}{3} = 1{,}066\,667,$

$\sqrt[3]{1{,}2} \approx T_2(0{,}2) = 1 + \frac{0{,}2}{3} - \frac{0{,}2^2}{9} = 1{,}062\,222,$

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $\sqrt[3]{1,2}$, $x_0 = 0$.

$\sqrt[3]{1,2} = \sqrt[3]{1+0,2} = f(0,2)$

Pre $x \in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x} \approx T_3(x) = 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{5x^3}{81}$

$\sqrt[3]{1,2} \approx T_1(0,2) = 1 + \frac{0,2}{3} = 1,066\,667,$

$\sqrt[3]{1,2} \approx T_2(0,2) = 1 + \frac{0,2}{3} - \frac{0,2^2}{9} = 1,062\,222,$

$\sqrt[3]{1,2} \approx T_3(0,2) = 1 + \frac{0,2}{3} - \frac{0,2^2}{9} + \frac{5 \cdot 0,2^3}{81} = 1,062\,716,$

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $\sqrt[3]{1,2}$, $x_0 = 0$.

$\sqrt[3]{1,2} = \sqrt[3]{1+0,2} = f(0,2)$

Pre $x \in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x} \approx T_4(x) = 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{5x^3}{81} - \frac{10x^4}{243}$.

$\sqrt[3]{1,2} \approx T_1(0,2) = 1 + \frac{0,2}{3} = 1{,}066\,667,$

$\sqrt[3]{1,2} \approx T_2(0,2) = 1 + \frac{0,2}{3} - \frac{0,2^2}{9} = 1{,}062\,222,$

$\sqrt[3]{1,2} \approx T_3(0,2) = 1 + \frac{0,2}{3} - \frac{0,2^2}{9} + \frac{5 \cdot 0,2^3}{81} = 1{,}062\,716,$

$\sqrt[3]{1,2} \approx T_4(0,2) = 1 + \frac{0,2}{3} - \frac{0,2^2}{9} + \frac{5 \cdot 0,2^3}{81} - \frac{10 \cdot 0,2^4}{243} = 1{,}062\,650,$

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $\sqrt[3]{1{,}2}$, $x_0 = 0$.

$\sqrt[3]{1{,}2} = \sqrt[3]{1+0{,}2} = f(0{,}2)$

Pre $x \in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x} \approx T_4(x) = 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{5x^3}{81} - \frac{10x^4}{243}$.

$\sqrt[3]{1{,}2} \approx T_1(0{,}2) = 1 + \frac{0{,}2}{3} = 1{,}066\,667$,

teoretická chyba $|R_1(0{,}2)| < \frac{0{,}2^2}{9} = 0{,}004\,444$,

$\sqrt[3]{1{,}2} \approx T_2(0{,}2) = 1 + \frac{0{,}2}{3} - \frac{0{,}2^2}{9} = 1{,}062\,222$,

teoretická chyba $|R_2(0{,}2)| < \frac{5 \cdot 0{,}2^3}{81} = 0{,}000\,494$,

$\sqrt[3]{1{,}2} \approx T_3(0{,}2) = 1 + \frac{0{,}2}{3} - \frac{0{,}2^2}{9} + \frac{5 \cdot 0{,}2^3}{81} = 1{,}062\,716$,

teoretická chyba $|R_3(0{,}2)| < \frac{10 \cdot 0{,}2^4}{243} = 0{,}000\,066$,

$\sqrt[3]{1{,}2} \approx T_4(0{,}2) = 1 + \frac{0{,}2}{3} - \frac{0{,}2^2}{9} + \frac{5 \cdot 0{,}2^3}{81} - \frac{10 \cdot 0{,}2^4}{243} = 1{,}062\,650$,

teoretická chyba $|R_4(0{,}2)| < \frac{22 \cdot 0{,}2^5}{729} = 0{,}000\,010$,

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $x \in (-1; \infty)$, $\sqrt[3]{1{,}2} \approx 1{,}062\,650$, $x_0 = 0$.

$\sqrt[3]{1{,}2} = \sqrt[3]{1+0{,}2} = f(0{,}2)$ presne $\sqrt[3]{1{,}2} = 1{,}062\,659$.

Pre $x \in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x} \approx T_4(x) = 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{5x^3}{81} - \frac{10x^4}{243}$.

$\sqrt[3]{1{,}2} \approx T_1(0{,}2) = 1 + \frac{0{,}2}{3} = 1{,}066\,667$,

teoretická chyba $|R_1(0{,}2)| < \frac{0{,}2^2}{9} = 0{,}004\,444$, skutočná chyba $0{,}004\,008$.

$\sqrt[3]{1{,}2} \approx T_2(0{,}2) = 1 + \frac{0{,}2}{3} - \frac{0{,}2^2}{9} = 1{,}062\,222$,

teoretická chyba $|R_2(0{,}2)| < \frac{5\cdot 0{,}2^3}{81} = 0{,}000\,494$, skutočná chyba $0{,}000\,437$.

$\sqrt[3]{1{,}2} \approx T_3(0{,}2) = 1 + \frac{0{,}2}{3} - \frac{0{,}2^2}{9} + \frac{5\cdot 0{,}2^3}{81} = 1{,}062\,716$,

teoretická chyba $|R_3(0{,}2)| < \frac{10\cdot 0{,}2^4}{243} = 0{,}000\,066$, skutočná chyba $0{,}000\,057$.

$\sqrt[3]{1{,}2} \approx T_4(0{,}2) = 1 + \frac{0{,}2}{3} - \frac{0{,}2^2}{9} + \frac{5\cdot 0{,}2^3}{81} - \frac{10\cdot 0{,}2^4}{243} = 1{,}062\,650$,

teoretická chyba $|R_4(0{,}2)| < \frac{22\cdot 0{,}2^5}{729} = 0{,}000\,010$, skutočná chyba $0{,}000\,009$.

Aproximácia a presnosť

$f(x)=\sqrt[3]{1+x}$, $x\in\langle -1;\infty)$, $\sqrt[3]{2}$, $x_0=0$.

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $\sqrt[3]{2}$, $x_0 = 0$.

$\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{1+1} = f(1)$

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $\sqrt[3]{2}$, $x_0 = 0$.

$\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{1+1} = f(1)$

Pre $x \in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x} \approx T_1(x) = 1 + \frac{x}{3}$

$\sqrt[3]{2} \approx T_1(1) = 1 + \frac{1}{3} = 1{,}333\,333$,

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $\sqrt[3]{2}$, $x_0 = 0$.

$\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{1+1} = f(1)$

Pre $x \in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x} \approx T_2(x) = 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9}$

$\sqrt[3]{2} \approx T_1(1) = 1 + \frac{1}{3} = 1{,}333\,333$,

$\sqrt[3]{2} \approx T_2(1) = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1^2}{9} = 1{,}222\,222$

Aproximácia a presnosť

$f(x)=\sqrt[3]{1+x}$, $x\in\langle -1;\infty)$, $\sqrt[3]{2}$, $x_0=0$.

$\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{1+1}=f(1)$

Pre $x\in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x}\approx T_3(x)=1+\frac{x}{3}-\frac{x^2}{9}+\frac{5x^3}{81}$

$\sqrt[3]{2}\approx T_1(1)=1+\frac{1}{3}=1{,}333\,333$,

$\sqrt[3]{2}\approx T_2(1)=1+\frac{1}{3}-\frac{1^2}{9}=1{,}222\,222$

$\sqrt[3]{2}\approx T_3(1)=1+\frac{1}{3}-\frac{1^2}{9}+\frac{5\cdot 1^3}{81}=1{,}283\,951$,

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $\sqrt[3]{2}$, $x_0 = 0$.

$\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{1+1} = f(1)$

Pre $x \in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x} \approx T_4(x) = 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{5x^3}{81} - \frac{10x^4}{243}$.

$\sqrt[3]{2} \approx T_1(1) = 1 + \frac{1}{3} = 1{,}333\,333$,

$\sqrt[3]{2} \approx T_2(1) = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1^2}{9} = 1{,}222\,222$

$\sqrt[3]{2} \approx T_3(1) = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1^2}{9} + \frac{5 \cdot 1^3}{81} = 1{,}283\,951$,

$\sqrt[3]{2} \approx T_4(1) = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1^2}{9} + \frac{5 \cdot 1^3}{81} - \frac{10 \cdot 1^4}{243} = 1{,}242\,798$,

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $\sqrt[3]{2}$, $x_0 = 0.$

$\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{1+1} = f(1)$

Pre $x \in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x} \approx T_4(x) = 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{5x^3}{81} - \frac{10x^4}{243}$.

$\sqrt[3]{2} \approx T_1(1) = 1 + \frac{1}{3} = 1{,}333\,333,$

teoretická chyba $|R_1(1)| < \frac{1^2}{9} = 0{,}111\,111,$

$\sqrt[3]{2} \approx T_2(1) = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1^2}{9} = 1{,}222\,222$

teoretická chyba $|R_2(1)| < \frac{5 \cdot 1^3}{81} = 0{,}061\,728,$

$\sqrt[3]{2} \approx T_3(1) = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1^2}{9} + \frac{5 \cdot 1^3}{81} = 1{,}283\,951,$

teoretická chyba $|R_3(1)| < \frac{10 \cdot 1^4}{243} = 0{,}041\,152,$

$\sqrt[3]{2} \approx T_4(1) = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1^2}{9} + \frac{5 \cdot 1^3}{81} - \frac{10 \cdot 1^4}{243} = 1{,}242\,798,$

teoretická chyba $|R_4(1)| < \frac{22 \cdot 1^5}{729} = 0{,}030\,178,$

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $\sqrt[3]{2} \approx 1{,}242\,798$, $x_0 = 0$.

$\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{1+1} = f(1)$ presne $\sqrt[3]{2} = 1{,}259\,921$.

Pre $x \in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x} \approx T_4(x) = 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{5x^3}{81} - \frac{10x^4}{243}$.

$\sqrt[3]{2} \approx T_1(1) = 1 + \frac{1}{3} = 1{,}333\,333$,

teoretická chyba $|R_1(1)| < \frac{1^2}{9} = 0{,}111\,111$, skutočná chyba $0{,}073\,412$.

$\sqrt[3]{2} \approx T_2(1) = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1^2}{9} = 1{,}222\,222$

teoretická chyba $|R_2(1)| < \frac{5\cdot 1^3}{81} = 0{,}061\,728$, skutočná chyba $0{,}037\,699$.

$\sqrt[3]{2} \approx T_3(1) = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1^2}{9} + \frac{5\cdot 1^3}{81} = 1{,}283\,951$,

teoretická chyba $|R_3(1)| < \frac{10\cdot 1^4}{243} = 0{,}041\,152$, skutočná chyba $0{,}024\,030$.

$\sqrt[3]{2} \approx T_4(1) = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1^2}{9} + \frac{5\cdot 1^3}{81} - \frac{10\cdot 1^4}{243} = 1{,}242\,798$,

teoretická chyba $|R_4(1)| < \frac{22\cdot 1^5}{729} = 0{,}030\,178$, skutočná chyba $0{,}017\,123$.

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $\sqrt[3]{8}$, $x_0 = 0$.

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $\sqrt[3]{8}$, $x_0 = 0$.

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{1+7} = f(7)$$

Aproximácia a presnosť

$f(x)=\sqrt[3]{1+x}$, $x\in\langle -1;\infty)$, $\sqrt[3]{8}$, $x_0=0$.

$\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{1+7}=f(7)$

Pre $x\in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x}\approx T_1(x)=1+\frac{x}{3}$

$\sqrt[3]{8}\approx T_1(7)=1+\frac{7}{3}=3{,}333\,333,$

Aproximácia a presnosť

$f(x)=\sqrt[3]{1+x}$, $x\in\langle -1;\infty)$, $\sqrt[3]{8}$, $x_0=0$.

$\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{1+7}=f(7)$

Pre $x\in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x}\approx T_2(x)=1+\frac{x}{3}-\frac{x^2}{9}$

$\sqrt[3]{8}\approx T_1(7)=1+\frac{7}{3}=3{,}333\,333,$

$\sqrt[3]{8}\approx T_2(7)=1+\frac{7}{3}-\frac{7^2}{9}=-2{,}111\,111$ (záporné!),

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $x \in \langle -1; \infty)$, $\sqrt[3]{8}$, $x_0 = 0$.

$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{1+7} = f(7)$

Pre $x \in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x} \approx T_3(x) = 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{5x^3}{81}$

$\sqrt[3]{8} \approx T_1(7) = 1 + \frac{7}{3} = 3{,}333\,333$,

$\sqrt[3]{8} \approx T_2(7) = 1 + \frac{7}{3} - \frac{7^2}{9} = -2{,}111\,111$ (záporné!),

$\sqrt[3]{8} \approx T_3(7) = 1 + \frac{7}{3} - \frac{7^2}{9} + \frac{5 \cdot 7^3}{81} = 19{,}061\,728$,

Aproximácia a presnosť

$f(x)=\sqrt[3]{1+x}$, $x\in\langle -1;\infty)$, $\sqrt[3]{8}$, $x_0=0.$

$\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{1+7}=f(7)$

Pre $x\in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x}\approx T_4(x)=1+\frac{x}{3}-\frac{x^2}{9}+\frac{5x^3}{81}-\frac{10x^4}{243}$.

$\sqrt[3]{8}\approx T_1(7)=1+\frac{7}{3}=3{,}333\,333$,

$\sqrt[3]{8}\approx T_2(7)=1+\frac{7}{3}-\frac{7^2}{9}=-2{,}111\,111$ (záporné!),

$\sqrt[3]{8}\approx T_3(7)=1+\frac{7}{3}-\frac{7^2}{9}+\frac{5\cdot 7^3}{81}=19{,}061\,728$,

$\sqrt[3]{8}\approx T_4(7)=1+\frac{7}{3}-\frac{7^2}{9}+\frac{5\cdot 7^3}{81}-\frac{10\cdot 7^4}{243}=-79{,}744\,856$ (záporné!),

Aproximácia a presnosť

$f(x) = \sqrt[3]{1+x},\ x \in \langle -1; \infty),$ $\sqrt[3]{8}$, $x_0 = 0.$

$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{1+7} = f(7)$

Pre $x \in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x} \approx T_4(x) = 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{5x^3}{81} - \frac{10x^4}{243}.$

$\sqrt[3]{8} \approx T_1(7) = 1 + \frac{7}{3} = 3{,}333\,333,$

teoretická chyba $|R_1(7)| < \frac{7^2}{9} = 5{,}444\,444,$

$\sqrt[3]{8} \approx T_2(7) = 1 + \frac{7}{3} - \frac{7^2}{9} = -2{,}111\,111$ (záporné!),

teoretická chyba $|R_2(7)| < \frac{5\cdot 7^3}{81} = 21{,}172\,840,$

$\sqrt[3]{8} \approx T_3(7) = 1 + \frac{7}{3} - \frac{7^2}{9} + \frac{5\cdot 7^3}{81} = 19{,}061\,728,$

teoretická chyba $|R_3(7)| < \frac{10\cdot 7^4}{243} = 98{,}806\,584,$

$\sqrt[3]{8} \approx T_4(7) = 1 + \frac{7}{3} - \frac{7^2}{9} + \frac{5\cdot 7^3}{81} - \frac{10\cdot 7^4}{243} = -79{,}744\,856$ (záporné!),

teoretická chyba $|R_4(7)| < \frac{22\cdot 7^5}{729} = 507{,}207\,133,$

Aproximácia a presnosť

$f(x)=\sqrt[3]{1+x},\ x\in\langle -1;\infty),$ $\sqrt[3]{8}\approx -79{,}744\,856,$ $x_0=0.$

$\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{1+7}=f(7)$ presne $\sqrt[3]{8}=2{,}000\,000.$

Pre $x\in O(0)$ aproximujeme $\sqrt[3]{1+x}\approx T_4(x)=1+\frac{x}{3}-\frac{x^2}{9}+\frac{5x^3}{81}-\frac{10x^4}{243}.$

$\sqrt[3]{8}\approx T_1(7)=1+\frac{7}{3}=3{,}333\,333,$

teoretická chyba $|R_1(7)|<\frac{7^2}{9}=5{,}444\,444,$ skutočná chyba $1{,}333\,333.$

$\sqrt[3]{8}\approx T_2(7)=1+\frac{7}{3}-\frac{7^2}{9}=-2{,}111\,111$ (záporné!),

teoretická chyba $|R_2(7)|<\frac{5\cdot 7^3}{81}=21{,}172\,840,$ skutočná chyba $4{,}111\,111.$

$\sqrt[3]{8}\approx T_3(7)=1+\frac{7}{3}-\frac{7^2}{9}+\frac{5\cdot 7^3}{81}=19{,}061\,728,$

teoretická chyba $|R_3(7)|<\frac{10\cdot 7^4}{243}=98{,}806\,584,$ skutočná chyba $17{,}061\,728.$

$\sqrt[3]{8}\approx T_4(7)=1+\frac{7}{3}-\frac{7^2}{9}+\frac{5\cdot 7^3}{81}-\frac{10\cdot 7^4}{243}=-79{,}744\,856$ (záporné!),

teoretická chyba $|R_4(7)|<\frac{22\cdot 7^5}{729}=507{,}207\,133,$ skutočná chyba $81{,}744\,856.$

Aproximácia a presnosť

$$\sqrt[3]{1+x} \approx T_4(x) = 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{5x^3}{81} - \frac{10x^4}{243} \quad \text{pre } x \in \langle -1; \infty)$$

teoretická chyba $R_n(x) = \frac{f^{(n)}(\theta x)\cdot x^n}{n!}$, kde $n \in N$, $\theta \in (0; 1)$.

$x = -1.00$ presne $\sqrt[3]{0.00} = \sqrt[3]{1-1.00} = 0$

$$\sqrt[3]{0.00} \approx T_1(-1.00) = 1 - \frac{1.00}{3} = 0.66666667$$

skutočná chyba 0.66666667

$$\sqrt[3]{0.00} \approx T_2(-1.00) = 1 - \frac{1.00}{3} - \frac{1.00^2}{9} = 0.55555556$$

skutočná chyba 0.55555556

$$\sqrt[3]{0.00} \approx T_3(-1.00) = 1 - \frac{1.00}{3} - \frac{1.00^2}{9} - \frac{5\cdot 1.00^3}{81} = 0.49382716$$

skutočná chyba 0.49382716

$$\sqrt[3]{0.00} \approx T_4(-1.00) = 1 - \frac{1.00}{3} - \frac{1.00^2}{9} - \frac{5\cdot 1.00^3}{81} - \frac{10\cdot 1.00^4}{243} = 0.4526749$$

skutočná chyba 0.4526749