Matematická analýza 1

2018/2019

8. Derivácia funkcie

Obsah

1. Derivácia funkcie
2. Jednoduché príklady
3. Derivácie elementárnych funkcií
4. Základné pravidlá pre výpočet
5. Derivácia inverznej a zloženej funkcie
6. Logaritmická derivácia
7. Dotyčnica ku grafu funkcie
8. Diferenciál funkcie a jeho aplikácie
9. Derivácie vyšších rádov
10. Derivácia funkcie zadanej parametricky

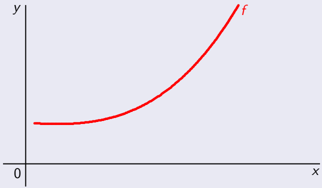
Derivácia funkcie – 1. motivačný príklad

Derivácia – smernica dotyčnice ku grafu funkcie v danom bode.

Derivácia funkcie – 1. motivačný príklad

Derivácia – smernica dotyčnice ku grafu funkcie v danom bode.

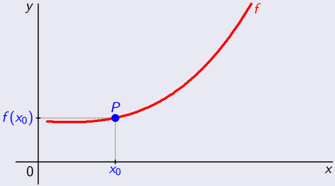
Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je spojitá,



Derivácia funkcie – 1. motivačný príklad

Derivácia – smernica dotyčnice ku grafu funkcie v danom bode.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je spojitá, bod $P = [x_0; f(x_0)]$ leží na grafe f.

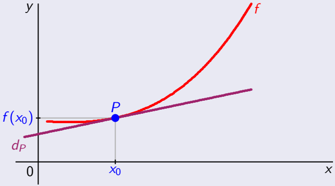


Derivácia funkcie – 1. motivačný príklad

Derivácia – smernica dotyčnice ku grafu funkcie v danom bode.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je spojitá, bod $P = [x_0; f(x_0)]$ leží na grafe f.

Dotyčnica k f v bode P má tvar d_P: .

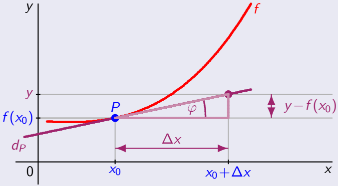


Derivácia funkcie – 1. motivačný príklad

Derivácia – smernica dotyčnice ku grafu funkcie v danom bode.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je spojitá, bod $P = [x_0; f(x_0)]$ leží na grafe f.

Dotyčnica k f v bode P má tvar d_P: $y - f(x_0) = \operatorname{tg}\varphi(x_0 + \Delta x - x_0) = \operatorname{tg}\varphi\,\Delta x$.



$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{y - f(x_0)}{\Delta x}$$ [smernica d_P],

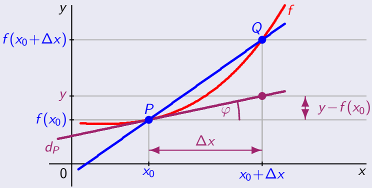
Derivácia funkcie – 1. motivačný príklad

Derivácia – smernica dotyčnice ku grafu funkcie v danom bode.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je spojitá, bod $P = [x_0; f(x_0)]$ leží na grafe f.

Dotyčnica k f v bode P má tvar d_P: $y - f(x_0) = \operatorname{tg}\varphi(x_0 + \Delta x - x_0) = \operatorname{tg}\varphi\,\Delta x$.

Priamka PQ, pričom bod $Q = [x_0 + \Delta x; f(x_0 + \Delta x)]$ leží na grafe funkcie f.



$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{y - f(x_0)}{\Delta x} \qquad [\text{smernica } d_p],$$

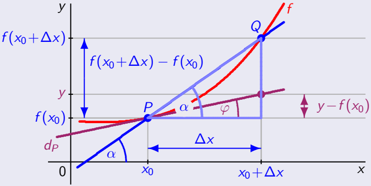
Derivácia funkcie – 1. motivačný príklad

Derivácia – smernica dotyčnice ku grafu funkcie v danom bode.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je spojitá, bod $P = [x_0; f(x_0)]$ leží na grafe f.

Dotyčnica k f v bode P má tvar d_P: $y - f(x_0) = \operatorname{tg}\varphi(x_0 + \Delta x - x_0) = \operatorname{tg}\varphi\,\Delta x$.

Priamka PQ, pričom bod $Q = [x_0 + \Delta x; f(x_0 + \Delta x)]$ leží na grafe funkcie f.



$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{y - f(x_0)}{\Delta x} \qquad \text{[smernica } d_p\text{]},$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{f(x_0+\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \qquad \text{[smernica } PQ\text{]}.$$

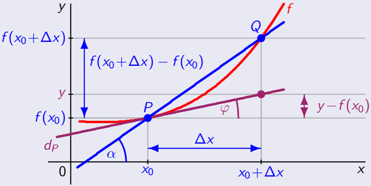
Derivácia funkcie – 1. motivačný príklad

Derivácia – smernica dotyčnice ku grafu funkcie v danom bode.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je spojitá, bod $P = [x_0; f(x_0)]$ leží na grafe f.

Dotyčnica k f v bode P má tvar d_P: $y - f(x_0) = \operatorname{tg}\varphi(x_0 + \Delta x - x_0) = \operatorname{tg}\varphi\,\Delta x$.

Priamka PQ, pričom bod $Q = [x_0 + \Delta x; f(x_0 + \Delta x)]$ leží na grafe funkcie f.



$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{y - f(x_0)}{\Delta x} \qquad [\text{smernica } d_p],$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \qquad [\text{smernica } PQ].$$

$Q \to P \Rightarrow PQ \to d_P$, $\Delta x \to 0$, $\alpha \to \varphi$,

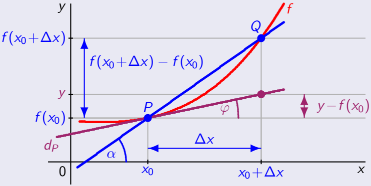
Derivácia funkcie – 1. motivačný príklad

Derivácia – smernica dotyčnice ku grafu funkcie v danom bode.

Funkcia $y=f(x)$, $x\in D(f)$ je spojitá, bod $P=[x_0;f(x_0)]$ leží na grafe f.

Dotyčnica k f v bode P má tvar d_P: $y-f(x_0)=\operatorname{tg}\varphi(x_0+\Delta x-x_0)=\operatorname{tg}\varphi\,\Delta x$.

Priamka PQ, pričom bod $Q=[x_0+\Delta x;f(x_0+\Delta x)]$ leží na grafe funkcie f.



$\operatorname{tg}\varphi=\dfrac{y-f(x_0)}{\Delta x}$ [smernica d_p],

$\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$ [smernica PQ].

$Q\to P\Rightarrow PQ\to d_P$, $\Delta x\to 0$, $\alpha\to\varphi$,

t. j. $f(x_0+\Delta x)\to f(x_0)$ pre $\Delta x\to 0$,

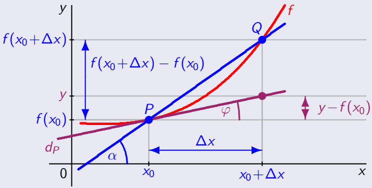
Derivácia funkcie – 1. motivačný príklad

Derivácia – smernica dotyčnice ku grafu funkcie v danom bode.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je spojitá, bod $P = [x_0; f(x_0)]$ leží na grafe f.

Dotyčnica k f v bode P má tvar d_P: $y - f(x_0) = \operatorname{tg}\varphi(x_0 + \Delta x - x_0) = \operatorname{tg}\varphi\, \Delta x$.

Priamka PQ, pričom bod $Q = [x_0 + \Delta x; f(x_0 + \Delta x)]$ leží na grafe funkcie f.



$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{y - f(x_0)}{\Delta x} \qquad \text{[smernica } d_p\text{]},$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{f(x_0+\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \qquad \text{[smernica } PQ\text{]}.$$

$Q \to P \Rightarrow PQ \to d_P$, $\Delta x \to 0$, $\alpha \to \varphi$,

t. j. $f(x_0 + \Delta x) \to f(x_0)$ pre $\Delta x \to 0$,

t. j. $\operatorname{tg}\alpha \to \operatorname{tg}\varphi$ pre $\alpha \to \varphi$.

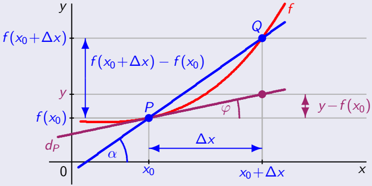
Derivácia funkcie – 1. motivačný príklad

Derivácia – smernica dotyčnice ku grafu funkcie v danom bode.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je spojitá, bod $P = [x_0; f(x_0)]$ leží na grafe f.

Dotyčnica k f v bode P má tvar d_P: $y - f(x_0) = \operatorname{tg}\varphi(x_0 + \Delta x - x_0) = \operatorname{tg}\varphi\,\Delta x$.

Priamka PQ, pričom bod $Q = [x_0 + \Delta x; f(x_0 + \Delta x)]$ leží na grafe funkcie f.



$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{y - f(x_0)}{\Delta x} \qquad [\text{smernica } d_p],$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \qquad [\text{smernica } PQ].$$

$Q \to P \Rightarrow PQ \to d_P$, $\Delta x \to 0$, $\alpha \to \varphi$,

t. j. $f(x_0 + \Delta x) \to f(x_0)$ pre $\Delta x \to 0$,

t. j. $\operatorname{tg}\alpha \to \operatorname{tg}\varphi$ pre $\alpha \to \varphi$.

Smernica dotyčnice ku grafu funkcie f v bode $P = [x_0; f(x_0)]$

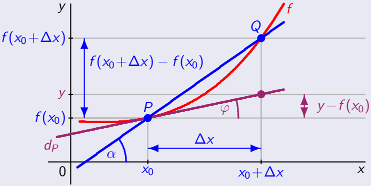
Derivácia funkcie – 1. motivačný príklad

Derivácia – smernica dotyčnice ku grafu funkcie v danom bode.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je spojitá, bod $P = [x_0; f(x_0)]$ leží na grafe f.

Dotyčnica k f v bode P má tvar d_P: $y - f(x_0) = \operatorname{tg}\varphi(x_0 + \Delta x - x_0) = \operatorname{tg}\varphi\,\Delta x$.

Priamka PQ, pričom bod $Q = [x_0 + \Delta x; f(x_0 + \Delta x)]$ leží na grafe funkcie f.



$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{y - f(x_0)}{\Delta x} \qquad [\text{smernica } d_p],$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{f(x_0+\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \qquad [\text{smernica } PQ].$$

$Q \to P \Rightarrow PQ \to d_P$, $\Delta x \to 0$, $\alpha \to \varphi$,

t. j. $f(x_0 + \Delta x) \to f(x_0)$ pre $\Delta x \to 0$,

t. j. $\operatorname{tg}\alpha \to \operatorname{tg}\varphi$ pre $\alpha \to \varphi$.

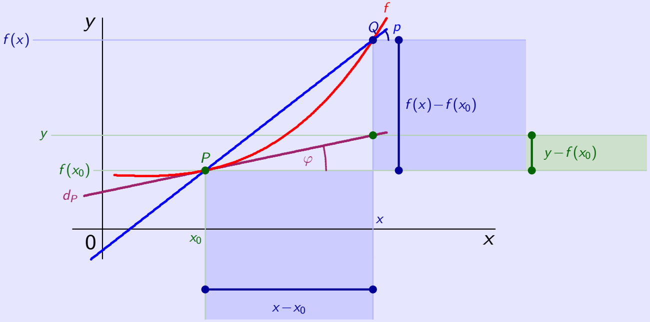
Smernica dotyčnice ku grafu funkcie f v bode $P = [x_0; f(x_0)]$

má tvar $$\operatorname{tg}\varphi = \lim_{\alpha\to\varphi} \operatorname{tg}\alpha = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{f(x_0+\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

Derivácia funkcie – 1. motivačný príklad

$Q \to P \;\Rightarrow\; PQ \to d_P,\; x \to x_0,\; f(x) \to f(x_0),\; \alpha \to \varphi,\; \operatorname{tg}\alpha \to \operatorname{tg}\varphi,$

smernica dotyčnice $\quad \operatorname{tg}\varphi = \lim\limits_{\alpha\to\varphi} \operatorname{tg}\alpha = \lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}.$



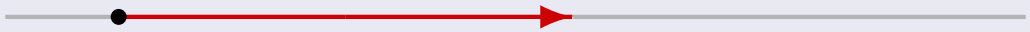
Derivácia funkcie – 2. motivačný príklad

Derivácia – okamžitá rýchlosť pohybu bodu v čase t a dráhe $s(t)$.

Derivácia funkcie – 2. motivačný príklad

Derivácia – okamžitá rýchlosť pohybu bodu v čase t a dráhe $s(t)$.

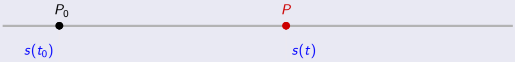
Bod sa pohybuje po priamke, jeho pohyb v čase t popisuje funkcia $y=s(t)$.



Derivácia funkcie – 2. motivačný príklad

Derivácia – okamžitá rýchlosť pohybu bodu v čase t a dráhe $s(t)$.

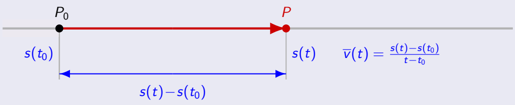
Bod sa pohybuje po priamke, jeho pohyb v čase t popisuje funkcia $y=s(t)$.
V čase t_0 sa nachádza v bode P_0, v čase t sa nachádza v bode P.



Derivácia funkcie – 2. motivačný príklad

Derivácia – okamžitá rýchlosť pohybu bodu v čase t a dráhe $s(t)$.

Bod sa pohybuje po priamke, jeho pohyb v čase t popisuje funkcia $y = s(t)$.
V čase t_0 sa nachádza v bode P_0, v čase t sa nachádza v bode P.
V časovom intervale $\langle t_0; t\rangle$ prejde dráhu $s(t) - s(t_0)$
priemernou rýchlosťou $\overline{v}(t) = \frac{s(t)-s(t_0)}{t-t_0}$.



Derivácia funkcie – 2. motivačný príklad

Derivácia – okamžitá rýchlosť pohybu bodu v čase t a dráhe $s(t)$.

Bod sa pohybuje po priamke, jeho pohyb v čase t popisuje funkcia $y = s(t)$.
V čase t_0 sa nachádza v bode P_0, v čase t sa nachádza v bode P.
V časovom intervale $\langle t_0; t\rangle$ prejde dráhu $s(t) - s(t_0)$
priemernou rýchlosťou $\overline{v}(t) = \frac{s(t)-s(t_0)}{t-t_0}$.
Ak $t \to t_0$, potom $\overline{v}(t) \to v(t_0)$, t. j. $\overline{v}(t)$ sa blíži k okamžitej rýchlosti v čase t_0.

Derivácia funkcie – 2. motivačný príklad

Derivácia – okamžitá rýchlosť pohybu bodu v čase t a dráhe $s(t)$.

Bod sa pohybuje po priamke, jeho pohyb v čase t popisuje funkcia $y=s(t)$.
V čase t_0 sa nachádza v bode P_0, v čase t sa nachádza v bode P.
V časovom intervale $\langle t_0; t \rangle$ prejde dráhu $s(t) - s(t_0)$

priemernou rýchlosťou $\overline{v}(t) = \frac{s(t)-s(t_0)}{t-t_0}$.

Ak $t \to t_0$, potom $\overline{v}(t) \to v(t_0)$, t. j. $\overline{v}(t)$ sa blíži k okamžitej rýchlosti v čase t_0.

Okamžitá rýchlosť bodu pohybujúceho sa po priamke v čase t_0

Derivácia funkcie – 2. motivačný príklad

Derivácia – okamžitá rýchlosť pohybu bodu v čase t a dráhe $s(t)$.

Bod sa pohybuje po priamke, jeho pohyb v čase t popisuje funkcia $y=s(t)$.
V čase t_0 sa nachádza v bode P_0, v čase t sa nachádza v bode P.
V časovom intervale $\langle t_0; t\rangle$ prejde dráhu $s(t)-s(t_0)$

priemernou rýchlosťou $\overline{v}(t) = \frac{s(t)-s(t_0)}{t-t_0}$.

Ak $t \to t_0$, potom $\overline{v}(t) \to v(t_0)$, t. j. $\overline{v}(t)$ sa blíži k okamžitej rýchlosti v čase t_0.

Okamžitá rýchlosť bodu pohybujúceho sa po priamke v čase t_0

má tvar $$v(t_0) = \lim_{t\to t_0} \overline{v}(t) = \lim_{t\to t_0} \frac{s(t)-s(t_0)}{t-t_0}.$$

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ deriváciu (obojstrannú),

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ deriváciu (obojstrannú),

ak • f je definovaná v nejakom okolí $O(x_0)$,

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ deriváciu (obojstrannú), ozn. $f'(x_0)$,

ak
- f je definovaná v nejakom okolí $O(x_0)$,
- existuje $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \left[\begin{array}{c|c} h = x - x_0 & x = x_0 + h \\ h \to 0 & x \to x_0 \end{array}\right] = \lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0)$.

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ deriváciu (obojstrannú), ozn. $f'(x_0)$,

ak
- f je definovaná v nejakom okolí $O(x_0)$,
- existuje $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \left[\begin{array}{c|c} h = x - x_0 & x = x_0 + h \\ h \to 0 & x \to x_0 \end{array} \right] = \lim\limits_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0)$.

$$f'(x_0) = \Bigg\{$$

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ deriváciu (obojstrannú), ozn. $f'(x_0)$,

ak
- f je definovaná v nejakom okolí $O(x_0)$,
- existuje $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \left[\begin{array}{c|c} h = x - x_0 & x = x_0 + h \\ h \to 0 & x \to x_0 \end{array} \right] = \lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0)$.

$f'(x_0) = \Big\{ \; b \in R:$ vlastná (konečná) derivácia,

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ deriváciu (obojstrannú), ozn. $f'(x_0)$,

ak
- f je definovaná v nejakom okolí $O(x_0)$,
- existuje $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \left[\begin{array}{c|c} h = x - x_0 & x = x_0 + h \\ h \to 0 & x \to x_0 \end{array} \right] = \lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0)$.

$$f'(x_0) = \begin{cases} b \in R: & \text{vlastná (konečná) derivácia,} \\ b = \pm\infty: & \text{nevlastná (nekonečná) derivácia,} \end{cases}$$

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ deriváciu (obojstrannú), ozn. $f'(x_0)$,

ak
- f je definovaná v nejakom okolí $O(x_0)$,
- existuje $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \left[\begin{array}{c|c} h = x - x_0 & x = x_0 + h \\ h \to 0 & x \to x_0 \end{array} \right] = \lim\limits_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0)$.

$$f'(x_0) = \begin{cases} b\in R: & \text{vlastná (konečná) derivácia, t. j. konečné číslo,} \\ b=\pm\infty: & \text{nevlastná (nekonečná) derivácia, t. j. hodnota } \pm\infty. \end{cases}$$

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ deriváciu (obojstrannú), ozn. $f'(x_0)$,

ak
- f je definovaná v nejakom okolí $O(x_0)$,
- existuje $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \left[\begin{array}{c|c} h = x - x_0 & x = x_0 + h \\ h \to 0 & x \to x_0 \end{array} \right] = \lim\limits_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0)$.

$$f'(x_0) = \begin{cases} b \in R: & \text{vlastná (konečná) derivácia, t. j. konečné číslo,} \\ b = \pm\infty: & \text{nevlastná (nekonečná) derivácia, t. j. hodnota } \pm\infty. \end{cases}$$

Jednostranné derivácie funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$:

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ deriváciu (obojstrannú), ozn. $f'(x_0)$,

ak
- f je definovaná v nejakom okolí $O(x_0)$,
- existuje $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \left[\begin{array}{c|c} h = x - x_0 & x = x_0 + h \\ h \to 0 & x \to x_0 \end{array}\right] = \lim\limits_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0)$.

$$f'(x_0) = \begin{cases} b \in R: & \text{vlastná (konečná) derivácia, t. j. konečné číslo,} \\ b = \pm\infty: & \text{nevlastná (nekonečná) derivácia, t. j. hodnota } \pm\infty. \end{cases}$$

Jednostranné derivácie funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$:

- $f'_-(x_0) = \lim\limits_{h\to 0^-} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim\limits_{x\to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ sa nazýva derivácia zľava,

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ deriváciu (obojstrannú), ozn. $f'(x_0)$,

ak
- f je definovaná v nejakom okolí $O(x_0)$,
- existuje $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \left[\begin{array}{c|c} h = x - x_0 & x = x_0 + h \\ h \to 0 & x \to x_0 \end{array} \right] = \lim\limits_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0)$.

$$f'(x_0) = \begin{cases} b \in R: & \text{vlastná (konečná) derivácia, t. j. konečné číslo,} \\ b = \pm\infty: & \text{nevlastná (nekonečná) derivácia, t. j. hodnota } \pm\infty. \end{cases}$$

Jednostranné derivácie funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$:

- $f'_+(x_0) = \lim\limits_{h\to 0^+} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim\limits_{x\to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ sa nazýva derivácia sprava.

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ deriváciu (obojstrannú), ozn. $f'(x_0)$,

ak
- f je definovaná v nejakom okolí $O(x_0)$,
- existuje $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \left[\begin{array}{c|c} h = x - x_0 & x = x_0 + h \\ h \to 0 & x \to x_0 \end{array}\right] = \lim\limits_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0)$.

$$f'(x_0) = \begin{cases} b \in R: & \text{vlastná (konečná) derivácia, t. j. konečné číslo,} \\ b = \pm\infty: & \text{nevlastná (nekonečná) derivácia, t. j. hodnota } \pm\infty. \end{cases}$$

Jednostranné derivácie funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$:

- $f'_-(x_0) = \lim\limits_{h\to 0^-} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim\limits_{x\to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ sa nazýva derivácia zľava,
- $f'_+(x_0) = \lim\limits_{h\to 0^+} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim\limits_{x\to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ sa nazýva derivácia sprava.

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ deriváciu (obojstrannú), ozn. $f'(x_0)$,

ak
- f je definovaná v nejakom okolí $O(x_0)$,
- existuje $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \left[\begin{array}{c|c} h = x - x_0 & x = x_0 + h \\ h \to 0 & x \to x_0 \end{array} \right] = \lim\limits_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0)$.

$$f'(x_0) = \begin{cases} b \in R: & \text{vlastná (konečná) derivácia, t. j. konečné číslo,} \\ b = \pm\infty: & \text{nevlastná (nekonečná) derivácia, t. j. hodnota } \pm\infty. \end{cases}$$

Jednostranné derivácie funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$:

- $f'_-(x_0) = \lim\limits_{h\to 0^-} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim\limits_{x\to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ sa nazýva derivácia zľava,
- $f'_+(x_0) = \lim\limits_{h\to 0^+} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim\limits_{x\to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ sa nazýva derivácia sprava.

$f'(x_0)$ existuje

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ deriváciu (obojstrannú), ozn. $f'(x_0)$,

ak
- f je definovaná v nejakom okolí $O(x_0)$,
- existuje $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \left[\begin{array}{c|c} h = x - x_0 & x = x_0 + h \\ h \to 0 & x \to x_0 \end{array} \right] = \lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0)$.

$$f'(x_0) = \begin{cases} b \in R: & \text{vlastná (konečná) derivácia, t. j. konečné číslo,} \\ b = \pm\infty: & \text{nevlastná (nekonečná) derivácia, t. j. hodnota } \pm\infty. \end{cases}$$

Jednostranné derivácie funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$:

- $f'_-(x_0) = \lim\limits_{h\to 0^-} \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim\limits_{x\to x_0^-} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ sa nazýva derivácia zľava,
- $f'_+(x_0) = \lim\limits_{h\to 0^+} \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim\limits_{x\to x_0^+} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ sa nazýva derivácia sprava.

$f'(x_0)$ existuje

$\Longleftrightarrow$ existujú $f'_-(x_0)$, $f'_+(x_0)$

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ deriváciu (obojstrannú), ozn. $f'(x_0)$,

ak
- f je definovaná v nejakom okolí $O(x_0)$,
- existuje $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \left[\begin{array}{c|c} h=x-x_0 & x=x_0+h \\ h\to 0 & x\to x_0 \end{array} \right] = \lim\limits_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0)$.

$$f'(x_0) = \begin{cases} b\in R: & \text{vlastná (konečná) derivácia, t. j. konečné číslo,} \\ b=\pm\infty: & \text{nevlastná (nekonečná) derivácia, t. j. hodnota } \pm\infty. \end{cases}$$

Jednostranné derivácie funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$:

- $f'_-(x_0) = \lim\limits_{h\to 0^-} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim\limits_{x\to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ sa nazýva derivácia zľava,
- $f'_+(x_0) = \lim\limits_{h\to 0^+} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim\limits_{x\to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ sa nazýva derivácia sprava.

$f'(x_0)$ existuje

$\Longleftrightarrow$ existujú $f'_-(x_0)$, $f'_+(x_0)$ a rovnajú sa, t. j. $f'_-(x_0) = f'_+(x_0)$.

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ konečnú deriváciu

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ konečnú deriváciu

$\Rightarrow$ f je v bode x_0 spojitá.

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ konečnú deriváciu

$\Rightarrow$ f je v bode x_0 spojitá.

Skutočnosť, že $f'(x_0)$ nie je konečná,

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ konečnú deriváciu

$\Rightarrow$ f je v bode x_0 spojitá.

Skutočnosť, že $f'(x_0)$ nie je konečná, t. j. neexistuje

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ konečnú deriváciu

$\Rightarrow$ f je v bode x_0 spojitá.

Skutočnosť, že $f'(x_0)$ nie je konečná, t. j. neexistuje alebo je nevlastná,

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ konečnú deriváciu

$\Rightarrow$ f je v bode x_0 spojitá.

Skutočnosť, že $f'(x_0)$ nie je konečná, t. j. neexistuje alebo je nevlastná, ešte neznamená nespojitosť f v bode x_0.

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ konečnú deriváciu

$\Rightarrow$ f je v bode x_0 spojitá.

Skutočnosť, že $f'(x_0)$ nie je konečná, t. j. neexistuje alebo je nevlastná, ešte neznamená nespojitosť f v bode x_0.

Funkcia f má deriváciu na množine $A \subset D(f)$,

ak pre všetky $x_0 \in A$ existuje derivácia $f'(x_0)$.

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ konečnú deriváciu

$\Rightarrow$ f je v bode x_0 spojitá.

Skutočnosť, že $f'(x_0)$ nie je konečná, t. j. neexistuje alebo je nevlastná,
ešte neznamená nespojitosť f v bode x_0.

Funkcia f má deriváciu na množine $A \subset D(f)$,

ak pre všetky $x_0 \in A$ existuje derivácia $f'(x_0)$.

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ konečnú deriváciu

$\Rightarrow$ f je v bode x_0 spojitá.

Skutočnosť, že $f'(x_0)$ nie je konečná, t. j. neexistuje alebo je nevlastná,
ešte neznamená nespojitosť f v bode x_0.

Funkcia f má deriváciu na množine $A \subset D(f)$,

ak pre všetky $x_0 \in A$ existuje derivácia $f'(x_0)$.

Ak sú všetky derivácie $f'(x_0)$, $x_0 \in A$ konečné,

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ konečnú deriváciu

$\Rightarrow$ f je v bode x_0 spojitá.

Skutočnosť, že $f'(x_0)$ nie je konečná, t. j. neexistuje alebo je nevlastná,
ešte neznamená nespojitosť f v bode x_0.

Funkcia f má deriváciu na množine $A \subset D(f)$,

ak pre všetky $x_0 \in A$ existuje derivácia $f'(x_0)$.

Ak sú všetky derivácie $f'(x_0)$, $x_0 \in A$ konečné,
potom tieto hodnoty reprezentujú funkciu,

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ konečnú deriváciu

$\Rightarrow$ f je v bode x_0 spojitá.

Skutočnosť, že $f'(x_0)$ nie je konečná, t. j. neexistuje alebo je nevlastná, ešte neznamená nespojitosť f v bode x_0.

Funkcia f má deriváciu na množine $A \subset D(f)$,

ak pre všetky $x_0 \in A$ existuje derivácia $f'(x_0)$.

Ak sú všetky derivácie $f'(x_0)$, $x_0 \in A$ konečné, potom tieto hodnoty reprezentujú funkciu, ozn. $f'\colon y = f'(x)$, $x \in A$.

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ konečnú deriváciu

$\Rightarrow$ f je v bode x_0 spojitá.

Skutočnosť, že $f'(x_0)$ nie je konečná, t. j. neexistuje alebo je nevlastná,
ešte neznamená nespojitosť f v bode x_0.

Funkcia f má deriváciu na množine $A \subset D(f)$,

ak pre všetky $x_0 \in A$ existuje derivácia $f'(x_0)$.

Ak sú všetky derivácie $f'(x_0)$, $x_0 \in A$ konečné,
potom tieto hodnoty reprezentujú funkciu, ozn. $f'\colon y = f'(x)$, $x \in A$.

Funkcia f má na množine $A \subset D(f)$ deriváciu f'

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ konečnú deriváciu

$\Rightarrow$ f je v bode x_0 spojitá.

Skutočnosť, že $f'(x_0)$ nie je konečná, t. j. neexistuje alebo je nevlastná, ešte neznamená nespojitosť f v bode x_0.

Funkcia f má deriváciu na množine $A \subset D(f)$,

ak pre všetky $x_0 \in A$ existuje derivácia $f'(x_0)$.

Ak sú všetky derivácie $f'(x_0)$, $x_0 \in A$ konečné, potom tieto hodnoty reprezentujú funkciu, ozn. $f'\colon y = f'(x)$, $x \in A$.

Funkcia f má na množine $A \subset D(f)$ deriváciu f'

$\Rightarrow$ f je na množine A spojitá.

Derivácia funkcie

Funkcia f má v bode $x_0 \in D(f)$ konečnú deriváciu

$\Rightarrow$ f je v bode x_0 spojitá.

Skutočnosť, že $f'(x_0)$ nie je konečná, t. j. neexistuje alebo je nevlastná, ešte neznamená nespojitosť f v bode x_0.

Funkcia f má deriváciu na množine $A \subset D(f)$,

ak pre všetky $x_0 \in A$ existuje derivácia $f'(x_0)$.

Ak sú všetky derivácie $f'(x_0)$, $x_0 \in A$ konečné, potom tieto hodnoty reprezentujú funkciu, ozn. $f'\colon y = f'(x)$, $x \in A$.

Funkcia f má na množine $A \subset D(f)$ deriváciu f'

$\Rightarrow$ f je na množine A spojitá.

V krajných bodoch (polo)uzavretého intervalu myslíme jednostranné derivácie, resp. jednostranné spojitosti.

Jednoduché príklady

Označenie derivácie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

Jednoduché príklady

Označenie derivácie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

$$f'(x_0) = \frac{\mathrm{d}f(x_0)}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}\bigg|_{x=x_0}, \quad \text{resp. } f' = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x},\ x \in A.$$

Jednoduché príklady

Označenie derivácie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

$$f'(x_0) = \frac{df(x_0)}{dx} = \frac{df(x)}{dx}\bigg|_{x=x_0}, \quad \text{resp. } f' = \frac{df}{dx},\ x \in A.$$

$f'(x) = [c]'$ $c \in R$ [konštantná funkcia], $x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{c-c}{h} = \lim_{h\to 0} 0 = 0.$$

Jednoduché príklady

Označenie derivácie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

$$f'(x_0) = \frac{\mathrm{d}f(x_0)}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}\Big|_{x=x_0}, \quad \text{resp. } f' = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x},\ x \in A.$$

$f'(x) = [c]'$ $c \in R$ [konštantná funkcia], $x \in R$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Jednoduché príklady

Označenie derivácie podľa Leibniza

[pomocou diferenciálov]

$$f'(x_0) = \frac{\mathrm{d}f(x_0)}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}\bigg|_{x=x_0}, \quad \text{resp. } f' = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x},\ x \in A.$$

$f'(x) = [c]'$

$c \in R$ [konštantná funkcia], $x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{c-c}{h}$$

Jednoduché príklady

Označenie derivácie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

$$f'(x_0) = \frac{\mathrm{d}f(x_0)}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}\bigg|_{x=x_0}, \quad \text{resp. } f' = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x},\ x \in A.$$

$f'(x) = [c]' = 0$ $\quad c \in R$ [konštantná funkcia], $x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{c-c}{h} = \lim_{h\to 0} 0 = 0.$$

Jednoduché príklady

Označenie derivácie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

$$f'(x_0) = \frac{\mathrm{d}f(x_0)}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}\bigg|_{x=x_0}, \quad \text{resp. } f' = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x},\ x \in A.$$

$f'(x) = [c]' = 0$ $\quad c \in R$ [konštantná funkcia], $x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{c-c}{h} = \lim_{h\to 0} 0 = 0.$$

$\left[x^n\right]'$ $\quad n \in N,\ x \in R$

Jednoduché príklady

Označenie derivácie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

$$f'(x_0) = \frac{\mathrm{d}f(x_0)}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}\bigg|_{x=x_0}, \quad \text{resp. } f' = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x},\ x \in A.$$

$f'(x) = [c]' = 0$ $c \in R$ [konštantná funkcia], $x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{c-c}{h} = \lim_{h\to 0} 0 = 0.$$

$\left[x^n\right]'$ $n \in N$, $x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h}$$

Jednoduché príklady

Označenie derivácie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

$$f'(x_0) = \frac{\mathrm{d}f(x_0)}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}\bigg|_{x=x_0}, \quad \text{resp. } f' = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x},\ x \in A.$$

$f'(x) = [c]' = 0$ — $c \in R$ [konštantná funkcia], $x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{c-c}{h} = \lim_{h\to 0} 0 = 0.$$

$\left[x^n\right]'$ — $n \in N$, $x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{(x+h-x)[(x+h)^{n-1} + (x+h)^{n-2}x + \cdots + x^{n-1}]}{h}$$

Jednoduché príklady

Označenie derivácie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

$$f'(x_0) = \frac{\mathrm{d}f(x_0)}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}\bigg|_{x=x_0}, \quad \text{resp. } f' = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x},\ x \in A.$$

$f'(x) = [c]' = 0$ $c \in R$ [konštantná funkcia], $x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{c-c}{h} = \lim_{h\to 0} 0 = 0.$$

$\left[x^n\right]'$ $n \in N$, $x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{(x+h-x)[(x+h)^{n-1}+(x+h)^{n-2}x+\cdots+x^{n-1}]}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} [(x+h)^{n-1} + (x+h)^{n-2}x + \cdots + x^{n-1}]$$

Jednoduché príklady

Označenie derivácie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

$$f'(x_0) = \frac{df(x_0)}{dx} = \frac{df(x)}{dx}\bigg|_{x=x_0}, \quad \text{resp. } f' = \frac{df}{dx},\ x \in A.$$

$f'(x) = [c]' = 0$ $\quad c \in R$ [konštantná funkcia], $x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{c-c}{h} = \lim_{h\to 0} 0 = 0.$$

$[x^n]' = nx^{n-1}$ $\quad n \in N,\ x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{(x+h-x)[(x+h)^{n-1}+(x+h)^{n-2}x+\cdots+x^{n-1}]}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} [(x+h)^{n-1} + (x+h)^{n-2}x + \cdots + x^{n-1}]$$

$$= (x+0)^{n-1} + (x+0)^{n-2}x + \cdots + x^{n-1} = nx^{n-1}.$$

Jednoduché príklady

$\left[e^x \right]'$ $x \in R$

Jednoduché príklady

$\left[e^{x} \right]'$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{e^{x+h} - e^{x}}{h}$$

Jednoduché príklady

$\left[e^x \right]'$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{e^x (e^h - 1)}{h}$$

Jednoduché príklady

$\left[e^x \right]'$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{e^x (e^h - 1)}{h} = e^x \cdot \lim_{h\to 0} \frac{e^h - 1}{h}$$

Jednoduché príklady

$\left[e^x\right]' = e^x$ $\quad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{e^x(e^h - 1)}{h} = e^x \cdot \lim_{h\to 0} \frac{e^h - 1}{h} = e^x \cdot 1 = e^x.$$

Jednoduché príklady

$\left[e^x \right]' = e^x$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{e^x(e^h - 1)}{h} = e^x \cdot \lim_{h\to 0} \frac{e^h - 1}{h} = e^x \cdot 1 = e^x.$$

$\left[\sin x \right]'$ $\qquad x \in R$

Jednoduché príklady

$\left[e^x\right]' = e^x$ $\quad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{e^x(e^h - 1)}{h} = e^x \cdot \lim_{h\to 0} \frac{e^h - 1}{h} = e^x \cdot 1 = e^x.$$

$\left[\sin x\right]'$ $\quad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h}$$

Jednoduché príklady

$\left[e^x\right]' = e^x$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{e^x(e^h - 1)}{h} = e^x \cdot \lim_{h\to 0} \frac{e^h - 1}{h} = e^x \cdot 1 = e^x.$$

$\left[\sin x\right]'$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2\cos\frac{x+h+x}{2}\sin\frac{x+h-x}{2}}{h}$$

Jednoduché príklady

$\left[e^x\right]' = e^x$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{e^x(e^h - 1)}{h} = e^x \cdot \lim_{h\to 0} \frac{e^h - 1}{h} = e^x \cdot 1 = e^x.$$

$\left[\sin x\right]'$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2\cos\frac{x+h+x}{2}\sin\frac{x+h-x}{2}}{h} = \lim_{h\to 0} \cos\frac{2x+h}{2} \cdot \lim_{h\to 0} \frac{\sin\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}$$

Jednoduché príklady

$\left[e^x\right]' = e^x$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{e^x(e^h - 1)}{h} = e^x \cdot \lim_{h\to 0} \frac{e^h - 1}{h} = e^x \cdot 1 = e^x.$$

$\left[\sin x\right]' = \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2\cos\frac{x+h+x}{2}\sin\frac{x+h-x}{2}}{h} = \lim_{h\to 0} \cos\frac{2x+h}{2} \cdot \lim_{h\to 0} \frac{\sin\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}$$

$$= \cos x \cdot 1 = \cos x.$$

Jednoduché príklady

$\left[e^x\right]' = e^x$ $\quad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{e^x(e^h - 1)}{h} = e^x \cdot \lim_{h\to 0} \frac{e^h - 1}{h} = e^x \cdot 1 = e^x.$$

$\left[\sin x\right]' = \cos x$ $\quad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2\cos\frac{x+h+x}{2}\sin\frac{x+h-x}{2}}{h} = \lim_{h\to 0} \cos\frac{2x+h}{2} \cdot \lim_{h\to 0} \frac{\sin\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}$$

$$= \cos x \cdot 1 = \cos x.$$

$\left[\cos x\right]'$ $\quad x \in R$

Jednoduché príklady

$\left[e^x\right]' = e^x$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{e^x(e^h - 1)}{h} = e^x \cdot \lim_{h\to 0} \frac{e^h - 1}{h} = e^x \cdot 1 = e^x.$$

$\left[\sin x\right]' = \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2\cos\frac{x+h+x}{2}\sin\frac{x+h-x}{2}}{h} = \lim_{h\to 0} \cos\frac{2x+h}{2} \cdot \lim_{h\to 0} \frac{\sin\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}$$

$$= \cos x \cdot 1 = \cos x.$$

$\left[\cos x\right]'$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h}$$

Jednoduché príklady

$\left[e^x\right]' = e^x$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{e^x(e^h - 1)}{h} = e^x \cdot \lim_{h\to 0} \frac{e^h - 1}{h} = e^x \cdot 1 = e^x.$$

$\left[\sin x\right]' = \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2\cos\frac{x+h+x}{2}\sin\frac{x+h-x}{2}}{h} = \lim_{h\to 0} \cos\frac{2x+h}{2} \cdot \lim_{h\to 0} \frac{\sin\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}$$

$$= \cos x \cdot 1 = \cos x.$$

$\left[\cos x\right]'$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{-2\sin\frac{x+h+x}{2}\sin\frac{x+h-x}{2}}{h}$$

Jednoduché príklady

$\left[e^x\right]' = e^x$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{e^x(e^h - 1)}{h} = e^x \cdot \lim_{h\to 0} \frac{e^h - 1}{h} = e^x \cdot 1 = e^x.$$

$\left[\sin x\right]' = \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2\cos\frac{x+h+x}{2}\sin\frac{x+h-x}{2}}{h} = \lim_{h\to 0} \cos\frac{2x+h}{2} \cdot \lim_{h\to 0} \frac{\sin\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}$$

$$= \cos x \cdot 1 = \cos x.$$

$\left[\cos x\right]'$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{-2\sin\frac{x+h+x}{2}\sin\frac{x+h-x}{2}}{h} = -\lim_{h\to 0} \sin\frac{2x+h}{2} \cdot \lim_{h\to 0} \frac{\sin\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}$$

Jednoduché príklady

$\left[e^x \right]' = e^x$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{e^x (e^h - 1)}{h} = e^x \cdot \lim_{h\to 0} \frac{e^h - 1}{h} = e^x \cdot 1 = e^x.$$

$\left[\sin x \right]' = \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2\cos\frac{x+h+x}{2} \sin\frac{x+h-x}{2}}{h} = \lim_{h\to 0} \cos\frac{2x+h}{2} \cdot \lim_{h\to 0} \frac{\sin\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}$$

$$= \cos x \cdot 1 = \cos x.$$

$\left[\cos x \right]' = -\sin x$ $\qquad x \in R$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{-2\sin\frac{x+h+x}{2} \sin\frac{x+h-x}{2}}{h} = -\lim_{h\to 0} \sin\frac{2x+h}{2} \cdot \lim_{h\to 0} \frac{\sin\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}$$

$$= -\sin x \cdot 1 = -\sin x.$$

Derivácie elementárnych funkcií

Derivácie základných elementárnych funkcií

Derivácie elementárnych funkcií

Derivácie základných elementárnych funkcií

$[c]' = 0$	$x \in R,\ c \in R$	$[x]' = 1$	$x \in R$
$[x^n]' = nx^{n-1}$	$x \in R,\ n \in N$	$[x^a]' = ax^{a-1}$	$x > 0,\ a \in R$

Derivácie elementárnych funkcií

Derivácie základných elementárnych funkcií

$[e^x]' = e^x$	$x \in R$	$[a^x]' = a^x \ln a$	$x \in R,\ a > 0$
$[\ln x]' = \frac{1}{x}$	$x > 0$	$[\log_a x]' = \frac{1}{x \ln a}$	$x > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$
$[\ln \lvert x \rvert]' = \frac{1}{x}$	$x \neq 0$	$[\log_a \lvert x \rvert]' = \frac{1}{x \ln a}$	$x \neq 0,\ a > 0,\ a \neq 1$

Derivácie elementárnych funkcií

Derivácie základných elementárnych funkcií

$[\sin x]' = \cos x$ $[\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$x \in R$ $x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2},\ k \in Z$	$[\cos x]' = -\sin x$ $[\operatorname{cotg} x]' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$x \in R$ $x \neq k\pi,\ k \in Z$

Derivácie elementárnych funkcií

Derivácie základných elementárnych funkcií

$[\arcsin x]' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$x \in (-1;1)$	$[\arccos x]' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$x \in (-1;1)$
$[\mathrm{arctg}\, x]' = \frac{1}{1+x^2}$	$x \in R$	$[\mathrm{arccotg}\, x]' = -\frac{1}{1+x^2}$	$x \in R$

Derivácie elementárnych funkcií

Derivácie základných elementárnych funkcií

$[\sinh x]' = \cosh x$	$x \in R$	$[\cosh x]' = \sinh x$	$x \in R$
$[\mathrm{tgh}\, x]' = \frac{1}{\cosh^2 x}$	$x \in R$	$[\mathrm{cotgh}\, x]' = -\frac{1}{\sinh^2 x}$	$x \neq 0$

Derivácie elementárnych funkcií

Derivácie základných elementárnych funkcií

$[\operatorname{argsinh} x]' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	$x \in R$	$[\operatorname{argcosh} x]' = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$x > 1$
$[\operatorname{argtgh} x]' = \frac{1}{1-x^2}$	$x \in (-1; 1)$	$[\operatorname{argcotgh} x]' = \frac{1}{1-x^2}$	$x \in R - \langle -1; 1 \rangle$

Derivácie elementárnych funkcií

Derivácie základných elementárnych funkcií

$[c]' = 0$	$x \in R,\ c \in R$	$[x]' = 1$	$x \in R$
$[x^n]' = nx^{n-1}$	$x \in R,\ n \in N$	$[x^a]' = ax^{a-1}$	$x > 0,\ a \in R$
$[e^x]' = e^x$	$x \in R$	$[a^x]' = a^x \ln a$	$x \in R,\ a > 0$
$[\ln x]' = \frac{1}{x}$	$x > 0$	$[\log_a x]' = \frac{1}{x \ln a}$	$x > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$
$[\ln \lvert x \rvert]' = \frac{1}{x}$	$x \neq 0$	$[\log_a \lvert x \rvert]' = \frac{1}{x \ln a}$	$x \neq 0,\ a > 0,\ a \neq 1$
$[\sin x]' = \cos x$	$x \in R$	$[\cos x]' = -\sin x$	$x \in R$
$[\mathrm{tg}\, x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2},\ k \in Z$	$[\mathrm{cotg}\, x]' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$x \neq k\pi,\ k \in Z$
$[\arcsin x]' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$x \in (-1; 1)$	$[\arccos x]' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$x \in (-1; 1)$
$[\mathrm{arctg}\, x]' = \frac{1}{1+x^2}$	$x \in R$	$[\mathrm{arccotg}\, x]' = -\frac{1}{1+x^2}$	$x \in R$
$[\sinh x]' = \cosh x$	$x \in R$	$[\cosh x]' = \sinh x$	$x \in R$
$[\mathrm{tgh}\, x]' = \frac{1}{\cosh^2 x}$	$x \in R$	$[\mathrm{cotgh}\, x]' = -\frac{1}{\sinh^2 x}$	$x \neq 0$
$[\mathrm{argsinh}\, x]' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	$x \in R$	$[\mathrm{argcosh}\, x]' = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$x > 1$
$[\mathrm{argtgh}\, x]' = \frac{1}{1-x^2}$	$x \in (-1; 1)$	$[\mathrm{argcotgh}\, x]' = \frac{1}{1-x^2}$	$x \in R - \langle -1; 1 \rangle$

Základné pravidlá pre výpočet

Funkcie f, g majú derivácie f', g' na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$, $c \in R$

Základné pravidlá pre výpočet

Funkcie f, g majú derivácie f', g' na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$, $c \in R$

$\Rightarrow$ existujú $(cf)'$, $(f \pm g)'$, $(fg)'$ na A,

Základné pravidlá pre výpočet

Funkcie f, g majú derivácie f', g' na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$, $c \in R$

$\Rightarrow$ existujú $(cf)'$, $(f \pm g)'$, $(fg)'$ na A, $\left(\frac{f}{g}\right)'$ na $A - \{x \in A, g(x) \neq 0\}$

Základné pravidlá pre výpočet

Funkcie f, g majú derivácie f', g' na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$, $c \in R$

$\Rightarrow$ existujú $(cf)'$, $(f \pm g)'$, $(fg)'$ na A, $\left(\frac{f}{g}\right)'$ na $A - \{x \in A, g(x) \neq 0\}$ a platí:

$(cf)'(x) = cf'(x)$, $\qquad (cf)' = cf'$,

Základné pravidlá pre výpočet

Funkcie f, g majú derivácie f', g' na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$, $c \in R$

$\Rightarrow$ existujú $(cf)'$, $(f \pm g)'$, $(fg)'$ na A, $\left(\frac{f}{g}\right)'$ na $A - \{x \in A, g(x) \neq 0\}$ a platí:

$$(cf)'(x) = cf'(x), \qquad (cf)' = cf',$$

$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x), \qquad (f \pm g)' = f' \pm g',$$

Základné pravidlá pre výpočet

Funkcie f, g majú derivácie f', g' na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$, $c \in R$

$\Rightarrow$ existujú $(cf)'$, $(f \pm g)'$, $(fg)'$ na A, $\left(\frac{f}{g}\right)'$ na $A - \{x \in A, g(x) \neq 0\}$ a platí:

$$(cf)'(x) = cf'(x), \qquad (cf)' = cf',$$

$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x), \qquad (f \pm g)' = f' \pm g',$$

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x), \qquad (fg)' = f'g + fg',$$

Základné pravidlá pre výpočet

Funkcie f, g majú derivácie f', g' na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$, $c \in R$

$\Rightarrow$ existujú $(cf)'$, $(f \pm g)'$, $(fg)'$ na A, $\left(\frac{f}{g}\right)'$ na $A - \{x \in A, g(x) \neq 0\}$ a platí:

$$(cf)'(x) = cf'(x), \qquad (cf)' = cf',$$

$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x), \qquad (f \pm g)' = f' \pm g',$$

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x), \qquad (fg)' = f'g + fg',$$

$$\left[\frac{f}{g}\right]'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}, \qquad \left[\frac{f}{g}\right]' = \frac{f'g - fg'}{g^2}.$$

Základné pravidlá pre výpočet

Funkcie f, g majú derivácie f', g' na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$, $c \in R$

$\Rightarrow$ existujú $(cf)'$, $(f \pm g)'$, $(fg)'$ na A, $\left(\frac{f}{g}\right)'$ na $A - \{x \in A, g(x) \neq 0\}$ a platí:

$$(cf)'(x) = cf'(x), \qquad (cf)' = cf',$$

$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x), \qquad (f \pm g)' = f' \pm g',$$

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x), \qquad (fg)' = f'g + fg',$$

$$\left[\frac{f}{g}\right]'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}, \qquad \left[\frac{f}{g}\right]' = \frac{f'g - fg'}{g^2}.$$

$[fgh]'$

Základné pravidlá pre výpočet

Funkcie f, g majú derivácie f', g' na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$, $c \in R$

$\Rightarrow$ existujú $(cf)'$, $(f \pm g)'$, $(fg)'$ na A, $\left(\frac{f}{g}\right)'$ na $A - \{x \in A, g(x) \neq 0\}$ a platí:

$$(cf)'(x) = cf'(x), \qquad (cf)' = cf',$$

$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x), \qquad (f \pm g)' = f' \pm g',$$

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x), \qquad (fg)' = f'g + fg',$$

$$\left[\frac{f}{g}\right]'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}, \qquad \left[\frac{f}{g}\right]' = \frac{f'g - fg'}{g^2}.$$

$[fgh]'$

$$= [(fg)h]'$$

Základné pravidlá pre výpočet

Funkcie f, g majú derivácie f', g' na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$, $c \in R$

$\Rightarrow$ existujú $(cf)'$, $(f \pm g)'$, $(fg)'$ na A, $\left(\frac{f}{g}\right)'$ na $A - \{x \in A, g(x) \neq 0\}$ a platí:

$$(cf)'(x) = cf'(x), \qquad (cf)' = cf',$$

$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x), \qquad (f \pm g)' = f' \pm g',$$

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x), \qquad (fg)' = f'g + fg',$$

$$\left[\frac{f}{g}\right]'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}, \qquad \left[\frac{f}{g}\right]' = \frac{f'g - fg'}{g^2}.$$

$[fgh]'$

$$= [(fg)h]' = (fg)'h + (fg)h'$$

Základné pravidlá pre výpočet

Funkcie f, g majú derivácie f', g' na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$, $c \in R$

$\Rightarrow$ existujú $(cf)'$, $(f \pm g)'$, $(fg)'$ na A, $\left(\frac{f}{g}\right)'$ na $A - \{x \in A, g(x) \neq 0\}$ a platí:

$$(cf)'(x) = cf'(x), \qquad (cf)' = cf',$$

$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x), \qquad (f \pm g)' = f' \pm g',$$

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x), \qquad (fg)' = f'g + fg',$$

$$\left[\frac{f}{g}\right]'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}, \qquad \left[\frac{f}{g}\right]' = \frac{f'g - fg'}{g^2}.$$

$[fgh]'$

$$= [(fg)h]' = (fg)'h + (fg)h' = [f'g + fg']h + fgh'$$

Základné pravidlá pre výpočet

Funkcie f, g majú derivácie f', g' na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$, $c \in R$

$\Rightarrow$ existujú $(cf)'$, $(f \pm g)'$, $(fg)'$ na A, $\left(\frac{f}{g}\right)'$ na $A - \{x \in A, g(x) \neq 0\}$ a platí:

$$(cf)'(x) = cf'(x), \qquad (cf)' = cf',$$
$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x), \qquad (f \pm g)' = f' \pm g',$$
$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x), \qquad (fg)' = f'g + fg',$$
$$\left[\frac{f}{g}\right]'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}, \qquad \left[\frac{f}{g}\right]' = \frac{f'g - fg'}{g^2}.$$

$[fgh]' = f'gh + fg'h + fgh'$

$$= [(fg)h]' = (fg)'h + (fg)h' = [f'g + fg']h + fgh' = f'gh + fg'h + fgh'.$$

Základné pravidlá pre výpočet

Funkcie f, g majú derivácie f', g' na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$, $c \in R$

$\Rightarrow$ existujú $(cf)'$, $(f \pm g)'$, $(fg)'$ na A, $\left(\frac{f}{g}\right)'$ na $A - \{x \in A, g(x) \neq 0\}$ a platí:

$$(cf)'(x) = cf'(x), \qquad (cf)' = cf',$$

$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x), \qquad (f \pm g)' = f' \pm g',$$

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x), \qquad (fg)' = f'g + fg',$$

$$\left[\frac{f}{g}\right]'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}, \qquad \left[\frac{f}{g}\right]' = \frac{f'g - fg'}{g^2}.$$

$[fgh]' = f'gh + fg'h + fgh'$

$$= [(fg)h]' = (fg)'h + (fg)h' = [f'g + fg']h + fgh' = f'gh + fg'h + fgh'.$$

$\left[\frac{1}{f(x)}\right]'$

Základné pravidlá pre výpočet

Funkcie f, g majú derivácie f', g' na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$, $c \in R$

$\Rightarrow$ existujú $(cf)'$, $(f \pm g)'$, $(fg)'$ na A, $\left(\frac{f}{g}\right)'$ na $A - \{x \in A, g(x) \neq 0\}$ a platí:

$$(cf)'(x) = cf'(x), \qquad (cf)' = cf',$$

$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x), \qquad (f \pm g)' = f' \pm g',$$

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x), \qquad (fg)' = f'g + fg',$$

$$\left[\frac{f}{g}\right]'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}, \qquad \left[\frac{f}{g}\right]' = \frac{f'g - fg'}{g^2}.$$

$[fgh]' = f'gh + fg'h + fgh'$

$$= [(fg)h]' = (fg)'h + (fg)h' = [f'g + fg']h + fgh' = f'gh + fg'h + fgh'.$$

$\left[\frac{1}{f(x)}\right]'$

$$= \left[\frac{1}{f}\right]'(x)$$

Základné pravidlá pre výpočet

Funkcie f, g majú derivácie f', g' na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$, $c \in R$

$\Rightarrow$ existujú $(cf)'$, $(f \pm g)'$, $(fg)'$ na A, $\left(\frac{f}{g}\right)'$ na $A - \{x \in A, g(x) \neq 0\}$ a platí:

$$(cf)'(x) = cf'(x), \qquad (cf)' = cf',$$

$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x), \qquad (f \pm g)' = f' \pm g',$$

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x), \qquad (fg)' = f'g + fg',$$

$$\left[\frac{f}{g}\right]'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}, \qquad \left[\frac{f}{g}\right]' = \frac{f'g - fg'}{g^2}.$$

$[fgh]' = f'gh + fg'h + fgh'$

$$= [(fg)h]' = (fg)'h + (fg)h' = [f'g + fg']h + fgh' = f'gh + fg'h + fgh'.$$

$\left[\frac{1}{f(x)}\right]'$

$$= \left[\frac{1}{f}\right]'(x) = \frac{1' \cdot f(x) - 1 \cdot f'(x)}{f^2(x)}$$

Základné pravidlá pre výpočet

Funkcie f, g majú derivácie f', g' na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$, $c \in R$

$\Rightarrow$ existujú $(cf)'$, $(f \pm g)'$, $(fg)'$ na A, $\left(\frac{f}{g}\right)'$ na $A - \{x \in A, g(x) \neq 0\}$ a platí:

$$(cf)'(x) = cf'(x), \qquad (cf)' = cf',$$

$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x), \qquad (f \pm g)' = f' \pm g',$$

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x), \qquad (fg)' = f'g + fg',$$

$$\left[\frac{f}{g}\right]'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}, \qquad \left[\frac{f}{g}\right]' = \frac{f'g - fg'}{g^2}.$$

$[fgh]' = f'gh + fg'h + fgh'$

$$= [(fg)h]' = (fg)'h + (fg)h' = [f'g + fg']h + fgh' = f'gh + fg'h + fgh'.$$

$\left[\frac{1}{f(x)}\right]'$

$$= \left[\frac{1}{f}\right]'(x) = \frac{1' \cdot f(x) - 1 \cdot f'(x)}{f^2(x)} = \frac{0 - f'(x)}{f^2(x)}$$

Základné pravidlá pre výpočet

Funkcie f, g majú derivácie f', g' na množine $A \subset D(f) \cap D(g)$, $c \in R$

$\Rightarrow$ existujú $(cf)'$, $(f \pm g)'$, $(fg)'$ na A, $\left(\frac{f}{g}\right)'$ na $A - \{x \in A, g(x) \neq 0\}$ a platí:

$$(cf)'(x) = cf'(x), \qquad (cf)' = cf',$$

$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x), \qquad (f \pm g)' = f' \pm g',$$

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x), \qquad (fg)' = f'g + fg',$$

$$\left[\frac{f}{g}\right]'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}, \qquad \left[\frac{f}{g}\right]' = \frac{f'g - fg'}{g^2}.$$

$[fgh]' = f'gh + fg'h + fgh'$

$$= [(fg)h]' = (fg)'h + (fg)h' = [f'g + fg']h + fgh' = f'gh + fg'h + fgh'.$$

$\left[\frac{1}{f(x)}\right]' = -\frac{f'(x)}{f^2(x)}$ $\qquad$ $\left[\frac{1}{f}\right]' = -\frac{f'}{f^2}$

$$= \left[\frac{1}{f}\right]'(x) = \frac{1' \cdot f(x) - 1 \cdot f'(x)}{f^2(x)} = \frac{0 - f'(x)}{f^2(x)} = -\frac{f'(x)}{f^2(x)}.$$

Základné pravidlá pre výpočet

$[\operatorname{tg} x]' = \left[\frac{\sin x}{\cos x}\right]'$ $\qquad x \in R,\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$

Základné pravidlá pre výpočet

$[\operatorname{tg} x]' = \left[\frac{\sin x}{\cos x}\right]'$ $\qquad x \in R,\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\sin x]' \cos x - \sin x [\cos x]'}{\cos^2 x}$$

Základné pravidlá pre výpočet

$[\operatorname{tg} x]' = \left[\frac{\sin x}{\cos x}\right]'$ $\qquad x \in R,\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\sin x]' \cos x - \sin x [\cos x]'}{\cos^2 x} = \frac{\cos x \cos x - \sin x [-\sin x]}{\cos^2 x}$$

Základné pravidlá pre výpočet

$[\operatorname{tg} x]' = \left[\frac{\sin x}{\cos x}\right]'$ $\qquad x \in R,\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\sin x]' \cos x - \sin x [\cos x]'}{\cos^2 x} = \frac{\cos x \cos x - \sin x [-\sin x]}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}$$

Základné pravidlá pre výpočet

$$[\operatorname{tg} x]' = \left[\frac{\sin x}{\cos x}\right]' = \frac{1}{\cos^2 x} \qquad x \in R,\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$$

$$= \frac{[\sin x]' \cos x - \sin x [\cos x]'}{\cos^2 x} = \frac{\cos x \cos x - \sin x [-\sin x]}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

Základné pravidlá pre výpočet

$[\mathrm{tg}\, x]' = \left[\frac{\sin x}{\cos x}\right]' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $\quad x \in R,\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\sin x]' \cos x - \sin x [\cos x]'}{\cos^2 x} = \frac{\cos x \cos x - \sin x [-\sin x]}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$[\mathrm{cotg}\, x]' = \left[\frac{\cos x}{\sin x}\right]'$ $\quad x \in R,\ x \neq k\pi,\ k \in Z$

Základné pravidlá pre výpočet

$$[\operatorname{tg} x]' = \left[\frac{\sin x}{\cos x}\right]' = \frac{1}{\cos^2 x} \qquad x \in R,\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$$

$$= \frac{[\sin x]' \cos x - \sin x [\cos x]'}{\cos^2 x} = \frac{\cos x \cos x - \sin x [-\sin x]}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$[\operatorname{cotg} x]' = \left[\frac{\cos x}{\sin x}\right]' \qquad x \in R,\ x \neq k\pi,\ k \in Z$$

$$= \frac{[\cos x]' \sin x - \cos x [\sin x]'}{\sin^2 x}$$

Základné pravidlá pre výpočet

$[\operatorname{tg} x]' = \left[\frac{\sin x}{\cos x}\right]' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $\qquad x \in R,\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\sin x]' \cos x - \sin x [\cos x]'}{\cos^2 x} = \frac{\cos x \cos x - \sin x [-\sin x]}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$[\operatorname{cotg} x]' = \left[\frac{\cos x}{\sin x}\right]'$ $\qquad x \in R,\ x \neq k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\cos x]' \sin x - \cos x [\sin x]'}{\sin^2 x} = \frac{-\sin x \sin x - \cos x \cos x}{\sin^2 x}$$

Základné pravidlá pre výpočet

$[\operatorname{tg} x]' = \left[\frac{\sin x}{\cos x}\right]' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $\qquad x \in R,\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\sin x]' \cos x - \sin x [\cos x]'}{\cos^2 x} = \frac{\cos x \cos x - \sin x [-\sin x]}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$[\operatorname{cotg} x]' = \left[\frac{\cos x}{\sin x}\right]'$ $\qquad x \in R,\ x \neq k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\cos x]' \sin x - \cos x [\sin x]'}{\sin^2 x} = \frac{-\sin x \sin x - \cos x \cos x}{\sin^2 x} = \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x}$$

Základné pravidlá pre výpočet

$[\operatorname{tg} x]' = \left[\frac{\sin x}{\cos x}\right]' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $\qquad x \in R,\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\sin x]' \cos x - \sin x [\cos x]'}{\cos^2 x} = \frac{\cos x \cos x - \sin x[-\sin x]}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$[\operatorname{cotg} x]' = \left[\frac{\cos x}{\sin x}\right]' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ $\qquad x \in R,\ x \neq k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\cos x]' \sin x - \cos x [\sin x]'}{\sin^2 x} = \frac{-\sin x \sin x - \cos x \cos x}{\sin^2 x} = \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

Základné pravidlá pre výpočet

$[\operatorname{tg} x]' = \left[\frac{\sin x}{\cos x}\right]' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $\quad x \in R,\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\sin x]' \cos x - \sin x [\cos x]'}{\cos^2 x} = \frac{\cos x \cos x - \sin x [-\sin x]}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$[\operatorname{cotg} x]' = \left[\frac{\cos x}{\sin x}\right]' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ $\quad x \in R,\ x \neq k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\cos x]' \sin x - \cos x [\sin x]'}{\sin^2 x} = \frac{-\sin x \sin x - \cos x \cos x}{\sin^2 x} = \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

$\left[x^{-n}\right]' = \left[\frac{1}{x^n}\right]'$ $\quad x \in R,\ x \neq 0,\ n \in N$

Základné pravidlá pre výpočet

$[\operatorname{tg} x]' = \left[\frac{\sin x}{\cos x}\right]' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $\quad x \in R,\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\sin x]' \cos x - \sin x [\cos x]'}{\cos^2 x} = \frac{\cos x \cos x - \sin x [-\sin x]}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$[\operatorname{cotg} x]' = \left[\frac{\cos x}{\sin x}\right]' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ $\quad x \in R,\ x \neq k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\cos x]' \sin x - \cos x [\sin x]'}{\sin^2 x} = \frac{-\sin x \sin x - \cos x \cos x}{\sin^2 x} = \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

$\left[x^{-n}\right]' = \left[\frac{1}{x^n}\right]'$ $\quad x \in R,\ x \neq 0,\ n \in N$

$$= \frac{1' \cdot x^n - 1 \cdot [x^n]'}{[x^n]^2}$$

Základné pravidlá pre výpočet

$$[\operatorname{tg} x]' = \left[\frac{\sin x}{\cos x}\right]' = \frac{1}{\cos^2 x} \qquad x \in R,\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$$

$$= \frac{[\sin x]' \cos x - \sin x [\cos x]'}{\cos^2 x} = \frac{\cos x \cos x - \sin x [-\sin x]}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$[\operatorname{cotg} x]' = \left[\frac{\cos x}{\sin x}\right]' = -\frac{1}{\sin^2 x} \qquad x \in R,\ x \neq k\pi,\ k \in Z$$

$$= \frac{[\cos x]' \sin x - \cos x [\sin x]'}{\sin^2 x} = \frac{-\sin x \sin x - \cos x \cos x}{\sin^2 x} = \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

$$\left[x^{-n}\right]' = \left[\frac{1}{x^n}\right]' \qquad x \in R,\ x \neq 0,\ n \in N$$

$$= \frac{1' \cdot x^n - 1 \cdot [x^n]'}{[x^n]^2} = \frac{0 - nx^{n-1}}{x^{2n}}$$

Základné pravidlá pre výpočet

$[\operatorname{tg} x]' = \left[\frac{\sin x}{\cos x}\right]' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $\qquad x \in R,\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\sin x]' \cos x - \sin x [\cos x]'}{\cos^2 x} = \frac{\cos x \cos x - \sin x [-\sin x]}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$[\operatorname{cotg} x]' = \left[\frac{\cos x}{\sin x}\right]' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ $\qquad x \in R,\ x \neq k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\cos x]' \sin x - \cos x [\sin x]'}{\sin^2 x} = \frac{-\sin x \sin x - \cos x \cos x}{\sin^2 x} = \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

$\left[x^{-n}\right]' = \left[\frac{1}{x^n}\right]'$ $\qquad x \in R,\ x \neq 0,\ n \in N$

$$= \frac{1' \cdot x^n - 1 \cdot [x^n]'}{[x^n]^2} = \frac{0 - nx^{n-1}}{x^{2n}} = \frac{-nx^{n-1}}{x^{2n}}$$

Základné pravidlá pre výpočet

$[\mathrm{tg}\, x]' = \left[\frac{\sin x}{\cos x}\right]' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $\quad x \in R,\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\sin x]' \cos x - \sin x [\cos x]'}{\cos^2 x} = \frac{\cos x \cos x - \sin x [-\sin x]}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$[\mathrm{cotg}\, x]' = \left[\frac{\cos x}{\sin x}\right]' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ $\quad x \in R,\ x \neq k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\cos x]' \sin x - \cos x [\sin x]'}{\sin^2 x} = \frac{-\sin x \sin x - \cos x \cos x}{\sin^2 x} = \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

$\left[x^{-n}\right]' = \left[\frac{1}{x^n}\right]'$ $\quad x \in R,\ x \neq 0,\ n \in N$

$$= \frac{1' \cdot x^n - 1 \cdot [x^n]'}{[x^n]^2} = \frac{0 - nx^{n-1}}{x^{2n}} = \frac{-nx^{n-1}}{x^{2n}} = \frac{-n}{x^{2n} \cdot x^{1-n}}$$

Základné pravidlá pre výpočet

$[\operatorname{tg} x]' = \left[\frac{\sin x}{\cos x}\right]' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $\quad x \in R,\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\sin x]' \cos x - \sin x [\cos x]'}{\cos^2 x} = \frac{\cos x \cos x - \sin x [-\sin x]}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$[\operatorname{cotg} x]' = \left[\frac{\cos x}{\sin x}\right]' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ $\quad x \in R,\ x \neq k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\cos x]' \sin x - \cos x [\sin x]'}{\sin^2 x} = \frac{-\sin x \sin x - \cos x \cos x}{\sin^2 x} = \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

$\left[x^{-n}\right]' = \left[\frac{1}{x^n}\right]' = \frac{-n}{x^{n+1}} = -nx^{-n-1}$ $\quad x \in R,\ x \neq 0,\ n \in N$

$$= \frac{1' \cdot x^n - 1 \cdot [x^n]'}{[x^n]^2} = \frac{0 - nx^{n-1}}{x^{2n}} = \frac{-nx^{n-1}}{x^{2n}} = \frac{-n}{x^{2n} \cdot x^{1-n}} = \frac{-n}{x^{n+1}} = -nx^{-n-1}.$$

Základné pravidlá pre výpočet

$[\operatorname{tg} x]' = \left[\frac{\sin x}{\cos x}\right]' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $\qquad x \in R,\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\sin x]' \cos x - \sin x [\cos x]'}{\cos^2 x} = \frac{\cos x \cos x - \sin x[-\sin x]}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$[\operatorname{cotg} x]' = \left[\frac{\cos x}{\sin x}\right]' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ $\qquad x \in R,\ x \neq k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\cos x]' \sin x - \cos x [\sin x]'}{\sin^2 x} = \frac{-\sin x \sin x - \cos x \cos x}{\sin^2 x} = \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

$\left[x^{-n}\right]' = \left[\frac{1}{x^n}\right]' = \frac{-n}{x^{n+1}} = -nx^{-n-1}$ $\qquad x \in R,\ x \neq 0,\ n \in N$

$$= \frac{1' \cdot x^n - 1 \cdot [x^n]'}{[x^n]^2} = \frac{0 - nx^{n-1}}{x^{2n}} = \frac{-nx^{n-1}}{x^{2n}} = \frac{-n}{x^{2n} . x^{1-n}} = \frac{-n}{x^{n+1}} = -nx^{-n-1}.$$

$\left[\frac{1+x}{1-x}\right]'$ $\qquad x \in R,\ x \neq 1$

$\left[\frac{1-x}{1+x}\right]'$ $\qquad x \in R,\ x \neq -1$

Základné pravidlá pre výpočet

$[\operatorname{tg} x]' = \left[\frac{\sin x}{\cos x}\right]' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $\qquad x \in R,\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\sin x]' \cos x - \sin x [\cos x]'}{\cos^2 x} = \frac{\cos x \cos x - \sin x [-\sin x]}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$[\operatorname{cotg} x]' = \left[\frac{\cos x}{\sin x}\right]' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ $\qquad x \in R,\ x \neq k\pi,\ k \in Z$

$$= \frac{[\cos x]' \sin x - \cos x [\sin x]'}{\sin^2 x} = \frac{-\sin x \sin x - \cos x \cos x}{\sin^2 x} = \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

$\left[x^{-n}\right]' = \left[\frac{1}{x^n}\right]' = \frac{-n}{x^{n+1}} = -nx^{-n-1}$ $\qquad x \in R,\ x \neq 0,\ n \in N$

$$= \frac{1' \cdot x^n - 1 \cdot [x^n]'}{[x^n]^2} = \frac{0 - nx^{n-1}}{x^{2n}} = \frac{-nx^{n-1}}{x^{2n}} = \frac{-n}{x^{2n} \cdot x^{1-n}} = \frac{-n}{x^{n+1}} = -nx^{-n-1}.$$

$\left[\frac{1+x}{1-x}\right]'$ $\qquad x \in R,\ x \neq 1$

$$= \frac{1 \cdot (1-x) - (1+x) \cdot (-1)}{(1-x)^2}$$

$\left[\frac{1-x}{1+x}\right]'$ $\qquad x \in R,\ x \neq -1$

$$= \frac{-1 \cdot (1+x) - (1-x) \cdot 1}{(1+x)^2}$$

Základné pravidlá pre výpočet

$$[\operatorname{tg} x]' = \left[\frac{\sin x}{\cos x}\right]' = \frac{1}{\cos^2 x} \qquad x \in R,\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$$

$$= \frac{[\sin x]' \cos x - \sin x [\cos x]'}{\cos^2 x} = \frac{\cos x \cos x - \sin x [-\sin x]}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$[\operatorname{cotg} x]' = \left[\frac{\cos x}{\sin x}\right]' = -\frac{1}{\sin^2 x} \qquad x \in R,\ x \neq k\pi,\ k \in Z$$

$$= \frac{[\cos x]' \sin x - \cos x [\sin x]'}{\sin^2 x} = \frac{-\sin x \sin x - \cos x \cos x}{\sin^2 x} = \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

$$\left[x^{-n}\right]' = \left[\frac{1}{x^n}\right]' = \frac{-n}{x^{n+1}} = -nx^{-n-1} \qquad x \in R,\ x \neq 0,\ n \in N$$

$$= \frac{1' \cdot x^n - 1 \cdot [x^n]'}{[x^n]^2} = \frac{0 - nx^{n-1}}{x^{2n}} = \frac{-nx^{n-1}}{x^{2n}} = \frac{-n}{x^{2n} \cdot x^{1-n}} = \frac{-n}{x^{n+1}} = -nx^{-n-1}.$$

$$\left[\frac{1+x}{1-x}\right]' = \frac{2}{(1-x)^2} \qquad x \in R,\ x \neq 1$$

$$= \frac{1 \cdot (1-x) - (1+x) \cdot (-1)}{(1-x)^2} = \frac{2}{(1-x)^2}.$$

$$\left[\frac{1-x}{1+x}\right]' = \frac{-2}{(1+x)^2} \qquad x \in R,\ x \neq -1$$

$$= \frac{-1 \cdot (1+x) - (1-x) \cdot 1}{(1+x)^2} = \frac{-2}{(1+x)^2}.$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

f je spojitá a bijektívna na I, $I \subset R$ interval, $x_0 \in I$ vnútorný bod,

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

f je spojitá a bijektívna na I, $I \subset R$ interval, $x_0 \in I$ vnútorný bod,

pre $y_0 = f(x_0)$ existuje $[f^{-1}(y_0)]' \in R - \{0\}$, t. j. konečná nenulová.

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

f je spojitá a bijektívna na I, $I \subset R$ interval, $x_0 \in I$ vnútorný bod,
pre $y_0 = f(x_0)$ existuje $[f^{-1}(y_0)]' \in R - \{0\}$, t. j. konečná nenulová.

$\Rightarrow$ existuje konečná derivácia $f'(x_0) = \left. \frac{1}{[f^{-1}(y_0)]'} \right|_{y_0 = f(x_0)}$.

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

f je spojitá a bijektívna na I, $I \subset R$ interval, $x_0 \in I$ vnútorný bod,
pre $y_0 = f(x_0)$ existuje $[f^{-1}(y_0)]' \in R - \{0\}$, t. j. konečná nenulová.

$\Rightarrow$ existuje konečná derivácia $f'(x_0) = \left. \frac{1}{[f^{-1}(y_0)]'} \right|_{y_0 = f(x_0)}$.

$[\ln x]'$ $x > 0$

$[\ln x]'$ $x > 0$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

f je spojitá a bijektívna na I, $I \subset R$ interval, $x_0 \in I$ vnútorný bod,

pre $y_0 = f(x_0)$ existuje $[f^{-1}(y_0)]' \in R - \{0\}$, t. j. konečná nenulová.

$\Rightarrow$ existuje konečná derivácia $f'(x_0) = \left. \frac{1}{[f^{-1}(y_0)]'} \right|_{y_0 = f(x_0)}$.

$[\ln x]'$ [pomocou inverznej funkcie] $x > 0$

$= \left[\begin{array}{c|c} y = \ln x & x > 0 \\ x = e^y & y \in R \end{array} \right]$

$[\ln x]'$ [z definície] $x > 0$

$= \lim\limits_{h \to 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h}$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

f je spojitá a bijektívna na I, $I \subset R$ interval, $x_0 \in I$ vnútorný bod,
pre $y_0 = f(x_0)$ existuje $[f^{-1}(y_0)]' \in R - \{0\}$, t. j. konečná nenulová.

$\Rightarrow$ existuje konečná derivácia $f'(x_0) = \left.\frac{1}{[f^{-1}(y_0)]'}\right|_{y_0=f(x_0)}$.

$[\ln x]'$ [pomocou inverznej funkcie] $x > 0$

$$= \left[\begin{array}{c|c} y = \ln x & x > 0 \\ x = e^y & y \in R \end{array}\right] = \left.\frac{1}{[e^y]'}\right|_{y=\ln x}$$

$[\ln x]'$ [z definície] $x > 0$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \ln \frac{x+h}{x} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \ln\left(1 + \frac{h}{x}\right)$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

f je spojitá a bijektívna na I, $I \subset R$ interval, $x_0 \in I$ vnútorný bod, pre $y_0 = f(x_0)$ existuje $[f^{-1}(y_0)]' \in R - \{0\}$, t. j. konečná nenulová.

$\Rightarrow$ existuje konečná derivácia $f'(x_0) = \dfrac{1}{[f^{-1}(y_0)]'}\Big|_{y_0 = f(x_0)}$.

$[\ln x]'$ [pomocou inverznej funkcie] $x > 0$

$$= \left[\begin{array}{c|c} y = \ln x & x > 0 \\ x = e^y & y \in R \end{array}\right] = \frac{1}{[e^y]'}\Big|_{y=\ln x} = \frac{1}{e^y}\Big|_{y=\ln x}$$

$[\ln x]'$ [z definície] $x > 0$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \ln \frac{x+h}{x} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \ln\left(1 + \frac{h}{x}\right) = \lim_{h\to 0} \ln\left(1 + \frac{h}{x}\right)^{\frac{1}{h}}$$

$$= \lim_{h\to 0} \ln\left(1 + \frac{1}{x} \cdot h\right)^{\frac{1}{h}}$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

f je spojitá a bijektívna na I, $I \subset R$ interval, $x_0 \in I$ vnútorný bod,
pre $y_0 = f(x_0)$ existuje $[f^{-1}(y_0)]' \in R - \{0\}$, t. j. konečná nenulová.

$\Rightarrow$ existuje konečná derivácia $f'(x_0) = \left.\frac{1}{[f^{-1}(y_0)]'}\right|_{y_0=f(x_0)}$.

$[\ln x]'$ [pomocou inverznej funkcie] $x > 0$

$$= \left[\begin{array}{c|c} y = \ln x & x > 0 \\ x = e^y & y \in R \end{array} \right] = \left.\frac{1}{[e^y]'}\right|_{y=\ln x} = \left.\frac{1}{e^y}\right|_{y=\ln x} = \frac{1}{e^{\ln x}}$$

$[\ln x]'$ [z definície] $x > 0$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \ln \frac{x+h}{x} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \ln\left(1 + \frac{h}{x}\right) = \lim_{h\to 0} \ln\left(1+\frac{h}{x}\right)^{\frac{1}{h}}$$

$$= \lim_{h\to 0} \ln\left(1 + \frac{1}{x}\cdot h\right)^{\frac{1}{h}} = \ln\left[\lim_{h\to 0}\left(1+\frac{1}{x}\cdot h\right)^{\frac{1}{h}}\right]$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

f je spojitá a bijektívna na I, $I \subset R$ interval, $x_0 \in I$ vnútorný bod,
pre $y_0 = f(x_0)$ existuje $[f^{-1}(y_0)]' \in R - \{0\}$, t. j. konečná nenulová.

$\Rightarrow$ existuje konečná derivácia $f'(x_0) = \dfrac{1}{[f^{-1}(y_0)]'}\Big|_{y_0=f(x_0)}$.

$[\ln x]' = \frac{1}{x}$ [pomocou inverznej funkcie] $x > 0$

$$= \left[\begin{array}{c|c} y = \ln x & x > 0 \\ x = e^y & y \in R \end{array} \right] = \frac{1}{[e^y]'}\Big|_{y=\ln x} = \frac{1}{e^y}\Big|_{y=\ln x} = \frac{1}{e^{\ln x}} = \frac{1}{x}.$$

$[\ln x]' = \frac{1}{x}$ [z definície] $x > 0$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \ln \frac{x+h}{x} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \ln\left(1 + \frac{h}{x}\right) = \lim_{h\to 0} \ln\left(1+\frac{h}{x}\right)^{\frac{1}{h}}$$

$$= \lim_{h\to 0} \ln\left(1 + \frac{1}{x}\cdot h\right)^{\frac{1}{h}} = \ln\left[\lim_{h\to 0}\left(1+\frac{1}{x}\cdot h\right)^{\frac{1}{h}}\right] = \ln e^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{x}.$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\arcsin x]'$ $\quad x \in (-1; 1)$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\arcsin x]'$ $\qquad x \in (-1;1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y = \arcsin x,\ x \in (-1;1), \quad x = \sin y,\ y \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}) \\ 0 < \cos y = \sqrt{1 - \sin^2 y} = \sqrt{1 - [\sin \arcsin x]^2} = \sqrt{1 - x^2} \end{array} \right]$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\arcsin x]'$ $\qquad x \in (-1; 1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y = \arcsin x,\ x \in (-1;1), \quad x = \sin y,\ y \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}) \\ 0 < \cos y = \sqrt{1-\sin^2 y} = \sqrt{1-[\sin \arcsin x]^2} = \sqrt{1-x^2} \end{array} \right] = \frac{1}{[\sin y]'}$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\arcsin x]'$ $\quad x \in (-1; 1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y = \arcsin x,\ x \in (-1; 1),\quad x = \sin y,\ y \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}) \\ 0 < \cos y = \sqrt{1 - \sin^2 y} = \sqrt{1 - [\sin \arcsin x]^2} = \sqrt{1 - x^2} \end{array} \right] = \frac{1}{[\sin y]'} = \frac{1}{\cos y}$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\arcsin x]' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\qquad x \in (-1; 1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y=\arcsin x,\ x\in(-1;1), \quad x=\sin y,\ y\in(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}) \\ 0<\cos y=\sqrt{1-\sin^2 y}=\sqrt{1-[\sin\arcsin x]^2}=\sqrt{1-x^2} \end{array} \right] = \frac{1}{[\sin y]'} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\arcsin x]' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\quad x \in (-1;1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y=\arcsin x,\ x\in(-1;1),\quad x=\sin y,\ y\in(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}) \\ 0<\cos y=\sqrt{1-\sin^2 y}=\sqrt{1-[\sin\arcsin x]^2}=\sqrt{1-x^2} \end{array} \right] = \frac{1}{[\sin y]'} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$[\arccos x]'$ $\quad x \in (-1;1)$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\arcsin x]' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\qquad x \in (-1;1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y = \arcsin x,\ x \in (-1;1), \quad x = \sin y,\ y \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}) \\ 0 < \cos y = \sqrt{1-\sin^2 y} = \sqrt{1-[\sin \arcsin x]^2} = \sqrt{1-x^2} \end{array}\right] = \frac{1}{[\sin y]'} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$[\arccos x]'$ $\qquad x \in (-1;1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y = \arccos x,\ x \in (-1;1), \quad x = \cos y,\ y \in (0;\pi) \\ 0 < \sin y = \sqrt{1-\cos^2 y} = \sqrt{1-[\cos \arccos x]^2} = \sqrt{1-x^2} \end{array}\right]$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\arcsin x]' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\quad x \in (-1;1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y=\arcsin x,\ x\in(-1;1), \quad x=\sin y,\ y\in(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}) \\ 0<\cos y=\sqrt{1-\sin^2 y}=\sqrt{1-[\sin\arcsin x]^2}=\sqrt{1-x^2} \end{array} \right] = \frac{1}{[\sin y]'} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$[\arccos x]'$ $\quad x \in (-1;1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y=\arccos x,\ x\in(-1;1), \quad x=\cos y,\ y\in(0;\pi) \\ 0<\sin y=\sqrt{1-\cos^2 y}=\sqrt{1-[\cos\arccos x]^2}=\sqrt{1-x^2} \end{array} \right] = \frac{1}{[\cos y]'}$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\arcsin x]' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\qquad x \in (-1;1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y=\arcsin x,\ x\in(-1;1), \quad x=\sin y,\ y\in(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}) \\ 0<\cos y=\sqrt{1-\sin^2 y}=\sqrt{1-[\sin\arcsin x]^2}=\sqrt{1-x^2} \end{array} \right] = \frac{1}{[\sin y]'} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$[\arccos x]'$ $\qquad x \in (-1;1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y=\arccos x,\ x\in(-1;1), \quad x=\cos y,\ y\in(0;\pi) \\ 0<\sin y=\sqrt{1-\cos^2 y}=\sqrt{1-[\cos\arccos x]^2}=\sqrt{1-x^2} \end{array} \right] = \frac{1}{[\cos y]'} = \frac{1}{-\sin y}$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$$[\arcsin x]' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad x \in (-1;1)$$

$$= \left[\begin{matrix} y=\arcsin x,\ x\in(-1;1), \quad x=\sin y,\ y\in(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}) \\ 0<\cos y=\sqrt{1-\sin^2 y}=\sqrt{1-[\sin\arcsin x]^2}=\sqrt{1-x^2} \end{matrix} \right] = \frac{1}{[\sin y]'} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$[\arccos x]' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad x \in (-1;1)$$

$$= \left[\begin{matrix} y=\arccos x,\ x\in(-1;1), \quad x=\cos y,\ y\in(0;\pi) \\ 0<\sin y=\sqrt{1-\cos^2 y}=\sqrt{1-[\cos\arccos x]^2}=\sqrt{1-x^2} \end{matrix} \right] = \frac{1}{[\cos y]'} = \frac{1}{-\sin y} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\arcsin x]' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\qquad x \in (-1;1)$

$$= \left[\begin{matrix} y=\arcsin x,\ x\in(-1;1), \quad x=\sin y,\ y\in(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}) \\ 0<\cos y=\sqrt{1-\sin^2 y}=\sqrt{1-[\sin\arcsin x]^2}=\sqrt{1-x^2} \end{matrix} \right] = \frac{1}{[\sin y]'} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$[\arccos x]' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\qquad x \in (-1;1)$

$$= \left[\begin{matrix} y=\arccos x,\ x\in(-1;1), \quad x=\cos y,\ y\in(0;\pi) \\ 0<\sin y=\sqrt{1-\cos^2 y}=\sqrt{1-[\cos\arccos x]^2}=\sqrt{1-x^2} \end{matrix} \right] = \frac{1}{[\cos y]'} = \frac{1}{-\sin y} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$[\mathrm{arctg}\, x]'$ $\qquad x \in R$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\arcsin x]' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\quad x \in (-1; 1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y = \arcsin x, \ x \in (-1;1), \quad x = \sin y, \ y \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}) \\ 0 < \cos y = \sqrt{1-\sin^2 y} = \sqrt{1-[\sin \arcsin x]^2} = \sqrt{1-x^2} \end{array} \right] = \frac{1}{[\sin y]'} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$[\arccos x]' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\quad x \in (-1; 1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y = \arccos x, \ x \in (-1;1), \qquad x = \cos y, \ y \in (0; \pi) \\ 0 < \sin y = \sqrt{1-\cos^2 y} = \sqrt{1-[\cos \arccos x]^2} = \sqrt{1-x^2} \end{array} \right] = \frac{1}{[\cos y]'} = \frac{1}{-\sin y} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$[\operatorname{arctg} x]'$ $\quad x \in R$

$$= \left[\begin{array}{c|c} y = \operatorname{arctg} x & x \in R, \ y \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}) \\ x = \operatorname{tg} y & \cos y > 0, \quad \cos^2 y > 0 \end{array} \right]$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\arcsin x]' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\qquad x \in (-1;1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y=\arcsin x,\ x\in(-1;1), \quad x=\sin y,\ y\in(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}) \\ 0<\cos y=\sqrt{1-\sin^2 y}=\sqrt{1-[\sin\arcsin x]^2}=\sqrt{1-x^2} \end{array} \right] = \frac{1}{[\sin y]'} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$[\arccos x]' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\qquad x \in (-1;1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y=\arccos x,\ x\in(-1;1), \quad x=\cos y,\ y\in(0;\pi) \\ 0<\sin y=\sqrt{1-\cos^2 y}=\sqrt{1-[\cos\arccos x]^2}=\sqrt{1-x^2} \end{array} \right] = \frac{1}{[\cos y]'} = \frac{1}{-\sin y} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$[\operatorname{arctg} x]'$ $\qquad x \in R$

$$= \left[\begin{array}{c|c} y=\operatorname{arctg} x & x\in R,\ y\in(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}) \\ x=\operatorname{tg} y & \cos y>0,\ \cos^2 y>0 \end{array} \right] = \frac{1}{[\operatorname{tg} y]'}$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\arcsin x]' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\quad x \in (-1; 1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y = \arcsin x,\ x \in (-1;1), \quad x = \sin y,\ y \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}) \\ 0 < \cos y = \sqrt{1-\sin^2 y} = \sqrt{1-[\sin \arcsin x]^2} = \sqrt{1-x^2} \end{array} \right] = \frac{1}{[\sin y]'} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$[\arccos x]' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\quad x \in (-1; 1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y = \arccos x,\ x \in (-1;1), \quad x = \cos y,\ y \in (0; \pi) \\ 0 < \sin y = \sqrt{1-\cos^2 y} = \sqrt{1-[\cos \arccos x]^2} = \sqrt{1-x^2} \end{array} \right] = \frac{1}{[\cos y]'} = \frac{1}{-\sin y} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$[\operatorname{arctg} x]'$ $\quad x \in R$

$$= \left[\begin{array}{c|c} y = \operatorname{arctg} x & x \in R,\ y \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}) \\ x = \operatorname{tg} y & \cos y > 0,\ \cos^2 y > 0 \end{array} \right] = \frac{1}{[\operatorname{tg} y]'} = \frac{1}{\frac{1}{\cos^2 y}}$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\arcsin x]' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\quad x \in (-1; 1)$

$$= \left[\begin{matrix} y = \arcsin x, \ x \in (-1;1), \quad x = \sin y, \ y \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}) \\ 0 < \cos y = \sqrt{1-\sin^2 y} = \sqrt{1-[\sin \arcsin x]^2} = \sqrt{1-x^2} \end{matrix} \right] = \frac{1}{[\sin y]'} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$[\arccos x]' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\quad x \in (-1; 1)$

$$= \left[\begin{matrix} y = \arccos x, \ x \in (-1;1), \quad x = \cos y, \ y \in (0; \pi) \\ 0 < \sin y = \sqrt{1-\cos^2 y} = \sqrt{1-[\cos \arccos x]^2} = \sqrt{1-x^2} \end{matrix} \right] = \frac{1}{[\cos y]'} = \frac{1}{-\sin y} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$[\operatorname{arctg} x]'$ $\quad x \in R$

$$= \left[\begin{array}{c|c} y = \operatorname{arctg} x & x \in R, \ y \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}) \\ x = \operatorname{tg} y & \cos y > 0, \ \cos^2 y > 0 \end{array} \right] = \frac{1}{[\operatorname{tg} y]'} = \frac{1}{\frac{1}{\cos^2 y}} = \frac{1}{\frac{\sin^2 y + \cos^2 y}{\cos^2 y}} = \frac{1}{\frac{\sin^2 y}{\cos^2 y} + 1}$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\arcsin x]' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\quad x \in (-1;1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y=\arcsin x,\ x\in(-1;1),\quad x=\sin y,\ y\in(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}) \\ 0<\cos y=\sqrt{1-\sin^2 y}=\sqrt{1-[\sin\arcsin x]^2}=\sqrt{1-x^2} \end{array} \right] = \frac{1}{[\sin y]'} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$[\arccos x]' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\quad x \in (-1;1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y=\arccos x,\ x\in(-1;1),\quad x=\cos y,\ y\in(0;\pi) \\ 0<\sin y=\sqrt{1-\cos^2 y}=\sqrt{1-[\cos\arccos x]^2}=\sqrt{1-x^2} \end{array} \right] = \frac{1}{[\cos y]'} = \frac{1}{-\sin y} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$[\operatorname{arctg} x]'$ $\quad x \in R$

$$= \left[\begin{array}{c|c} y=\operatorname{arctg} x & x\in R,\ y\in(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}) \\ x=\operatorname{tg} y & \cos y>0,\ \cos^2 y>0 \end{array} \right] = \frac{1}{[\operatorname{tg} y]'} = \frac{1}{\frac{1}{\cos^2 y}} = \frac{1}{\frac{\sin^2 y+\cos^2 y}{\cos^2 y}} = \frac{1}{\frac{\sin^2 y}{\cos^2 y}+1}$$

$$= \frac{1}{\operatorname{tg}^2 y+1}$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\arcsin x]' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\quad x \in (-1;1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y=\arcsin x,\ x\in(-1;1),\quad x=\sin y,\ y\in(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}) \\ 0<\cos y=\sqrt{1-\sin^2 y}=\sqrt{1-[\sin\arcsin x]^2}=\sqrt{1-x^2} \end{array} \right] = \frac{1}{[\sin y]'} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$[\arccos x]' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\quad x \in (-1;1)$

$$= \left[\begin{array}{c} y=\arccos x,\ x\in(-1;1),\qquad x=\cos y,\ y\in(0;\pi) \\ 0<\sin y=\sqrt{1-\cos^2 y}=\sqrt{1-[\cos\arccos x]^2}=\sqrt{1-x^2} \end{array} \right] = \frac{1}{[\cos y]'} = \frac{1}{-\sin y} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$[\operatorname{arctg} x]' = \frac{1}{x^2+1}$ $\quad x \in R$

$$= \left[\begin{array}{c|c} y=\operatorname{arctg} x & x\in R,\ y\in(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}) \\ x=\operatorname{tg} y & \cos y>0,\ \cos^2 y>0 \end{array} \right] = \frac{1}{[\operatorname{tg} y]'} = \frac{1}{\frac{1}{\cos^2 y}} = \frac{1}{\frac{\sin^2 y+\cos^2 y}{\cos^2 y}} = \frac{1}{\frac{\sin^2 y}{\cos^2 y}+1}$$

$$= \frac{1}{\operatorname{tg}^2 y+1} = \frac{1}{[\operatorname{tg}\operatorname{arctg} x]^2+1} = \frac{1}{x^2+1}.$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$F = g(f)$ definovaná na I, $I \subset R$, $x_0 \in I$ vnútorný bod, $u_0 = f(x_0)$,

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$F = g(f)$ definovaná na I, $I \subset R$, $x_0 \in I$ vnútorný bod, $u_0 = f(x_0)$,

existujú derivácie $f'(x_0)$, $g'(u_0)$, t. j. vnútornej aj vonkajšej zložky.

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$F = g(f)$ definovaná na I, $I \subset R$, $x_0 \in I$ vnútorný bod, $u_0 = f(x_0)$,
existujú derivácie $f'(x_0)$, $g'(u_0)$, t. j. vnútornej aj vonkajšej zložky.

$\Rightarrow$ existuje $F'(x_0) = [g(f(x_0))]' = g'(f(x_0)) \cdot f'(x_0) = g'(u_0) \cdot f'(x_0)\Big|_{y_0 = f(x_0)}$.

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$F = g(f)$ definovaná na I, $I \subset R$, $x_0 \in I$ vnútorný bod, $u_0 = f(x_0)$, existujú derivácie $f'(x_0)$, $g'(u_0)$, t. j. vnútornej aj vonkajšej zložky.

$\Rightarrow$ existuje $F'(x_0) = [g(f(x_0))]' = g'(f(x_0)) \cdot f'(x_0) = g'(u_0) \cdot f'(x_0)\Big|_{y_0 = f(x_0)}$.

$\left[\sqrt{1-x^2}\right]'$ $x \in (-1; 1)$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$F = g(f)$ definovaná na I, $I \subset R$, $x_0 \in I$ vnútorný bod, $u_0 = f(x_0)$,
existujú derivácie $f'(x_0)$, $g'(u_0)$, t. j. vnútornej aj vonkajšej zložky.

$\Rightarrow$ existuje $F'(x_0) = [g(f(x_0))]' = g'(f(x_0)) \cdot f'(x_0) = g'(u_0) \cdot f'(x_0)\Big|_{y_0 = f(x_0)}$.

$\left[\sqrt{1-x^2}\right]'$ $\quad x \in (-1; 1)$

$$= \left[\begin{array}{l|l} F\colon y = \sqrt{1-x^2} = \sqrt{f(x)} = g(f(x)), \quad x \in (-1;1) & g'(u) = \left[u^{\frac{1}{2}}\right]' = \frac{1}{2}u^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{u}} \\ f\colon u = 1-x^2,\ x \in (-1;1), \quad g\colon y = \sqrt{u},\ u \in (0;\infty) & f'(x) = \left[1-x^2\right]' = -2x \end{array}\right]$$

$$= \left[(1-x^2)^{\frac{1}{2}}\right]'$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$F=g(f)$ definovaná na I, $I\subset R$, $x_0\in I$ vnútorný bod, $u_0=f(x_0)$,
existujú derivácie $f'(x_0)$, $g'(u_0)$, t. j. vnútornej aj vonkajšej zložky.

$\Rightarrow$ existuje $F'(x_0)=[g(f(x_0))]'=g'(f(x_0))\cdot f'(x_0)=g'(u_0)\cdot f'(x_0)\Big|_{y_0=f(x_0)}$.

$\left[\sqrt{1-x^2}\right]'$ $\qquad x\in(-1;1)$

$$=\left[\begin{array}{l|l} F\colon y=\sqrt{1-x^2}=\sqrt{f(x)}=g(f(x)),\quad x\in(-1;1) & g'(u)=\left[u^{\frac{1}{2}}\right]'=\frac{1}{2}u^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2\sqrt{u}} \\ f\colon u=1-x^2,\ x\in(-1;1),\quad g\colon y=\sqrt{u},\ u\in(0;\infty) & f'(x)=\left[1-x^2\right]'=-2x \end{array}\right]$$

$$=g'(u)\cdot f'(x)$$

$$=\left[(1-x^2)^{\frac{1}{2}}\right]'=\frac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot(1-x^2)'$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$F=g(f)$ definovaná na I, $I\subset R$, $x_0\in I$ vnútorný bod, $u_0=f(x_0)$, existujú derivácie $f'(x_0)$, $g'(u_0)$, t. j. vnútornej aj vonkajšej zložky.

$$\Rightarrow \text{existuje } F'(x_0)=[g(f(x_0))]'=g'(f(x_0))\cdot f'(x_0)=g'(u_0)\cdot f'(x_0)\Big|_{y_0=f(x_0)}.$$

$\left[\sqrt{1-x^2}\right]'$ $\qquad x\in(-1;1)$

$$=\left[\begin{array}{l|l} F\colon y=\sqrt{1-x^2}=\sqrt{f(x)}=g(f(x)),\quad x\in(-1;1) & g'(u)=\left[u^{\frac{1}{2}}\right]'=\frac{1}{2}u^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2\sqrt{u}} \\ f\colon u=1-x^2,\ x\in(-1;1),\quad g\colon y=\sqrt{u},\ u\in(0;\infty) & f'(x)=\left[1-x^2\right]'=-2x \end{array}\right]$$

$$=g'(u)\cdot f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{u}}\cdot f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{f(x)}}\cdot f'(x)$$

$$=\left[(1-x^2)^{\frac{1}{2}}\right]'=\frac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot(1-x^2)'=\frac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot(-2x)$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$F=g(f)$ definovaná na I, $I\subset R$, $x_0\in I$ vnútorný bod, $u_0=f(x_0)$, existujú derivácie $f'(x_0)$, $g'(u_0)$, t. j. vnútornej aj vonkajšej zložky.

$\Rightarrow$ existuje $F'(x_0)=[g(f(x_0))]'=g'(f(x_0))\cdot f'(x_0)=g'(u_0)\cdot f'(x_0)\Big|_{y_0=f(x_0)}$.

$\left[\sqrt{1-x^2}\right]'=-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ $\qquad x\in(-1;1)$

$$=\left[\begin{array}{l|l} F\colon y=\sqrt{1-x^2}=\sqrt{f(x)}=g(f(x)),\quad x\in(-1;1) & g'(u)=\left[u^{\frac{1}{2}}\right]'=\frac{1}{2}u^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2\sqrt{u}} \\ f\colon u=1-x^2,\ x\in(-1;1),\quad g\colon y=\sqrt{u},\ u\in(0;\infty) & f'(x)=\left[1-x^2\right]'=-2x \end{array}\right]$$

$$=g'(u)\cdot f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{u}}\cdot f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{f(x)}}\cdot f'(x)=\frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}=-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}.$$

V praxi jednotlivé zložky väčšinou samostatne nevypisujeme a priamo derivujeme.

$$=\left[(1-x^2)^{\frac{1}{2}}\right]'=\frac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot(1-x^2)'=\frac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot(-2x)$$

$$=\frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}=-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sin \sin x]'$ $x \in R$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sin\sin x]'$ $\qquad x \in R$

$= [\sin(\sin x)]'$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sin \sin x]'$ $x \in R$

$= [\sin(\sin x)]' = \cos(\sin x) \cdot [\sin x]'$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sin\sin x]' = \cos\sin x \cdot \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin x)]' = \cos(\sin x)\cdot[\sin x]' = \cos(\sin x)\cdot\cos x = \cos\sin x\cdot\cos x.$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sin \sin x]' = \cos \sin x \cdot \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin x)]' = \cos(\sin x) \cdot [\sin x]' = \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos \sin x \cdot \cos x.$$

$[\sin \sin \sin x]'$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin(\sin x))]' = \cos(\sin(\sin x)) \cdot [\sin(\sin x)]' =$$

$$= \cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x) \cdot [\sin x]' =$$

$$= \cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos \sin \sin x \cdot \cos \sin x \cdot \cos x.$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sin \sin x]' = \cos \sin x \cdot \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin x)]' = \cos(\sin x) \cdot [\sin x]' = \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos \sin x \cdot \cos x.$$

$[\sin \sin \sin x]'$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin(\sin x))]'$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sin\sin x]' = \cos\sin x \cdot \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin x)]' = \cos(\sin x) \cdot [\sin x]' = \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos\sin x \cdot \cos x.$$

$[\sin\sin\sin x]'$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin(\sin x))]' = \cos(\sin(\sin x)) \cdot [\sin(\sin x)]'$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sin\sin x]' = \cos\sin x \cdot \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin x)]' = \cos(\sin x)\cdot[\sin x]' = \cos(\sin x)\cdot\cos x = \cos\sin x\cdot\cos x.$$

$[\sin\sin\sin x]'$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin(\sin x))]' = \cos(\sin(\sin x))\cdot[\sin(\sin x)]'$$

$$= \cos(\sin(\sin x))\cdot\cos(\sin x)\cdot[\sin x]'$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sin\sin x]' = \cos\sin x \cdot \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin x)]' = \cos(\sin x) \cdot [\sin x]' = \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos\sin x \cdot \cos x.$$

$[\sin\sin\sin x]' = \cos\sin\sin x \cdot \cos\sin x \cdot \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin(\sin x))]' = \cos(\sin(\sin x)) \cdot [\sin(\sin x)]'$$
$$= \cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x) \cdot [\sin x]'$$
$$= \cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos\sin\sin x \cdot \cos\sin x \cdot \cos x.$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sin\sin x]' = \cos\sin x \cdot \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin x)]' = \cos(\sin x)\cdot[\sin x]' = \cos(\sin x)\cdot\cos x = \cos\sin x\cdot\cos x.$$

$[\sin\sin\sin x]' = \cos\sin\sin x \cdot \cos\sin x \cdot \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin(\sin x))]' = \cos(\sin(\sin x))\cdot[\sin(\sin x)]'$$

$$= \cos(\sin(\sin x))\cdot\cos(\sin x)\cdot[\sin x]'$$

$$= \cos(\sin(\sin x))\cdot\cos(\sin x)\cdot\cos x = \cos\sin\sin x\cdot\cos\sin x\cdot\cos x.$$

$[a^x]'$ $\qquad x \in R,\ a > 0$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sin\sin x]' = \cos\sin x \cdot \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin x)]' = \cos(\sin x) \cdot [\sin x]' = \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos\sin x \cdot \cos x.$$

$[\sin\sin\sin x]' = \cos\sin\sin x \cdot \cos\sin x \cdot \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin(\sin x))]' = \cos(\sin(\sin x)) \cdot [\sin(\sin x)]'$$
$$= \cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x) \cdot [\sin x]'$$
$$= \cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos\sin\sin x \cdot \cos\sin x \cdot \cos x.$$

$[a^x]'$ $\qquad x \in R,\ a > 0$

$$= \left[e^{\ln a^x}\right]' = \left[e^{x\ln a}\right]'$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sin\sin x]' = \cos\sin x \cdot \cos x$ $\quad x \in R$

$$= [\sin(\sin x)]' = \cos(\sin x)\cdot[\sin x]' = \cos(\sin x)\cdot\cos x = \cos\sin x\cdot\cos x.$$

$[\sin\sin\sin x]' = \cos\sin\sin x \cdot \cos\sin x \cdot \cos x$ $\quad x \in R$

$$= [\sin(\sin(\sin x))]' = \cos(\sin(\sin x))\cdot[\sin(\sin x)]'$$
$$= \cos(\sin(\sin x))\cdot\cos(\sin x)\cdot[\sin x]'$$
$$= \cos(\sin(\sin x))\cdot\cos(\sin x)\cdot\cos x = \cos\sin\sin x\cdot\cos\sin x\cdot\cos x.$$

$[a^x]'$ $\quad x \in R,\ a > 0$

$$= \left[e^{\ln a^x}\right]' = \left[e^{x\ln a}\right]' = e^{x\ln a}\cdot[x\ln a]'$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sin\sin x]' = \cos\sin x \cdot \cos x$ $\quad x \in R$

$$= [\sin(\sin x)]' = \cos(\sin x) \cdot [\sin x]' = \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos\sin x \cdot \cos x.$$

$[\sin\sin\sin x]' = \cos\sin\sin x \cdot \cos\sin x \cdot \cos x$ $\quad x \in R$

$$= [\sin(\sin(\sin x))]' = \cos(\sin(\sin x)) \cdot [\sin(\sin x)]'$$

$$= \cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x) \cdot [\sin x]'$$

$$= \cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos\sin\sin x \cdot \cos\sin x \cdot \cos x.$$

$[a^x]'$ $\quad x \in R,\ a > 0$

$$= \left[e^{\ln a^x}\right]' = \left[e^{x\ln a}\right]' = e^{x\ln a} \cdot [x\ln a]' = e^{x\ln a} \cdot \ln a$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sin\sin x]' = \cos\sin x \cdot \cos x$ $\quad x \in R$

$$= [\sin(\sin x)]' = \cos(\sin x) \cdot [\sin x]' = \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos\sin x \cdot \cos x.$$

$[\sin\sin\sin x]' = \cos\sin\sin x \cdot \cos\sin x \cdot \cos x$ $\quad x \in R$

$$= [\sin(\sin(\sin x))]' = \cos(\sin(\sin x)) \cdot [\sin(\sin x)]'$$
$$= \cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x) \cdot [\sin x]'$$
$$= \cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos\sin\sin x \cdot \cos\sin x \cdot \cos x.$$

$[a^x]' = a^x \ln a$ $\quad x \in R,\ a > 0$

$$= \left[e^{\ln a^x}\right]' = \left[e^{x\ln a}\right]' = e^{x\ln a} \cdot [x \ln a]' = e^{x\ln a} \cdot \ln a = a^x \ln a.$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sin\sin x]' = \cos\sin x \cdot \cos x$ $\qquad x \in R$

$= [\sin(\sin x)]' = \cos(\sin x) \cdot [\sin x]' = \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos\sin x \cdot \cos x.$

$[\sin\sin\sin x]' = \cos\sin\sin x \cdot \cos\sin x \cdot \cos x$ $\qquad x \in R$

$= [\sin(\sin(\sin x))]' = \cos(\sin(\sin x)) \cdot [\sin(\sin x)]'$

$= \cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x) \cdot [\sin x]'$

$= \cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos\sin\sin x \cdot \cos\sin x \cdot \cos x.$

$[a^x]' = a^x \ln a$ $\qquad x \in R,\ a > 0$

$= \left[e^{\ln a^x}\right]' = \left[e^{x \ln a}\right]' = e^{x \ln a} \cdot [x \ln a]' = e^{x \ln a} \cdot \ln a = a^x \ln a.$

$[\log_a x]'$ $\qquad x > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sin\sin x]' = \cos\sin x \cdot \cos x$ $\quad x \in R$

$$= [\sin(\sin x)]' = \cos(\sin x) \cdot [\sin x]' = \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos\sin x \cdot \cos x.$$

$[\sin\sin\sin x]' = \cos\sin\sin x \cdot \cos\sin x \cdot \cos x$ $\quad x \in R$

$$= [\sin(\sin(\sin x))]' = \cos(\sin(\sin x)) \cdot [\sin(\sin x)]'$$

$$= \cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x) \cdot [\sin x]'$$

$$= \cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos\sin\sin x \cdot \cos\sin x \cdot \cos x.$$

$[a^x]' = a^x \ln a$ $\quad x \in R,\ a > 0$

$$= \left[e^{\ln a^x}\right]' = \left[e^{x\ln a}\right]' = e^{x\ln a} \cdot [x\ln a]' = e^{x\ln a} \cdot \ln a = a^x \ln a.$$

$[\log_a x]'$ $\quad x > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$

$$= \left[\frac{\ln x}{\ln a}\right]'$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sin\sin x]' = \cos\sin x \cdot \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin x)]' = \cos(\sin x) \cdot [\sin x]' = \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos\sin x \cdot \cos x.$$

$[\sin\sin\sin x]' = \cos\sin\sin x \cdot \cos\sin x \cdot \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin(\sin x))]' = \cos(\sin(\sin x)) \cdot [\sin(\sin x)]'$$
$$= \cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x) \cdot [\sin x]'$$
$$= \cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos\sin\sin x \cdot \cos\sin x \cdot \cos x.$$

$[a^x]' = a^x \ln a$ $\qquad x \in R,\ a > 0$

$$= \left[e^{\ln a^x}\right]' = \left[e^{x\ln a}\right]' = e^{x\ln a} \cdot [x \ln a]' = e^{x \ln a} \cdot \ln a = a^x \ln a.$$

$[\log_a x]'$ $\qquad x > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$

$$= \left[\frac{\ln x}{\ln a}\right]' = \frac{1}{\ln a} \cdot [\ln x]'$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sin\sin x]' = \cos\sin x \cdot \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin x)]' = \cos(\sin x) \cdot [\sin x]' = \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos\sin x \cdot \cos x.$$

$[\sin\sin\sin x]' = \cos\sin\sin x \cdot \cos\sin x \cdot \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin(\sin x))]' = \cos(\sin(\sin x)) \cdot [\sin(\sin x)]'$$
$$= \cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x) \cdot [\sin x]'$$
$$= \cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos\sin\sin x \cdot \cos\sin x \cdot \cos x.$$

$[a^x]' = a^x \ln a$ $\qquad x \in R,\ a > 0$

$$= \left[e^{\ln a^x}\right]' = \left[e^{x\ln a}\right]' = e^{x\ln a} \cdot [x\ln a]' = e^{x\ln a} \cdot \ln a = a^x \ln a.$$

$[\log_a x]'$ $\qquad x > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$

$$= \left[\frac{\ln x}{\ln a}\right]' = \frac{1}{\ln a} \cdot [\ln x]' = \frac{1}{\ln a} \cdot \frac{1}{x}$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sin\sin x]' = \cos\sin x \cdot \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin x)]' = \cos(\sin x) \cdot [\sin x]' = \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos\sin x \cdot \cos x.$$

$[\sin\sin\sin x]' = \cos\sin\sin x \cdot \cos\sin x \cdot \cos x$ $\qquad x \in R$

$$= [\sin(\sin(\sin x))]' = \cos(\sin(\sin x)) \cdot [\sin(\sin x)]'$$

$$= \cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x) \cdot [\sin x]'$$

$$= \cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x) \cdot \cos x = \cos\sin\sin x \cdot \cos\sin x \cdot \cos x.$$

$[a^x]' = a^x \ln a$ $\qquad x \in R,\ a > 0$

$$= \left[e^{\ln a^x}\right]' = \left[e^{x\ln a}\right]' = e^{x\ln a} \cdot [x\ln a]' = e^{x\ln a} \cdot \ln a = a^x \ln a.$$

$[\log_a x]' = \frac{1}{x\ln a}$ $\qquad x > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$

$$= \left[\frac{\ln x}{\ln a}\right]' = \frac{1}{\ln a} \cdot [\ln x]' = \frac{1}{\ln a} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x\ln a}.$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sinh x]' = \left[\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right]'$ $x \in R$

$[\cosh x]' = \left[\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right]'$ $x \in R$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sinh x]' = \left[\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right]'$ $x \in R$

$$= \frac{e^x - [-e^{-x}]}{2}$$

$[\cosh x]' = \left[\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right]'$ $x \in R$

$$= \frac{e^x + [-e^{-x}]}{2}$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sinh x]' = \left[\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right]' = \cosh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x - [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh x.$$

$[\cosh x]' = \left[\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right]' = \sinh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x + [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \sinh x.$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sinh x]' = \left[\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right]' = \cosh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x - [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh x.$$

$[\cosh x]' = \left[\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right]' = \sinh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x + [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \sinh x.$$

$[\mathrm{tgh}\, x]' = \left[\frac{\sinh x}{\cosh x}\right]' \qquad x \in R$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sinh x]' = \left[\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right]' = \cosh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x - [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh x.$$

$[\cosh x]' = \left[\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right]' = \sinh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x + [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \sinh x.$$

$[\operatorname{tgh} x]' = \left[\frac{\sinh x}{\cosh x}\right]' \qquad x \in R$

$$= \frac{\cosh x \cdot \cosh x - \sinh x \cdot \sinh x}{\cosh^2 x}$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sinh x]' = \left[\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right]' = \cosh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x - [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh x.$$

$[\cosh x]' = \left[\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right]' = \sinh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x + [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \sinh x.$$

$[\mathrm{tgh}\, x]' = \left[\frac{\sinh x}{\cosh x}\right]' \qquad x \in R$

$$= \frac{\cosh x \cdot \cosh x - \sinh x \cdot \sinh x}{\cosh^2 x} = \frac{\cosh^2 x - \sinh^2 x}{\cosh^2 x}$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sinh x]' = \left[\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right]' = \cosh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x - [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh x.$$

$[\cosh x]' = \left[\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right]' = \sinh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x + [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \sinh x.$$

$[\mathrm{tgh}\, x]' = \left[\frac{\sinh x}{\cosh x}\right]' = \frac{1}{\cosh^2 x} \qquad x \in R$

$$= \frac{\cosh x \cdot \cosh x - \sinh x \cdot \sinh x}{\cosh^2 x} = \frac{\cosh^2 x - \sinh^2 x}{\cosh^2 x} = \frac{1}{\cosh^2 x}.$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sinh x]' = \left[\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right]' = \cosh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x - [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh x.$$

$[\cosh x]' = \left[\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right]' = \sinh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x + [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \sinh x.$$

$[\mathrm{tgh}\, x]' = \left[\frac{\sinh x}{\cosh x}\right]' = \frac{1}{\cosh^2 x} \qquad x \in R$

$$= \frac{\cosh x \cdot \cosh x - \sinh x \cdot \sinh x}{\cosh^2 x} = \frac{\cosh^2 x - \sinh^2 x}{\cosh^2 x} = \frac{1}{\cosh^2 x}.$$

$[\mathrm{argsinh}\, x]' = \left[\ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)\right]' \qquad x \in R$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sinh x]' = \left[\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right]' = \cosh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x - [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh x.$$

$[\cosh x]' = \left[\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right]' = \sinh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x + [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \sinh x.$$

$[\operatorname{tgh} x]' = \left[\frac{\sinh x}{\cosh x}\right]' = \frac{1}{\cosh^2 x} \qquad x \in R$

$$= \frac{\cosh x \cdot \cosh x - \sinh x \cdot \sinh x}{\cosh^2 x} = \frac{\cosh^2 x - \sinh^2 x}{\cosh^2 x} = \frac{1}{\cosh^2 x}.$$

$[\operatorname{argsinh} x]' = \left[\ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)\right]' \qquad x \in R$

$$= \left[\begin{array}{c|c} y = \operatorname{argsinh} x, \quad x = \sinh y & x \in R \\ 0 < \cosh y = \sqrt{1 + \sinh^2 y} & y \in R \end{array}\right]$$

$$= \frac{\left[x + (x^2+1)^{\frac{1}{2}}\right]'}{x + \sqrt{x^2+1}}$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sinh x]' = \left[\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right]' = \cosh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x - [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh x.$$

$[\cosh x]' = \left[\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right]' = \sinh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x + [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \sinh x.$$

$[\operatorname{tgh} x]' = \left[\frac{\sinh x}{\cosh x}\right]' = \frac{1}{\cosh^2 x} \qquad x \in R$

$$= \frac{\cosh x \cdot \cosh x - \sinh x \cdot \sinh x}{\cosh^2 x} = \frac{\cosh^2 x - \sinh^2 x}{\cosh^2 x} = \frac{1}{\cosh^2 x}.$$

$[\operatorname{argsinh} x]' = \left[\ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)\right]' \qquad x \in R$

$$= \left[\begin{array}{c|c} y = \operatorname{argsinh} x, \quad x = \sinh y & x \in R \\ 0 < \cosh y = \sqrt{1 + \sinh^2 y} & y \in R \end{array}\right] = \frac{1}{[\sinh y]'} = \frac{1}{\cosh y}$$

$$= \frac{\left[x + (x^2+1)^{\frac{1}{2}}\right]'}{x + \sqrt{x^2+1}} = \frac{1 + \frac{1}{2}(x^2+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x}{x + \sqrt{x^2+1}}$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sinh x]' = \left[\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right]' = \cosh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x - [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh x.$$

$[\cosh x]' = \left[\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right]' = \sinh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x + [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \sinh x.$$

$[\operatorname{tgh} x]' = \left[\frac{\sinh x}{\cosh x}\right]' = \frac{1}{\cosh^2 x} \qquad x \in R$

$$= \frac{\cosh x \cdot \cosh x - \sinh x \cdot \sinh x}{\cosh^2 x} = \frac{\cosh^2 x - \sinh^2 x}{\cosh^2 x} = \frac{1}{\cosh^2 x}.$$

$[\operatorname{argsinh} x]' = \left[\ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)\right]' \qquad x \in R$

$$= \left[\begin{array}{c|c} y = \operatorname{argsinh} x, \quad x = \sinh y & x \in R \\ 0 < \cosh y = \sqrt{1 + \sinh^2 y} & y \in R \end{array}\right] = \frac{1}{[\sinh y]'} = \frac{1}{\cosh y} = \frac{1}{\sqrt{1+\sinh^2 y}}$$

$$= \frac{\left[x + (x^2+1)^{\frac{1}{2}}\right]'}{x + \sqrt{x^2+1}} = \frac{1 + \frac{1}{2}(x^2+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x}{x + \sqrt{x^2+1}} = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{x + \sqrt{x^2+1}}$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sinh x]' = \left[\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right]' = \cosh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x - [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh x.$$

$[\cosh x]' = \left[\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right]' = \sinh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x + [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \sinh x.$$

$[\operatorname{tgh} x]' = \left[\frac{\sinh x}{\cosh x}\right]' = \frac{1}{\cosh^2 x} \qquad x \in R$

$$= \frac{\cosh x \cdot \cosh x - \sinh x \cdot \sinh x}{\cosh^2 x} = \frac{\cosh^2 x - \sinh^2 x}{\cosh^2 x} = \frac{1}{\cosh^2 x}.$$

$[\operatorname{argsinh} x]' = \left[\ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)\right]' \qquad x \in R$

$$= \left[\begin{array}{c|c} y = \operatorname{argsinh} x, \quad x = \sinh y & x \in R \\ 0 < \cosh y = \sqrt{1+\sinh^2 y} & y \in R \end{array}\right] = \frac{1}{[\sinh y]'} = \frac{1}{\cosh y} = \frac{1}{\sqrt{1+\sinh^2 y}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+[\sinh \operatorname{argsinh} x]^2}}$$

$$= \frac{\left[x+(x^2+1)^{\frac{1}{2}}\right]'}{x+\sqrt{x^2+1}} = \frac{1+\frac{1}{2}(x^2+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x}{x+\sqrt{x^2+1}} = \frac{1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{x+\sqrt{x^2+1}} = \frac{\frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}}}{x+\sqrt{x^2+1}}$$

Derivácia inverznej a zloženej funkcie

$[\sinh x]' = \left[\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right]' = \cosh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x - [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh x.$$

$[\cosh x]' = \left[\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right]' = \sinh x \qquad x \in R$

$$= \frac{e^x + [-e^{-x}]}{2} = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \sinh x.$$

$[\operatorname{tgh} x]' = \left[\frac{\sinh x}{\cosh x}\right]' = \frac{1}{\cosh^2 x} \qquad x \in R$

$$= \frac{\cosh x \cdot \cosh x - \sinh x \cdot \sinh x}{\cosh^2 x} = \frac{\cosh^2 x - \sinh^2 x}{\cosh^2 x} = \frac{1}{\cosh^2 x}.$$

$[\operatorname{argsinh} x]' = \left[\ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)\right]' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \qquad x \in R$

$$= \left[\begin{array}{c|c} y = \operatorname{argsinh} x, \quad x = \sinh y & x \in R \\ 0 < \cosh y = \sqrt{1+\sinh^2 y} & y \in R \end{array}\right] = \frac{1}{[\sinh y]'} = \frac{1}{\cosh y} = \frac{1}{\sqrt{1+\sinh^2 y}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+[\sinh \operatorname{argsinh} x]^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}.$$

$$= \frac{\left[x+(x^2+1)^{\frac{1}{2}}\right]'}{x+\sqrt{x^2+1}} = \frac{1+\frac{1}{2}(x^2+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x}{x+\sqrt{x^2+1}} = \frac{1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{x+\sqrt{x^2+1}} = \frac{\frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}}}{x+\sqrt{x^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}.$$

Logaritmická derivácia

Logaritmická derivácia funkcie f $x \in D(f)$, $f(x) > 0$, existuje $f'(x)$

Logaritmická derivácia

Logaritmická derivácia funkcie f $x \in D(f)$, $f(x) > 0$, existuje $f'(x)$

$[\ln f(x)]' = \frac{f'(x)}{f(x)}$

Logaritmická derivácia

Logaritmická derivácia funkcie f $\quad x \in D(f),\ f(x) > 0$, existuje $f'(x)$

$$[\ln f(x)]' = \frac{f'(x)}{f(x)} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = f(x) \cdot [\ln f(x)]'.$$

Logaritmická derivácia

Logaritmická derivácia funkcie f $\quad x \in D(f),\ f(x) > 0$, existuje $f'(x)$

$$[\ln f(x)]' = \frac{f'(x)}{f(x)} \;\Rightarrow\; f'(x) = f(x) \cdot [\ln f(x)]'.$$

$[x^x]'$ $\quad x > 0$

$[x^x]'$ $\quad x > 0$

Logaritmická derivácia

Logaritmická derivácia funkcie f $\quad x \in D(f),\ f(x) > 0$, existuje $f'(x)$

$$[\ln f(x)]' = \frac{f'(x)}{f(x)} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = f(x) \cdot [\ln f(x)]'.$$

$[x^x]'$ [pomocou exponenciálnej funkcie] $\quad x > 0$

$$= \left[\begin{array}{c} x > 0, \quad x^x > 0 \\ x^x = e^{\ln x^x} = e^{x \ln x} \end{array} \right]$$

$[x^x]'$ [pomocou logaritmickej derivácie] $\quad x > 0$

$$= \left[\begin{array}{c} \text{logaritmické} \\ \text{derivovanie} \end{array} \right]$$

Logaritmická derivácia

Logaritmická derivácia funkcie f $x \in D(f)$, $f(x) > 0$, existuje $f'(x)$

$$[\ln f(x)]' = \frac{f'(x)}{f(x)} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = f(x) \cdot [\ln f(x)]'.$$

$[x^x]'$ [pomocou exponenciálnej funkcie] $x > 0$

$$= \left[\begin{array}{c} x > 0, \quad x^x > 0 \\ x^x = e^{\ln x^x} = e^{x \ln x} \end{array} \right] = \left[e^{x \ln x} \right]'$$

$[x^x]'$ [pomocou logaritmickej derivácie] $x > 0$

$$= \left[\begin{array}{c} \text{logaritmické} \\ \text{derivovanie} \end{array} \right] = x^x \cdot [\ln x^x]'$$

Logaritmická derivácia

Logaritmická derivácia funkcie f $x \in D(f),\ f(x) > 0$, existuje $f'(x)$

$$[\ln f(x)]' = \frac{f'(x)}{f(x)} \ \Rightarrow\ f'(x) = f(x) \cdot [\ln f(x)]'.$$

$[x^x]'$ [pomocou exponenciálnej funkcie] $x > 0$

$$= \left[\begin{matrix} x > 0,\quad x^x > 0 \\ x^x = e^{\ln x^x} = e^{x \ln x} \end{matrix}\right] = \left[e^{x \ln x}\right]' = e^{x \ln x} \cdot [x \ln x]'$$

↑ Uvedené postupy sú takmer rovnaké. ↓

$[x^x]'$ [pomocou logaritmickej derivácie] $x > 0$

$$= \left[\begin{matrix} \text{logaritmické} \\ \text{derivovanie} \end{matrix}\right] = x^x \cdot [\ln x^x]' = x^x \cdot [x \ln x]'$$

Logaritmická derivácia

Logaritmická derivácia funkcie f $x \in D(f),\ f(x)>0$, existuje $f'(x)$

$$[\ln f(x)]' = \frac{f'(x)}{f(x)} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = f(x) \cdot [\ln f(x)]'.$$

$[x^x]'$ [pomocou exponenciálnej funkcie] $x > 0$

$$= \left[\begin{array}{c} x>0,\quad x^x>0 \\ x^x = e^{\ln x^x} = e^{x \ln x} \end{array} \right] = \left[e^{x\ln x} \right]' = e^{x\ln x} \cdot [x \ln x]' = x^x(1 \cdot \ln x + x \cdot \tfrac{1}{x})$$

↑ Uvedené postupy sú takmer rovnaké. ↓

$[x^x]'$ [pomocou logaritmickej derivácie] $x > 0$

$$= \left[\begin{array}{c} \text{logaritmické} \\ \text{derivovanie} \end{array} \right] = x^x \cdot [\ln x^x]' = x^x \cdot [x \ln x]' = x^x(1 \cdot \ln x + x \cdot \tfrac{1}{x})$$

Logaritmická derivácia

Logaritmická derivácia funkcie f $x \in D(f),\ f(x) > 0$, existuje $f'(x)$

$$[\ln f(x)]' = \frac{f'(x)}{f(x)} \ \Rightarrow\ f'(x) = f(x) \cdot [\ln f(x)]'.$$

$[x^x]' = x^x(1+\ln x)$ [pomocou exponenciálnej funkcie] $x > 0$

$$= \left[\begin{array}{c} x > 0, \quad x^x > 0 \\ x^x = e^{\ln x^x} = e^{x \ln x} \end{array}\right] = \left[e^{x \ln x}\right]' = e^{x \ln x} \cdot [x \ln x]' = x^x\left(1 \cdot \ln x + x \cdot \tfrac{1}{x}\right)$$

$$= x^x(1+\ln x).$$

$\uparrow$ Uvedené postupy sú takmer rovnaké. $\downarrow$

$[x^x]' = x^x(1+\ln x)$ [pomocou logaritmickej derivácie] $x > 0$

$$= \left[\begin{array}{c} \text{logaritmické} \\ \text{derivovanie} \end{array}\right] = x^x \cdot [\ln x^x]' = x^x \cdot [x \ln x]' = x^x\left(1 \cdot \ln x + x \cdot \tfrac{1}{x}\right)$$

$$= x^x(1+\ln x).$$

Dotyčnica ku grafu funkcie

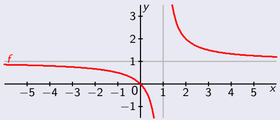
Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y = \frac{x}{x-1}$, $x \in R - \{1\}$,

ktorá je rovnobežná s priamkou $p\colon y = 2 - x$.

Dotyčnica ku grafu funkcie

Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y=\frac{x}{x-1}$, $x\in R-\{1\}$, ktorá je rovnobežná s priamkou $p\colon y=2-x$.

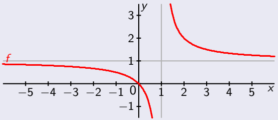
$f(x)=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$, $\qquad x\in R,\ x\neq 1.$



Dotyčnica ku grafu funkcie

Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y=\frac{x}{x-1}$, $x\in R-\{1\}$, ktorá je rovnobežná s priamkou $p\colon y=2-x$.

$f(x)=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$, $\quad f'(x)=\left[1+\frac{1}{x-1}\right]'=0+\frac{0-1\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{-1}{(x-1)^2}$, $\quad x\in R,\ x\neq 1.$

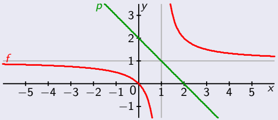


Dotyčnica ku grafu funkcie

Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y=\frac{x}{x-1}$, $x\in R-\{1\}$,
ktorá je rovnobežná s priamkou $p\colon y=2-x$.

$$f(x)=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1},\quad f'(x)=\left[1+\frac{1}{x-1}\right]'=0+\frac{0-1\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{-1}{(x-1)^2},\quad x\in R,\ x\neq 1.$$

Priamka $p\colon y=2-x$ má smernicu -1.



Dotyčnica ku grafu funkcie

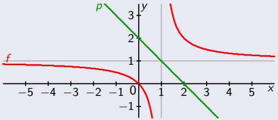
Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y=\frac{x}{x-1}$, $x\in R-\{1\}$, ktorá je rovnobežná s priamkou $p\colon y=2-x$.

$f(x)=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$, $\quad f'(x)=\left[1+\frac{1}{x-1}\right]'=0+\frac{0-1\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{-1}{(x-1)^2}$, $\quad x\in R,\ x\neq 1$.

Priamka $p\colon y=2-x$ má smernicu -1.

Dotyčnica k funkcii f v bode $[x_0; f(x_0)]$ má tvar $d\colon y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$,

pričom $f'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}$ predstavuje smernicu dotyčnice d.



Dotyčnica ku grafu funkcie

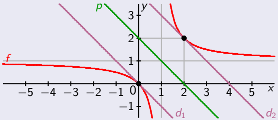
Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y=\frac{x}{x-1}$, $x\in R-\{1\}$, ktorá je rovnobežná s priamkou $p\colon y=2-x$.

$f(x)=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$, $\quad f'(x)=\left[1+\frac{1}{x-1}\right]'=0+\frac{0-1\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{-1}{(x-1)^2}$, $\quad x\in R,\ x\neq 1.$

Priamka $p\colon y=2-x$ má smernicu -1.

Dotyčnica k funkcii f v bode $[x_0; f(x_0)]$ má tvar $d\colon y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$,
pričom $f'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}$ predstavuje smernicu dotyčnice d.

Priamky p, d sú rovnobežné — majú rovnakú smernicu $f'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}=-1$.



Dotyčnica ku grafu funkcie

Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y=\frac{x}{x-1}$, $x\in R-\{1\}$, ktorá je rovnobežná s priamkou $p\colon y=2-x$.

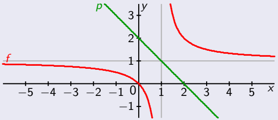
$f(x)=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$, $\quad f'(x)=\left[1+\frac{1}{x-1}\right]'=0+\frac{0-1\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{-1}{(x-1)^2}$, $\quad x\in R,\ x\neq 1.$

Priamka $p\colon y=2-x$ má smernicu -1.

Dotyčnica k funkcii f v bode $[x_0; f(x_0)]$ má tvar $d\colon y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$,
pričom $f'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}$ predstavuje smernicu dotyčnice d.

Priamky p, d sú rovnobežné — majú rovnakú smernicu $f'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}=-1$.

Rovnica $\frac{-1}{(x_0-1)^2}=-1$, t. j. $(x_0-1)^2=1$



Dotyčnica ku grafu funkcie

Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y=\frac{x}{x-1},\ x\in R-\{1\}$, ktorá je rovnobežná s priamkou $p\colon y=2-x$.

$$f(x)=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1},\quad f'(x)=\left[1+\frac{1}{x-1}\right]'=0+\frac{0-1\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{-1}{(x-1)^2},\quad x\in R,\ x\neq 1.$$

Priamka $p\colon y=2-x$ má smernicu -1.

Dotyčnica k funkcii f v bode $[x_0; f(x_0)]$ má tvar $d\colon y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$,

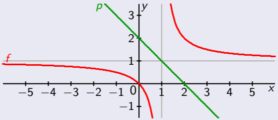
pričom $f'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}$ predstavuje smernicu dotyčnice d.

Priamky p, d sú rovnobežné — majú rovnakú smernicu $f'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}=-1$.

Rovnica $\frac{-1}{(x_0-1)^2}=-1$, t. j. $(x_0-1)^2=1$ má dve riešenia $x_0=0$, resp. $x_0=2$.

$x_0=0$

$x_0=2$



Dotyčnica ku grafu funkcie

Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y=\frac{x}{x-1}$, $x\in R-\{1\}$, ktorá je rovnobežná s priamkou $p\colon y=2-x$.

$f(x)=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$, $\quad f'(x)=\left[1+\frac{1}{x-1}\right]'=0+\frac{0-1\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{-1}{(x-1)^2}$, $\quad x\in R$, $x\neq 1$.

Priamka $p\colon y=2-x$ má smernicu -1.

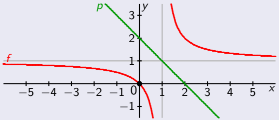
Dotyčnica k funkcii f v bode $[x_0; f(x_0)]$ má tvar $d\colon y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$,

pričom $f'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}$ predstavuje smernicu dotyčnice d.

Priamky p, d sú rovnobežné — majú rovnakú smernicu $f'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}=-1$.

Rovnica $\frac{-1}{(x_0-1)^2}=-1$, t. j. $(x_0-1)^2=1$ má dve riešenia $x_0=0$, resp. $x_0=2$.

$x_0=0 \;\Rightarrow\;$ dotykový bod $[0; f(0)]=[0;0]$,



$x_0=2$

Dotyčnica ku grafu funkcie

Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y=\frac{x}{x-1}$, $x\in R-\{1\}$, ktorá je rovnobežná s priamkou $p\colon y=2-x$.

$f(x)=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$, $\quad f'(x)=\left[1+\frac{1}{x-1}\right]'=0+\frac{0-1\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{-1}{(x-1)^2}$, $\quad x\in R,\ x\neq 1$.

Priamka $p\colon y=2-x$ má smernicu -1.

Dotyčnica k funkcii f v bode $[x_0; f(x_0)]$ má tvar $d\colon y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$,

pričom $f'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}$ predstavuje smernicu dotyčnice d.

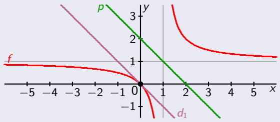
Priamky p, d sú rovnobežné — majú rovnakú smernicu $f'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}=-1$.

Rovnica $\frac{-1}{(x_0-1)^2}=-1$, t. j. $(x_0-1)^2=1$ má dve riešenia $x_0=0$, resp. $x_0=2$.

$x_0=0 \;\Rightarrow\;$ dotykový bod $[0; f(0)]=[0;0]$,

dotyčnica $d_1\colon y=0-(x-0)=-x$, t. j. $y=-x$.

$x_0=2$



Dotyčnica ku grafu funkcie

Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y=\frac{x}{x-1}$, $x\in R-\{1\}$, ktorá je rovnobežná s priamkou $p\colon y=2-x$.

$$f(x)=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1},\quad f'(x)=\left[1+\frac{1}{x-1}\right]'=0+\frac{0-1\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{-1}{(x-1)^2},\quad x\in R,\ x\neq 1.$$

Priamka $p\colon y=2-x$ má smernicu -1.

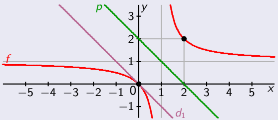
Dotyčnica k funkcii f v bode $[x_0; f(x_0)]$ má tvar $d\colon y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$, pričom $f'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}$ predstavuje smernicu dotyčnice d.

Priamky p, d sú rovnobežné — majú rovnakú smernicu $f'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}=-1$.

Rovnica $\frac{-1}{(x_0-1)^2}=-1$, t. j. $(x_0-1)^2=1$ má dve riešenia $x_0=0$, resp. $x_0=2$.

$x_0=0 \Rightarrow$ dotykový bod $[0; f(0)]=[0;0]$,
dotyčnica $d_1\colon y=0-(x-0)=-x$, t. j. $y=-x$.

$x_0=2 \Rightarrow$ dotykový bod $[2; f(2)]=[2;2]$,



Dotyčnica ku grafu funkcie

Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y = \frac{x}{x-1}$, $x \in R - \{1\}$, ktorá je rovnobežná s priamkou $p\colon y = 2 - x$.

$f(x) = \frac{x-1+1}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$, $\quad f'(x) = \left[1 + \frac{1}{x-1}\right]' = 0 + \frac{0-1\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{-1}{(x-1)^2}$, $\quad x \in R,\ x \neq 1.$

Priamka $p\colon y = 2 - x$ má smernicu -1.

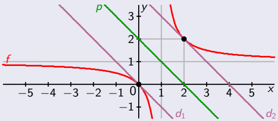
Dotyčnica k funkcii f v bode $[x_0; f(x_0)]$ má tvar $d\colon y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$,
pričom $f'(x_0) = \frac{-1}{(x_0-1)^2}$ predstavuje smernicu dotyčnice d.

Priamky p, d sú rovnobežné — majú rovnakú smernicu $f'(x_0) = \frac{-1}{(x_0-1)^2} = -1$.

Rovnica $\frac{-1}{(x_0-1)^2} = -1$, t. j. $(x_0-1)^2 = 1$ má dve riešenia $x_0 = 0$, resp. $x_0 = 2$.

$x_0 = 0 \ \Rightarrow$ dotykový bod $[0; f(0)] = [0; 0]$,
dotyčnica $d_1\colon y = 0 - (x - 0) = -x$, t. j. $y = -x$.

$x_0 = 2 \ \Rightarrow$ dotykový bod $[2; f(2)] = [2; 2]$,
dotyčnica $d_2\colon y = 2 - (x - 2) = 4 - x$, t. j. $y = 4 - x$.



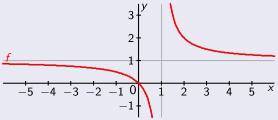
Dotyčnica ku grafu funkcie

Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y=\frac{x}{x-1}$, $x\in R-\{1\}$,
ktorá je kolmá na priamku $p\colon y=2-x$.

Dotyčnica ku grafu funkcie

Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y = \frac{x}{x-1}$, $x \in R - \{1\}$, ktorá je kolmá na priamku $p\colon y = 2 - x$.

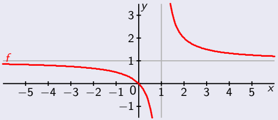
$f(x) = \frac{x-1+1}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$, $\quad x \in R,\ x \neq 1.$



Dotyčnica ku grafu funkcie

Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y=\frac{x}{x-1}$, $x\in R-\{1\}$, ktorá je kolmá na priamku $p\colon y=2-x$.

$$f(x)=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1},\quad f'(x)=\left[1+\frac{1}{x-1}\right]'=0+\frac{0-1\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{-1}{(x-1)^2},\quad x\in R,\ x\neq 1.$$

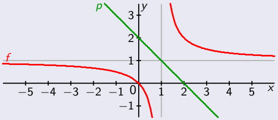


Dotyčnica ku grafu funkcie

Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y=\frac{x}{x-1}$, $x\in R-\{1\}$, ktorá je kolmá na priamku $p\colon y=2-x$.

$$f(x)=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1},\quad f'(x)=\left[1+\frac{1}{x-1}\right]'=0+\frac{0-1\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{-1}{(x-1)^2},\quad x\in R,\ x\neq 1.$$

Priamka $p\colon y=2-x$ má smernicu $s_p=-1$ a smerový vektor $(1;s_p)=(1;-1)$.



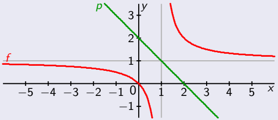
Dotyčnica ku grafu funkcie

Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y=\frac{x}{x-1}$, $x\in R-\{1\}$,
ktorá je kolmá na priamku $p\colon y=2-x$.

$f(x)=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$, $\quad f'(x)=\left[1+\frac{1}{x-1}\right]'=0+\frac{0-1\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{-1}{(x-1)^2}$, $\quad x\in R,\ x\neq 1.$

Priamka $p\colon y=2-x$ má smernicu $s_p=-1$ a smerový vektor $(1; s_p)=(1;-1)$.

Dotyčnica k funkcii f v bode $[x_0; f(x_0)]$ má tvar $d\colon y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$,
pričom $f'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}$ predstavuje smernicu dotyčnice d
a jej smerový vektor má tvar $\left(1;\frac{-1}{(x_0-1)^2}\right)$.



Dotyčnica ku grafu funkcie

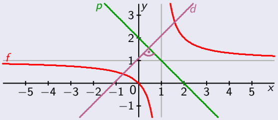
Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y=\frac{x}{x-1}$, $x\in R-\{1\}$,
ktorá je kolmá na priamku $p\colon y=2-x$.

$f(x)=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$, $\quad f'(x)=\left[1+\frac{1}{x-1}\right]'=0+\frac{0-1\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{-1}{(x-1)^2}$, $\quad x\in R,\ x\neq 1.$

Priamka $p\colon y=2-x$ má smernicu $s_p=-1$ a smerový vektor $(1;s_p)=(1;-1)$.

Dotyčnica k funkcii f v bode $[x_0;f(x_0)]$ má tvar $d\colon y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$,
pričom $f'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}$ predstavuje smernicu dotyčnice d
a jej smerový vektor má tvar $\left(1;\frac{-1}{(x_0-1)^2}\right)$.

Priamky p, d sú kolmé — skalárny súčin ich smerových vektorov je 0,



Dotyčnica ku grafu funkcie

Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y=\frac{x}{x-1}$, $x\in R-\{1\}$, ktorá je kolmá na priamku $p\colon y=2-x$.

$$f(x)=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1},\quad f'(x)=\Big[1+\frac{1}{x-1}\Big]'=0+\frac{0-1\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{-1}{(x-1)^2},\quad x\in R,\ x\neq 1.$$

Priamka $p\colon y=2-x$ má smernicu $s_p=-1$ a smerový vektor $(1;s_p)=(1;-1)$.

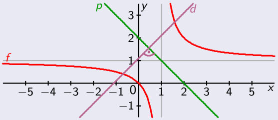
Dotyčnica k funkcii f v bode $[x_0;f(x_0)]$ má tvar $d\colon y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$,

pričom $f'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}$ predstavuje smernicu dotyčnice d

a jej smerový vektor má tvar $(1;\frac{-1}{(x_0-1)^2})$.

Priamky p, d sú kolmé — skalárny súčin ich smerových vektorov je 0,

t. j. $0=1\cdot 1+(-1)\cdot\frac{-1}{(x_0-1)^2}=1+\frac{1}{(x_0-1)^2}$.



Dotyčnica ku grafu funkcie

Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y=\frac{x}{x-1}$, $x\in R-\{1\}$, ktorá je kolmá na priamku $p\colon y=2-x$.

$f(x)=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$, $f'(x)=\left[1+\frac{1}{x-1}\right]'=0+\frac{0-1\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{-1}{(x-1)^2}$, $x\in R$, $x\neq 1$.

Priamka $p\colon y=2-x$ má smernicu $s_p=-1$ a smerový vektor $(1;s_p)=(1;-1)$.

Dotyčnica k funkcii f v bode $[x_0;f(x_0)]$ má tvar $d\colon y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$,

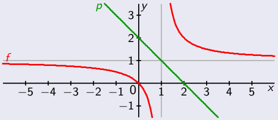
pričom $f'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}$ predstavuje smernicu dotyčnice d

a jej smerový vektor má tvar $(1;\frac{-1}{(x_0-1)^2})$.

Priamky p, d sú kolmé — skalárny súčin ich smerových vektorov je 0,

t. j. $0=1\cdot 1+(-1)\cdot\frac{-1}{(x_0-1)^2}=1+\frac{1}{(x_0-1)^2}$.

Pre všetky $x\in R$, $x_0\neq 1$ platí $(x_0-1)^2>0$,



Dotyčnica ku grafu funkcie

Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y=\frac{x}{x-1}$, $x\in R-\{1\}$, ktorá je kolmá na priamku $p\colon y=2-x$.

$f(x)=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$, $\quad f'(x)=\left[1+\frac{1}{x-1}\right]'=0+\frac{0-1\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{-1}{(x-1)^2}$, $\quad x\in R,\ x\neq 1$.

Priamka $p\colon y=2-x$ má smernicu $s_p=-1$ a smerový vektor $(1;s_p)=(1;-1)$.

Dotyčnica k funkcii f v bode $[x_0;f(x_0)]$ má tvar $d\colon y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$,

pričom $f'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}$ predstavuje smernicu dotyčnice d

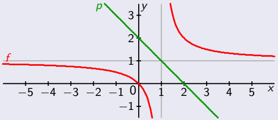
a jej smerový vektor má tvar $(1;\frac{-1}{(x_0-1)^2})$.

Priamky p, d sú kolmé — skalárny súčin ich smerových vektorov je 0,

t. j. $0=1\cdot 1+(-1)\cdot\frac{-1}{(x_0-1)^2}=1+\frac{1}{(x_0-1)^2}$.

Pre všetky $x\in R$, $x_0\neq 1$ platí $(x_0-1)^2>0$,

t. j. $\frac{1}{(x_0-1)^2}>0$, resp. $1+\frac{1}{(x_0-1)^2}>1$.



Dotyčnica ku grafu funkcie

Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y=\frac{x}{x-1}$, $x\in R-\{1\}$, ktorá je kolmá na priamku $p\colon y=2-x$.

$f(x)=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$, $\quad f'(x)=\left[1+\frac{1}{x-1}\right]'=0+\frac{0-1\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{-1}{(x-1)^2}$, $\quad x\in R,\ x\neq 1$.

Priamka $p\colon y=2-x$ má smernicu $s_p=-1$ a smerový vektor $(1; s_p)=(1;-1)$.

Dotyčnica k funkcii f v bode $[x_0; f(x_0)]$ má tvar $d\colon y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$,

pričom $f'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}$ predstavuje smernicu dotyčnice d

a jej smerový vektor má tvar $\left(1; \frac{-1}{(x_0-1)^2}\right)$.

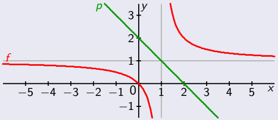
Priamky p, d sú kolmé — skalárny súčin ich smerových vektorov je 0,

t. j. $0=1\cdot 1+(-1)\cdot\frac{-1}{(x_0-1)^2}=1+\frac{1}{(x_0-1)^2}$.

Pre všetky $x\in R$, $x_0\neq 1$ platí $(x_0-1)^2>0$,

t. j. $\frac{1}{(x_0-1)^2}>0$, resp. $1+\frac{1}{(x_0-1)^2}>1$.

Potom daná rovnica nemá reálne riešenie



Dotyčnica ku grafu funkcie

Nájdite rovnicu dotyčnice d ku grafu funkcie $f\colon y=\frac{x}{x-1}$, $x\in R-\{1\}$, ktorá je kolmá na priamku $p\colon y=2-x$.

$f(x)=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$, $\quad f'(x)=\left[1+\frac{1}{x-1}\right]'=0+\frac{0-1\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{-1}{(x-1)^2}$, $\quad x\in R,\ x\neq 1$.

Priamka $p\colon y=2-x$ má smernicu $s_p=-1$ a smerový vektor $(1;s_p)=(1;-1)$.

Dotyčnica k funkcii f v bode $[x_0;f(x_0)]$ má tvar $d\colon y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$,

pričom $f'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-1)^2}$ predstavuje smernicu dotyčnice d

a jej smerový vektor má tvar $\left(1;\frac{-1}{(x_0-1)^2}\right)$.

Priamky p, d sú kolmé — skalárny súčin ich smerových vektorov je 0,

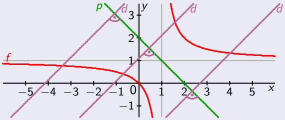
t. j. $0=1\cdot 1+(-1)\cdot\frac{-1}{(x_0-1)^2}=1+\frac{1}{(x_0-1)^2}$.

Pre všetky $x\in R$, $x_0\neq 1$ platí $(x_0-1)^2>0$,

t. j. $\frac{1}{(x_0-1)^2}>0$, resp. $1+\frac{1}{(x_0-1)^2}>1$.

Potom daná rovnica nemá reálne riešenie

a dotyčnica s danými vlastnosťami neexistuje.



Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Diferenciál funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$,

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Diferenciál funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$, ozn. $df(x_0, x-x_0)$,

je lineárna funkcia $df(x_0, x-x_0) = f'(x_0) \cdot (x-x_0)$, $x \in R$,

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Diferenciál funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$, ozn. $df(x_0, x-x_0)$, resp. $df(x_0, h)$,

je lineárna funkcia $df(x_0, x-x_0) = f'(x_0)\cdot(x-x_0)$, $x \in R$,

resp. lineárna funkcia $df(x_0, h) = f'(x_0)\cdot h$, $h \in R$ (ak položíme $h = x - x_0$).

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Diferenciál funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$, ozn. $df(x_0, x-x_0)$, resp. $df(x_0, h)$,

je lineárna funkcia $df(x_0, x-x_0) = f'(x_0) \cdot (x-x_0)$, $x \in R$,

resp. lineárna funkcia $df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h$, $h \in R$ (ak položíme $h = x - x_0$).

Funkcia f sa potom nazýva diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Diferenciál funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$, ozn. $df(x_0, x-x_0)$, resp. $df(x_0, h)$,

je lineárna funkcia $df(x_0, x-x_0) = f'(x_0) \cdot (x-x_0)$, $x \in R$,

resp. lineárna funkcia $df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h$, $h \in R$ (ak položíme $h = x - x_0$).

Funkcia f sa potom nazýva diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$.

Funkcia f je diferencovateľná na množine $A \subset D(f)$,

ak je diferencovateľná v každom $x_0 \in A$, t. j. v každom $x_0 \in A$ má diferenciál.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Diferenciál funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$, ozn. $df(x_0, x-x_0)$, resp. $df(x_0, h)$,

je lineárna funkcia $df(x_0, x-x_0) = f'(x_0) \cdot (x-x_0)$, $x \in R$,

resp. lineárna funkcia $df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h$, $h \in R$ (ak položíme $h = x-x_0$).

Funkcia f sa potom nazýva diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$.

Funkcia f je diferencovateľná na množine $A \subset D(f)$,

ak je diferencovateľná v každom $x_0 \in A$, t. j. v každom $x_0 \in A$ má diferenciál.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Diferenciál funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$, ozn. $df(x_0, x-x_0)$, resp. $df(x_0, h)$,

je lineárna funkcia $df(x_0, x-x_0) = f'(x_0) \cdot (x-x_0)$, $x \in R$,

resp. lineárna funkcia $df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h$, $h \in R$ (ak položíme $h = x-x_0$).

Funkcia f sa potom nazýva diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$.

Funkcia f je diferencovateľná na množine $A \subset D(f)$,

ak je diferencovateľná v každom $x_0 \in A$, t. j. v každom $x_0 \in A$ má diferenciál.

$f: y = x$, $x \in R$ [identita] $x_0 \in R$

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Diferenciál funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$, ozn. $df(x_0, x-x_0)$, resp. $df(x_0, h)$,

je lineárna funkcia $df(x_0, x-x_0) = f'(x_0) \cdot (x-x_0)$, $x \in R$,

resp. lineárna funkcia $df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h$, $h \in R$ (ak položíme $h = x - x_0$).

Funkcia f sa potom nazýva diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$.

Funkcia f je diferencovateľná na množine $A \subset D(f)$,

ak je diferencovateľná v každom $x_0 \in A$, t. j. v každom $x_0 \in A$ má diferenciál.

$f \colon y = x$, $x \in R$ [identita] $x_0 \in R$

$f'(x_0) = 1$

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Diferenciál funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$, ozn. $df(x_0, x-x_0)$, resp. $df(x_0, h)$,

je lineárna funkcia $df(x_0, x-x_0) = f'(x_0) \cdot (x-x_0)$, $x \in R$,
resp. lineárna funkcia $df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h$, $h \in R$ (ak položíme $h = x-x_0$).
Funkcia f sa potom nazýva diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$.

Funkcia f je diferencovateľná na množine $A \subset D(f)$,

ak je diferencovateľná v každom $x_0 \in A$, t. j. v každom $x_0 \in A$ má diferenciál.

$f: y = x$, $x \in R$ [identita] $x_0 \in R$

$f'(x_0) = 1 \quad \Rightarrow \quad df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h = 1 \cdot h = h$, $h \in R$,

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Diferenciál funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$, ozn. $df(x_0, x-x_0)$, resp. $df(x_0, h)$,

je lineárna funkcia $df(x_0, x-x_0) = f'(x_0) \cdot (x-x_0)$, $x \in R$,

resp. lineárna funkcia $df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h$, $h \in R$ (ak položíme $h = x-x_0$).

Funkcia f sa potom nazýva diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$.

Funkcia f je diferencovateľná na množine $A \subset D(f)$,

ak je diferencovateľná v každom $x_0 \in A$, t. j. v každom $x_0 \in A$ má diferenciál.

$f: y = x$, $x \in R$ [identita] $x_0 \in R$

$f'(x_0) = 1 \quad \Rightarrow \quad df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h = 1 \cdot h = h$, $h \in R$, ozn. dx.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Diferenciál funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$, ozn. $df(x_0, x-x_0)$, resp. $df(x_0, h)$,

je lineárna funkcia $df(x_0, x-x_0) = f'(x_0) \cdot (x-x_0)$, $x \in R$,

resp. lineárna funkcia $df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h$, $h \in R$ (ak položíme $h = x-x_0$).

Funkcia f sa potom nazýva diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$.

Funkcia f je diferencovateľná na množine $A \subset D(f)$,

ak je diferencovateľná v každom $x_0 \in A$, t. j. v každom $x_0 \in A$ má diferenciál.

$f: y = x$, $x \in R$ [identita] $x_0 \in R$

$f'(x_0) = 1 \quad \Rightarrow \quad df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h = 1 \cdot h = h$, $h \in R$, ozn. dx.

$y = f(x)$, $x \in R$ diferencovateľná v bode x_0, $x_0 \in D(f)$

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Diferenciál funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$, ozn. $df(x_0, x-x_0)$, resp. $df(x_0, h)$,

je lineárna funkcia $df(x_0, x-x_0) = f'(x_0) \cdot (x-x_0)$, $x \in R$,

resp. lineárna funkcia $df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h$, $h \in R$ (ak položíme $h = x - x_0$).

Funkcia f sa potom nazýva diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$.

Funkcia f je diferencovateľná na množine $A \subset D(f)$,

ak je diferencovateľná v každom $x_0 \in A$, t. j. v každom $x_0 \in A$ má diferenciál.

$f: y = x$, $x \in R$ [identita] $x_0 \in R$

$f'(x_0) = 1 \quad \Rightarrow \quad df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h = 1 \cdot h = h$, $h \in R$, ozn. dx.

$y = f(x)$, $x \in R$ diferencovateľná v bode x_0, $x_0 \in D(f)$

potom $df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h = f'(x_0) \cdot dx$,

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Diferenciál funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$, ozn. $df(x_0, x-x_0)$, resp. $df(x_0, h)$,

je lineárna funkcia $df(x_0, x-x_0) = f'(x_0) \cdot (x-x_0)$, $x \in R$,

resp. lineárna funkcia $df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h$, $h \in R$ (ak položíme $h = x - x_0$).

Funkcia f sa potom nazýva diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$.

Funkcia f je diferencovateľná na množine $A \subset D(f)$,

ak je diferencovateľná v každom $x_0 \in A$, t. j. v každom $x_0 \in A$ má diferenciál.

$f: y = x$, $x \in R$ [identita] $x_0 \in R$

$f'(x_0) = 1 \quad \Rightarrow \quad df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h = 1 \cdot h = h$, $h \in R$, ozn. dx.

$y = f(x)$, $x \in R$ diferencovateľná v bode x_0, $x_0 \in D(f)$

potom $df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h = f'(x_0) \cdot dx$, ozn. $df(x_0)$.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Diferenciál funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$, ozn. $df(x_0, x-x_0)$, resp. $df(x_0, h)$,

je lineárna funkcia $df(x_0, x-x_0) = f'(x_0)\cdot(x-x_0)$, $x \in R$,

resp. lineárna funkcia $df(x_0, h) = f'(x_0)\cdot h$, $h \in R$ (ak položíme $h = x - x_0$).

Funkcia f sa potom nazýva diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$.

Funkcia f je diferencovateľná na množine $A \subset D(f)$,

ak je diferencovateľná v každom $x_0 \in A$, t. j. v každom $x_0 \in A$ má diferenciál.

$f: y = x$, $x \in R$ [identita] $x_0 \in R$

$f'(x_0) = 1 \quad \Rightarrow \quad df(x_0, h) = f'(x_0)\cdot h = 1\cdot h = h$, $h \in R$, ozn. dx.

$y = f(x)$, $x \in R$ diferencovateľná v bode x_0, $x_0 \in D(f)$

potom $df(x_0, h) = f'(x_0)\cdot h = f'(x_0)\cdot dx$, ozn. $df(x_0)$.

Potom platí $df(x_0) = f'(x_0)\,dx$,

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Diferenciál funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$, ozn. $df(x_0, x-x_0)$, resp. $df(x_0, h)$,

je lineárna funkcia $df(x_0, x-x_0) = f'(x_0) \cdot (x-x_0)$, $x \in R$,

resp. lineárna funkcia $df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h$, $h \in R$ (ak položíme $h = x - x_0$).

Funkcia f sa potom nazýva diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$.

Funkcia f je diferencovateľná na množine $A \subset D(f)$,

ak je diferencovateľná v každom $x_0 \in A$, t. j. v každom $x_0 \in A$ má diferenciál.

$f : y = x$, $x \in R$ [identita] $x_0 \in R$

$f'(x_0) = 1 \quad \Rightarrow \quad df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h = 1 \cdot h = h$, $h \in R$, ozn. dx.

$y = f(x)$, $x \in R$ diferencovateľná v bode x_0, $x_0 \in D(f)$

potom $df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h = f'(x_0) \cdot dx$, ozn. $df(x_0)$.

Potom platí $df(x_0) = f'(x_0)\, dx$, t. j. $f'(x_0) = \dfrac{df(x_0)}{dx}$

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Diferenciál funkcie f v bode $x_0 \in D(f)$, ozn. $df(x_0, x-x_0)$, resp. $df(x_0, h)$,

je lineárna funkcia $df(x_0, x-x_0) = f'(x_0) \cdot (x-x_0)$, $x \in R$,

resp. lineárna funkcia $df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h$, $h \in R$ (ak položíme $h = x-x_0$).

Funkcia f sa potom nazýva diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$.

Funkcia f je diferencovateľná na množine $A \subset D(f)$,

ak je diferencovateľná v každom $x_0 \in A$, t. j. v každom $x_0 \in A$ má diferenciál.

$f : y = x$, $x \in R$ [identita] $x_0 \in R$

$f'(x_0) = 1 \quad \Rightarrow \quad df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h = 1 \cdot h = h$, $h \in R$, ozn. dx.

$y = f(x)$, $x \in R$ diferencovateľná v bode x_0, $x_0 \in D(f)$

potom $df(x_0, h) = f'(x_0) \cdot h = f'(x_0) \cdot dx$, ozn. $df(x_0)$.

Potom platí $df(x_0) = f'(x_0)\, dx$, t. j. $f'(x_0) = \frac{df(x_0)}{dx}$, resp. $f' = \frac{df}{dx}$.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

$y = f(x)$, $x \in D(f)$ je diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$, $c \in R$, $c \neq f'(x_0)$

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

$y=f(x)$, $x\in D(f)$ je diferencovateľná v bode $x_0\in D(f)$, $c\in R$, $c\neq f'(x_0)$

označme $g\colon\ y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$, $h\colon\ y=f(x_0)+c(x-x_0)$.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

$y = f(x)$, $x \in D(f)$ je diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$, $c \in R$, $c \neq f'(x_0)$

označme $g\colon\ y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$, $h\colon\ y = f(x_0) + c(x - x_0)$.

$\Rightarrow$ existuje $O(x_0)$ také,

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

$y=f(x)$, $x\in D(f)$ je diferencovateľná v bode $x_0\in D(f)$, $c\in R$, $c\neq f'(x_0)$

označme $g\colon\ y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$, $h\colon\ y=f(x_0)+c(x-x_0)$.

$\Rightarrow$ existuje $O(x_0)$ také, že pre všetky $x\in O(x_0)$, $x\neq x_0$

platí $|f(x)-g(x)|<|f(x)-h(x)|$,

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

$y = f(x)$, $x \in D(f)$ je diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$, $c \in R$, $c \neq f'(x_0)$

označme $g\colon\ y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$, $h\colon\ y = f(x_0) + c(x - x_0)$.

$\Rightarrow$ existuje $O(x_0)$ také, že pre všetky $x \in O(x_0)$, $x \neq x_0$

platí $|f(x) - g(x)| < |f(x) - h(x)|$,

t. j. g je najlepšia aproximácia f v okolí $O(x_0)$ pomocou lineárnej funkcie.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

$y = f(x)$, $x \in D(f)$ je diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$, $c \in R$, $c \neq f'(x_0)$

označme $g\colon\ y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$, $h\colon\ y = f(x_0) + c(x - x_0)$.

$\Rightarrow$ existuje $O(x_0)$ také, že pre všetky $x \in O(x_0)$, $x \neq x_0$

platí $|f(x) - g(x)| < |f(x) - h(x)|$,

t. j. g je najlepšia aproximácia f v okolí $O(x_0)$ pomocou lineárnej funkcie.

Približne vypočítajte hodnotu arctg 1,1 ,

,

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

$y=f(x)$, $x\in D(f)$ je diferencovateľná v bode $x_0\in D(f)$, $c\in R$, $c\neq f'(x_0)$

označme $g\colon\ y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$, $h\colon\ y=f(x_0)+c(x-x_0)$.

$\Rightarrow$ existuje $O(x_0)$ také, že pre všetky $x\in O(x_0)$, $x\neq x_0$

platí $|f(x)-g(x)|<|f(x)-h(x)|$,

t. j. g je najlepšia aproximácia f v okolí $O(x_0)$ pomocou lineárnej funkcie.

Približne vypočítajte hodnotu arctg 1,1 ,

Označme $x_0=1$, $x-x_0=h=0{,}1$,

,

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

$y = f(x)$, $x \in D(f)$ je diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$, $c \in R$, $c \neq f'(x_0)$

označme $g\colon\ y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$, $h\colon\ y = f(x_0) + c(x - x_0)$.

$\Rightarrow$ existuje $O(x_0)$ také, že pre všetky $x \in O(x_0)$, $x \neq x_0$

platí $|f(x) - g(x)| < |f(x) - h(x)|$,

t. j. g je najlepšia aproximácia f v okolí $O(x_0)$ pomocou lineárnej funkcie.

Približne vypočítajte hodnotu arctg 1,1 ,

Označme $x_0 = 1$, $x - x_0 = h = 0{,}1$, $f(x) = \operatorname{arctg} x$, $x \in O(1)$,

kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0 = 1$.

,

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

$y=f(x)$, $x\in D(f)$ je diferencovateľná v bode $x_0\in D(f)$, $c\in R$, $c\neq f'(x_0)$

označme $g:\ y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$, $h:\ y=f(x_0)+c(x-x_0)$.

$\Rightarrow$ existuje $O(x_0)$ také, že pre všetky $x\in O(x_0)$, $x\neq x_0$

platí $|f(x)-g(x)|<|f(x)-h(x)|$,

t. j. g je najlepšia aproximácia f v okolí $O(x_0)$ pomocou lineárnej funkcie.

Približne vypočítajte hodnotu $\operatorname{arctg} 1{,}1$,

Označme $x_0=1$, $x-x_0=h=0{,}1$, $f(x)=\operatorname{arctg} x$, $x\in O(1)$,

kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0=1$.

$f(x_0)=f(1)=\operatorname{arctg} 1=\frac{\pi}{4}$,

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

$y = f(x)$, $x \in D(f)$ je diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$, $c \in R$, $c \neq f'(x_0)$

označme $g:\ y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$, $h:\ y = f(x_0) + c(x - x_0)$.

$\Rightarrow$ existuje $O(x_0)$ také, že pre všetky $x \in O(x_0)$, $x \neq x_0$

platí $|f(x) - g(x)| < |f(x) - h(x)|$,

t. j. g je najlepšia aproximácia f v okolí $O(x_0)$ pomocou lineárnej funkcie.

Približne vypočítajte hodnotu arctg 1,1 ,

Označme $x_0 = 1$, $x - x_0 = h = 0{,}1$, $f(x) = \operatorname{arctg} x$, $x \in O(1)$,

kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0 = 1$.

$f(x_0) = f(1) = \operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$,

$f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $x \in R$,

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

$y=f(x)$, $x\in D(f)$ je diferencovateľná v bode $x_0\in D(f)$, $c\in R$, $c\neq f'(x_0)$

označme $g:\ y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$, $h:\ y=f(x_0)+c(x-x_0)$.

$\Rightarrow$ existuje $O(x_0)$ také, že pre všetky $x\in O(x_0)$, $x\neq x_0$

platí $|f(x)-g(x)|<|f(x)-h(x)|$,

t. j. g je najlepšia aproximácia f v okolí $O(x_0)$ pomocou lineárnej funkcie.

Približne vypočítajte hodnotu arctg 1,1 ,

Označme $x_0=1$, $x-x_0=h=0{,}1$, $f(x)=\operatorname{arctg} x$, $x\in O(1)$,

kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0=1$.

$f(x_0)=f(1)=\operatorname{arctg} 1=\frac{\pi}{4}$,

$f'(x)=\frac{1}{1+x^2}$, $x\in R$, $f'(x_0)=f'(1)=\frac{1}{1+1^2}=\frac{1}{2}$.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

$y=f(x)$, $x\in D(f)$ je diferencovateľná v bode $x_0\in D(f)$, $c\in R$, $c\neq f'(x_0)$

označme $g\colon\ y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$, $h\colon\ y=f(x_0)+c(x-x_0)$.

$\Rightarrow$ existuje $O(x_0)$ také, že pre všetky $x\in O(x_0)$, $x\neq x_0$

platí $|f(x)-g(x)|<|f(x)-h(x)|$,

t. j. g je najlepšia aproximácia f v okolí $O(x_0)$ pomocou lineárnej funkcie.

Približne vypočítajte hodnotu arctg 1,1

Označme $x_0=1$, $x-x_0=h=0{,}1$, $f(x)=\operatorname{arctg} x$, $x\in O(1)$,

kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0=1$.

$f(x_0)=f(1)=\operatorname{arctg} 1=\frac{\pi}{4}$,

$f'(x)=\frac{1}{1+x^2}$, $x\in R$, $f'(x_0)=f'(1)=\frac{1}{1+1^2}=\frac{1}{2}$.

$f(x_0+h)\approx f(x_0)+f'(x_0)\cdot h$,

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

$y=f(x)$, $x\in D(f)$ je diferencovateľná v bode $x_0\in D(f)$, $c\in R$, $c\neq f'(x_0)$

označme $g:\ y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$, $h:\ y=f(x_0)+c(x-x_0)$.

$\Rightarrow$ existuje $O(x_0)$ také, že pre všetky $x\in O(x_0)$, $x\neq x_0$

platí $|f(x)-g(x)|<|f(x)-h(x)|$,

t. j. g je najlepšia aproximácia f v okolí $O(x_0)$ pomocou lineárnej funkcie.

Približne vypočítajte hodnotu arctg 1,1 ,

Označme $x_0=1$, $x-x_0=h=0{,}1$, $f(x)=\operatorname{arctg} x$, $x\in O(1)$,

kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0=1$.

$f(x_0)=f(1)=\operatorname{arctg} 1=\frac{\pi}{4}$,

$f'(x)=\frac{1}{1+x^2}$, $x\in R$, $f'(x_0)=f'(1)=\frac{1}{1+1^2}=\frac{1}{2}$.

$f(x_0+h)\approx f(x_0)+f'(x_0)\cdot h$, t. j. $\operatorname{arctg}(1+h)\approx\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\cdot h=\frac{\pi}{4}+\frac{h}{2}$.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

$y=f(x)$, $x\in D(f)$ je diferencovateľná v bode $x_0\in D(f)$, $c\in R$, $c\neq f'(x_0)$

označme $g\colon\ y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$, $h\colon\ y=f(x_0)+c(x-x_0)$.

$\Rightarrow$ existuje $O(x_0)$ také, že pre všetky $x\in O(x_0)$, $x\neq x_0$

platí $|f(x)-g(x)|<|f(x)-h(x)|$,

t. j. g je najlepšia aproximácia f v okolí $O(x_0)$ pomocou lineárnej funkcie.

Približne vypočítajte hodnotu arctg 1,1 ,

Označme $x_0=1$, $x-x_0=h=0{,}1$, $f(x)=\operatorname{arctg} x$, $x\in O(1)$,

kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0=1$.

$f(x_0)=f(1)=\operatorname{arctg} 1=\frac{\pi}{4}$,

$f'(x)=\frac{1}{1+x^2}$, $x\in R$, $f'(x_0)=f'(1)=\frac{1}{1+1^2}=\frac{1}{2}$.

$f(x_0+h)\approx f(x_0)+f'(x_0)\cdot h$, t. j. $\operatorname{arctg}(1+h)\approx\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\cdot h=\frac{\pi}{4}+\frac{h}{2}$.

$\operatorname{arctg}(1{,}1)=\operatorname{arctg}(1+0{,}1)$

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

$y = f(x)$, $x \in D(f)$ je diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$, $c \in R$, $c \neq f'(x_0)$

označme $g\colon\ y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$, $h\colon\ y = f(x_0) + c(x - x_0)$.

$\Rightarrow$ existuje $O(x_0)$ také, že pre všetky $x \in O(x_0)$, $x \neq x_0$

platí $|f(x) - g(x)| < |f(x) - h(x)|$,

t. j. g je najlepšia aproximácia f v okolí $O(x_0)$ pomocou lineárnej funkcie.

Približne vypočítajte hodnotu arctg 1,1 ,

Označme $x_0 = 1$, $x - x_0 = h = 0{,}1$, $f(x) = \operatorname{arctg} x$, $x \in O(1)$,

kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0 = 1$.

$f(x_0) = f(1) = \operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$,

$f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $x \in R$, $f'(x_0) = f'(1) = \frac{1}{1+1^2} = \frac{1}{2}$.

$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot h$, t. j. $\operatorname{arctg}(1+h) \approx \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cdot h = \frac{\pi}{4} + \frac{h}{2}$.

$\operatorname{arctg}(1{,}1) = \operatorname{arctg}(1+0{,}1) \approx \frac{\pi}{4} + \frac{0{,}1}{2}$

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

$y=f(x)$, $x\in D(f)$ je diferencovateľná v bode $x_0\in D(f)$, $c\in R$, $c\neq f'(x_0)$

označme $g:\ y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$, $h:\ y=f(x_0)+c(x-x_0)$.

$\Rightarrow$ existuje $O(x_0)$ také, že pre všetky $x\in O(x_0)$, $x\neq x_0$

platí $|f(x)-g(x)|<|f(x)-h(x)|$,

t. j. g je najlepšia aproximácia f v okolí $O(x_0)$ pomocou lineárnej funkcie.

Približne vypočítajte hodnotu $\operatorname{arctg} 1{,}1 = 0{,}8354$,

Označme $x_0=1$, $x-x_0=h=0{,}1$, $f(x)=\operatorname{arctg} x$, $x\in O(1)$,

kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0=1$.

$f(x_0)=f(1)=\operatorname{arctg} 1=\frac{\pi}{4}$,

$f'(x)=\frac{1}{1+x^2}$, $x\in R$, $f'(x_0)=f'(1)=\frac{1}{1+1^2}=\frac{1}{2}$.

$f(x_0+h)\approx f(x_0)+f'(x_0)\cdot h$, t. j. $\operatorname{arctg}(1+h)\approx\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\cdot h=\frac{\pi}{4}+\frac{h}{2}$.

$\operatorname{arctg}(1{,}1)=\operatorname{arctg}(1+0{,}1)\approx\frac{\pi}{4}+\frac{0{,}1}{2}\approx\frac{3{,}1416}{4}+0{,}05=0{,}8354$,

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

$y = f(x)$, $x \in D(f)$ je diferencovateľná v bode $x_0 \in D(f)$, $c \in R$, $c \neq f'(x_0)$

označme $g\colon\ y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$, $h\colon\ y = f(x_0) + c(x - x_0)$.

$\Rightarrow$ existuje $O(x_0)$ také, že pre všetky $x \in O(x_0)$, $x \neq x_0$

platí $|f(x) - g(x)| < |f(x) - h(x)|$,

t. j. g je najlepšia aproximácia f v okolí $O(x_0)$ pomocou lineárnej funkcie.

Približne vypočítajte hodnotu $\operatorname{arctg} 1{,}1 = 0{,}8354$,

Označme $x_0 = 1$, $x - x_0 = h = 0{,}1$, $f(x) = \operatorname{arctg} x$, $x \in O(1)$,

kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0 = 1$.

$f(x_0) = f(1) = \operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$,

$f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $x \in R$, $f'(x_0) = f'(1) = \frac{1}{1+1^2} = \frac{1}{2}$.

$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot h$, t. j. $\operatorname{arctg}(1+h) \approx \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cdot h = \frac{\pi}{4} + \frac{h}{2}$.

$\operatorname{arctg}(1{,}1) = \operatorname{arctg}(1 + 0{,}1) \approx \frac{\pi}{4} + \frac{0{,}1}{2} \approx \frac{3{,}1416}{4} + 0{,}05 = 0{,}8354$,

$\operatorname{arctg} 1{,}1 = 0{,}8330$ (presnosť na 4 desatinné miesta),

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

$y=f(x)$, $x\in D(f)$ je diferencovateľná v bode $x_0\in D(f)$, $c\in R$, $c\neq f'(x_0)$

označme $g\colon\ y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$, $h\colon\ y=f(x_0)+c(x-x_0)$.

$\Rightarrow$ existuje $O(x_0)$ také, že pre všetky $x\in O(x_0)$, $x\neq x_0$

platí $|f(x)-g(x)|<|f(x)-h(x)|$,

t. j. g je najlepšia aproximácia f v okolí $O(x_0)$ pomocou lineárnej funkcie.

Približne vypočítajte hodnotu $\operatorname{arctg} 1{,}1 = 0{,}8354$, chyba výpočtu $0{,}0024$.

Označme $x_0=1$, $x-x_0=h=0{,}1$, $f(x)=\operatorname{arctg} x$, $x\in O(1)$,

kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0=1$.

$f(x_0)=f(1)=\operatorname{arctg} 1=\frac{\pi}{4}$,

$f'(x)=\frac{1}{1+x^2}$, $x\in R$, $f'(x_0)=f'(1)=\frac{1}{1+1^2}=\frac{1}{2}$.

$f(x_0+h)\approx f(x_0)+f'(x_0)\cdot h$, t. j. $\operatorname{arctg}(1+h)\approx\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\cdot h=\frac{\pi}{4}+\frac{h}{2}$.

$\operatorname{arctg}(1{,}1)=\operatorname{arctg}(1+0{,}1)\approx\frac{\pi}{4}+\frac{0{,}1}{2}\approx\frac{3{,}1416}{4}+0{,}05=0{,}8354$,

$\operatorname{arctg} 1{,}1=0{,}8330$ (presnosť na 4 desatinné miesta), chyba výpočtu $0{,}0024$.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Približne vypočítajte hodnotu $\sqrt[6]{1{,}06}$

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Približne vypočítajte hodnotu $\sqrt[6]{1{,}06}$

Označme $x_0 = 1$, $x - x_0 = h = 0{,}06$,

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Približne vypočítajte hodnotu $\sqrt[6]{1{,}06}$

Označme $x_0 = 1$, $x - x_0 = h = 0{,}06$, $f(x) = \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{6}}$, $x \in O(1)$, $x > 0$,

kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0 = 1$.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Približne vypočítajte hodnotu $\sqrt[6]{1,06}$

Označme $x_0 = 1$, $x - x_0 = h = 0,06$, $f(x) = \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{6}}$, $x \in O(1)$, $x > 0$,

kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0 = 1$.

$f(x_0) = f(1) = \sqrt[6]{1} = 1$,

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Približne vypočítajte hodnotu $\sqrt[6]{1{,}06}$

Označme $x_0 = 1$, $x - x_0 = h = 0{,}06$, $f(x) = \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{6}}$, $x \in O(1)$, $x > 0$,

kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0 = 1$.

$f(x_0) = f(1) = \sqrt[6]{1} = 1$,

$f'(x) = \left[x^{\frac{1}{6}}\right]' = \frac{1}{6}x^{-\frac{5}{6}}$, $x > 0$,

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Približne vypočítajte hodnotu $\sqrt[6]{1{,}06}$

Označme $x_0 = 1$, $x - x_0 = h = 0{,}06$, $f(x) = \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{6}}$, $x \in O(1)$, $x > 0$,

kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0 = 1$.

$f(x_0) = f(1) = \sqrt[6]{1} = 1$,

$f'(x) = \left[x^{\frac{1}{6}}\right]' = \frac{1}{6}x^{-\frac{5}{6}}$, $x > 0$, $\quad f'(x_0) = f'(1) = \frac{1}{6} \cdot 1^{-\frac{5}{6}} = \frac{1}{6}$.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Približne vypočítajte hodnotu $\sqrt[6]{1{,}06}$

Označme $x_0 = 1$, $x - x_0 = h = 0{,}06$, $f(x) = \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{6}}$, $x \in O(1)$, $x > 0$,

kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0 = 1$.

$f(x_0) = f(1) = \sqrt[6]{1} = 1$,

$f'(x) = \left[x^{\frac{1}{6}}\right]' = \frac{1}{6}x^{-\frac{5}{6}}$, $x > 0$, $f'(x_0) = f'(1) = \frac{1}{6} \cdot 1^{-\frac{5}{6}} = \frac{1}{6}$.

$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot h$,

$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$,

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Približne vypočítajte hodnotu $\sqrt[6]{1{,}06}$

Označme $x_0 = 1$, $x - x_0 = h = 0{,}06$, $f(x) = \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{6}}$, $x \in O(1)$, $x > 0$,

kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0 = 1$.

$f(x_0) = f(1) = \sqrt[6]{1} = 1$,

$f'(x) = \left[x^{\frac{1}{6}}\right]' = \frac{1}{6}x^{-\frac{5}{6}}$, $x > 0$, $\quad f'(x_0) = f'(1) = \frac{1}{6}\cdot 1^{-\frac{5}{6}} = \frac{1}{6}$.

$f(x_0+h) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot h$, t. j. $\sqrt[6]{1+h} \approx 1 + \frac{1}{6}\cdot h = \frac{6+h}{6}$, $h \in O(0)$.

$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x - x_0)$, t. j. $\sqrt[6]{x} \approx 1 + \frac{1}{6}\cdot(x-1) = \frac{5+x}{6}$, $x \in O(1)$.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Približne vypočítajte hodnotu $\sqrt[6]{1{,}06}$

Označme $x_0 = 1$, $x - x_0 = h = 0{,}06$, $f(x) = \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{6}}$, $x \in O(1)$, $x > 0$,

$f(x_0) = f(1) = \sqrt[6]{1} = 1$, kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0 = 1$.

$f'(x) = \left[x^{\frac{1}{6}}\right]' = \frac{1}{6}x^{-\frac{5}{6}}$, $x > 0$, $f'(x_0) = f'(1) = \frac{1}{6} \cdot 1^{-\frac{5}{6}} = \frac{1}{6}$.

$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot h$, t. j. $\sqrt[6]{1+h} \approx 1 + \frac{1}{6} \cdot h = \frac{6+h}{6}$, $h \in O(0)$.

$\sqrt[6]{1{,}06} = \sqrt[6]{1+0{,}06}$

$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$, t. j. $\sqrt[6]{x} \approx 1 + \frac{1}{6} \cdot (x-1) = \frac{5+x}{6}$, $x \in O(1)$.

$\sqrt[6]{1{,}06}$

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Približne vypočítajte hodnotu $\sqrt[6]{1,06}$

Označme $x_0 = 1$, $x - x_0 = h = 0,06$, $f(x) = \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{6}}$, $x \in O(1)$, $x > 0$,

kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0 = 1$.

$f(x_0) = f(1) = \sqrt[6]{1} = 1$,

$f'(x) = \left[x^{\frac{1}{6}}\right]' = \frac{1}{6}x^{-\frac{5}{6}}$, $x > 0$, $\quad f'(x_0) = f'(1) = \frac{1}{6}\cdot 1^{-\frac{5}{6}} = \frac{1}{6}$.

$f(x_0+h) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot h$, t. j. $\sqrt[6]{1+h} \approx 1 + \frac{1}{6}\cdot h = \frac{6+h}{6}$, $h \in O(0)$.

$\sqrt[6]{1,06} = \sqrt[6]{1+0,06} \approx \frac{6+0,06}{6}$

$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x-x_0)$, t. j. $\sqrt[6]{x} \approx 1 + \frac{1}{6}\cdot(x-1) = \frac{5+x}{6}$, $x \in O(1)$.

$\sqrt[6]{1,06} \approx \frac{5+1,06}{6}$

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Približne vypočítajte hodnotu $\sqrt[6]{1{,}06} = 1{,}01$,

Označme $x_0 = 1$, $x - x_0 = h = 0{,}06$, $f(x) = \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{6}}$, $x \in O(1)$, $x > 0$,

$f(x_0) = f(1) = \sqrt[6]{1} = 1$, kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0 = 1$.

$f'(x) = \left[x^{\frac{1}{6}}\right]' = \frac{1}{6}x^{-\frac{5}{6}}$, $x > 0$, $f'(x_0) = f'(1) = \frac{1}{6}\cdot 1^{-\frac{5}{6}} = \frac{1}{6}$.

$f(x_0+h) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot h$, t. j. $\sqrt[6]{1+h} \approx 1 + \frac{1}{6}\cdot h = \frac{6+h}{6}$, $h \in O(0)$.

$\sqrt[6]{1{,}06} = \sqrt[6]{1+0{,}06} \approx \frac{6+0{,}06}{6} = \frac{6{,}06}{6} = 1{,}01.$

$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x-x_0)$, t. j. $\sqrt[6]{x} \approx 1 + \frac{1}{6}\cdot(x-1) = \frac{5+x}{6}$, $x \in O(1)$.

$\sqrt[6]{1{,}06} \approx \frac{5+1{,}06}{6} = \frac{6{,}06}{6} = 1{,}01.$

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Približne vypočítajte hodnotu $\sqrt[6]{1{,}06} = 1{,}01$,

Označme $x_0 = 1$, $x - x_0 = h = 0{,}06$, $f(x) = \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{6}}$, $x \in O(1)$, $x > 0$,

kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0 = 1$.

$f(x_0) = f(1) = \sqrt[6]{1} = 1$,

$f'(x) = \left[x^{\frac{1}{6}}\right]' = \frac{1}{6}x^{-\frac{5}{6}}$, $x > 0$, $\quad f'(x_0) = f'(1) = \frac{1}{6}\cdot 1^{-\frac{5}{6}} = \frac{1}{6}$.

$f(x_0+h) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot h$, t. j. $\sqrt[6]{1+h} \approx 1 + \frac{1}{6}\cdot h = \frac{6+h}{6}$, $h \in O(0)$.

$\sqrt[6]{1{,}06} = \sqrt[6]{1+0{,}06} \approx \frac{6+0{,}06}{6} = \frac{6{,}06}{6} = 1{,}01$.

$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x - x_0)$, t. j. $\sqrt[6]{x} \approx 1 + \frac{1}{6}\cdot(x-1) = \frac{5+x}{6}$, $x \in O(1)$.

$\sqrt[6]{1{,}06} \approx \frac{5+1{,}06}{6} = \frac{6{,}06}{6} = 1{,}01$.

$\sqrt[6]{1{,}06} = 1{,}0098$ (presnosť na 4 desatinné miesta),

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Približne vypočítajte hodnotu $\sqrt[6]{1{,}06} = 1{,}01$, chyba výpočtu 0,002.

Označme $x_0 = 1$, $x - x_0 = h = 0{,}06$, $f(x) = \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{6}}$, $x \in O(1)$, $x > 0$,

$f(x_0) = f(1) = \sqrt[6]{1} = 1$, kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0 = 1$.

$f'(x) = \left[x^{\frac{1}{6}}\right]' = \frac{1}{6}x^{-\frac{5}{6}}$, $x > 0$, $f'(x_0) = f'(1) = \frac{1}{6}\cdot 1^{-\frac{5}{6}} = \frac{1}{6}$.

$f(x_0+h) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot h$, t. j. $\sqrt[6]{1+h} \approx 1 + \frac{1}{6}\cdot h = \frac{6+h}{6}$, $h \in O(0)$.

$\sqrt[6]{1{,}06} = \sqrt[6]{1+0{,}06} \approx \frac{6+0{,}06}{6} = \frac{6{,}06}{6} = 1{,}01$.

$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x - x_0)$, t. j. $\sqrt[6]{x} \approx 1 + \frac{1}{6}\cdot(x-1) = \frac{5+x}{6}$, $x \in O(1)$.

$\sqrt[6]{1{,}06} \approx \frac{5+1{,}06}{6} = \frac{6{,}06}{6} = 1,01$.

$\sqrt[6]{1{,}06} = 1{,}0098$ (presnosť na 4 desatinné miesta), chyba výpočtu 0,002.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Približne vypočítajte hodnotu $\sqrt[6]{1{,}06} = 1{,}01$, chyba výpočtu 0,002.

Označme $x_0 = 1$, $x - x_0 = h = 0{,}06$, $f(x) = \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{6}}$, $x \in O(1)$, $x > 0$,

$f(x_0) = f(1) = \sqrt[6]{1} = 1$, kde $O(1)$ je nejaké okolie bodu $x_0 = 1$.

$f'(x) = \left[x^{\frac{1}{6}}\right]' = \frac{1}{6}x^{-\frac{5}{6}}$, $x > 0$, $f'(x_0) = f'(1) = \frac{1}{6}\cdot 1^{-\frac{5}{6}} = \frac{1}{6}$.

$f(x_0+h) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot h$, t. j. $\sqrt[6]{1+h} \approx 1 + \frac{1}{6}\cdot h = \frac{6+h}{6}$, $h \in O(0)$.

$\sqrt[6]{1{,}06} = \sqrt[6]{1+0{,}06} \approx \frac{6+0{,}06}{6} = \frac{6{,}06}{6} = 1{,}01.$

$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x-x_0)$, t. j. $\sqrt[6]{x} \approx 1 + \frac{1}{6}\cdot(x-1) = \frac{5+x}{6}$, $x \in O(1)$.

$\sqrt[6]{1{,}06} \approx \frac{5+1{,}06}{6} = \frac{6{,}06}{6} = 1{,}01.$

$\sqrt[6]{1{,}06} = 1{,}0098$ (presnosť na 4 desatinné miesta), chyba výpočtu 0,002.

Uvedené vzťahy majú zmysel iba pre hodnoty v blízkosti bodu 1.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Funkcia $f\colon y = f(x)$ vyjadruje závislosť veličiny y od x.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Funkcia $f\colon y = f(x)$ vyjadruje závislosť veličiny y od x.

Veličinu x sme namerali s chybou Δx, tzv. absolútna chyba veličiny x.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Funkcia $f\colon y=f(x)$ vyjadruje závislosť veličiny y od x.

Veličinu x sme namerali s chybou Δx, tzv. absolútna chyba veličiny x.

$$f(x+\Delta x)\approx f(x)+f'(x)\Delta x=f(x)+\mathrm{d}f(x,\Delta x),$$

kde $O(x)$ je také, že $x+\Delta x\in O(x)$.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Funkcia $f\colon y = f(x)$ vyjadruje závislosť veličiny y od x.

Veličinu x sme namerali s chybou Δx, tzv. absolútna chyba veličiny x.

$$f(x+\Delta x) \approx f(x)+f'(x)\Delta x = f(x)+\mathrm{d}f(x,\Delta x),$$

kde $O(x)$ je také, že $x+\Delta x \in O(x)$.

Potom $\Delta y = f(x+\Delta x)-f(x) = f'(x)\Delta x = \mathrm{d}f(x,\Delta x)$

predstavuje absolútnu chybu veličiny y.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Funkcia $f\colon y=f(x)$ vyjadruje závislosť veličiny y od x.

Veličinu x sme namerali s chybou Δx, tzv. absolútna chyba veličiny x.

$$f(x+\Delta x)\approx f(x)+f'(x)\Delta x=f(x)+\mathrm{d}f(x,\Delta x),$$

kde $O(x)$ je také, že $x+\Delta x\in O(x)$.

Potom $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)=f'(x)\Delta x=\mathrm{d}f(x,\Delta x)$

predstavuje absolútnu chybu veličiny y.

Podiely $\delta_x=\frac{\Delta x}{x}$, $\delta_y=\frac{\Delta y}{y}$,

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Funkcia $f\colon y=f(x)$ vyjadruje závislosť veličiny y od x.

Veličinu x sme namerali s chybou Δx, tzv. absolútna chyba veličiny x.

$$f(x+\Delta x)\approx f(x)+f'(x)\Delta x=f(x)+\mathrm{d}f(x,\Delta x),$$

kde $O(x)$ je také, že $x+\Delta x\in O(x)$.

Potom $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)=f'(x)\Delta x=\mathrm{d}f(x,\Delta x)$

predstavuje absolútnu chybu veličiny y.

Podiely $\delta_x=\frac{\Delta x}{x}$, $\delta_y=\frac{\Delta y}{y}$, resp. $\delta_x=\frac{100\cdot\Delta x}{x}\,\%$, $\delta_y=\frac{100\cdot\Delta y}{y}\,\%$ (v percentách)

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Funkcia $f\colon y = f(x)$ vyjadruje závislosť veličiny y od x.

Veličinu x sme namerali s chybou Δx, tzv. absolútna chyba veličiny x.

$$f(x+\Delta x) \approx f(x)+f'(x)\Delta x = f(x)+\mathrm{d}f(x,\Delta x),$$

kde $O(x)$ je také, že $x+\Delta x \in O(x)$.

Potom $\Delta y = f(x+\Delta x)-f(x) = f'(x)\Delta x = \mathrm{d}f(x,\Delta x)$

predstavuje absolútnu chybu veličiny y.

Podiely $\delta_x = \frac{\Delta x}{x}$, $\delta_y = \frac{\Delta y}{y}$, resp. $\delta_x = \frac{100\cdot\Delta x}{x}\,\%$, $\delta_y = \frac{100\cdot\Delta y}{y}\,\%$ (v percentách)

predstavujú relatívne (pomerné) chyby veličín x a y.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Funkcia $f\colon y=f(x)$ vyjadruje závislosť veličiny y od x.

Veličinu x sme namerali s chybou Δx, tzv. absolútna chyba veličiny x.

$$f(x+\Delta x)\approx f(x)+f'(x)\Delta x=f(x)+\mathrm{d}f(x,\Delta x),$$

kde $O(x)$ je také, že $x+\Delta x\in O(x)$.

Potom $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)=f'(x)\Delta x=\mathrm{d}f(x,\Delta x)$

predstavuje absolútnu chybu veličiny y.

Podiely $\delta_x=\frac{\Delta x}{x}$, $\delta_y=\frac{\Delta y}{y}$, resp. $\delta_x=\frac{100\cdot\Delta x}{x}\,\%$, $\delta_y=\frac{100\cdot\Delta y}{y}\,\%$ (v percentách)

predstavujú relatívne (pomerné) chyby veličín x a y.

Určte chybu pre objem gule, ak sme jej polomer r namerali s chybou Δr.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Funkcia $f\colon y = f(x)$ vyjadruje závislosť veličiny y od x.

Veličinu x sme namerali s chybou Δx, tzv. absolútna chyba veličiny x.

$$f(x+\Delta x) \approx f(x)+f'(x)\Delta x = f(x)+\mathrm{d}f(x,\Delta x),$$

kde $O(x)$ je také, že $x+\Delta x \in O(x)$.

Potom $\Delta y = f(x+\Delta x)-f(x) = f'(x)\Delta x = \mathrm{d}f(x,\Delta x)$

predstavuje absolútnu chybu veličiny y.

Podiely $\delta_x = \frac{\Delta x}{x}$, $\delta_y = \frac{\Delta y}{y}$, resp. $\delta_x = \frac{100\cdot\Delta x}{x}\,\%$, $\delta_y = \frac{100\cdot\Delta y}{y}\,\%$ (v percentách)

predstavujú relatívne (pomerné) chyby veličín x a y.

Určte chybu pre objem gule, ak sme jej polomer r namerali s chybou Δr.

Polomer $r > 0$, absolútna chyba $\Delta r > 0$, relatívna chyba $\delta_r = \frac{\Delta r}{r}$.

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Funkcia $f: y = f(x)$ vyjadruje závislosť veličiny y od x.

Veličinu x sme namerali s chybou Δx, tzv. absolútna chyba veličiny x.

$$f(x+\Delta x) \approx f(x)+f'(x)\Delta x = f(x)+\mathrm{d}f(x,\Delta x),$$

kde $O(x)$ je také, že $x+\Delta x \in O(x)$.

Potom $\Delta y = f(x+\Delta x)-f(x) = f'(x)\Delta x = \mathrm{d}f(x,\Delta x)$

predstavuje absolútnu chybu veličiny y.

Podiely $\delta_x = \frac{\Delta x}{x}$, $\delta_y = \frac{\Delta y}{y}$, resp. $\delta_x = \frac{100\cdot\Delta x}{x}\,\%$, $\delta_y = \frac{100\cdot\Delta y}{y}\,\%$ (v percentách)

predstavujú relatívne (pomerné) chyby veličín x a y.

Určte chybu pre objem gule, ak sme jej polomer r namerali s chybou Δr.

Polomer $r > 0$, absolútna chyba $\Delta r > 0$, relatívna chyba $\delta_r = \frac{\Delta r}{r}$.

Objem $V(r) = \frac{4\pi r^3}{3}$, $V'(r) = 4\pi r^2$,

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Funkcia $f\colon y = f(x)$ vyjadruje závislosť veličiny y od x.

Veličinu x sme namerali s chybou Δx, tzv. absolútna chyba veličiny x.

$$f(x+\Delta x) \approx f(x)+f'(x)\Delta x = f(x)+\mathrm{d}f(x,\Delta x),$$

kde $O(x)$ je také, že $x+\Delta x \in O(x)$.

Potom $\Delta y = f(x+\Delta x)-f(x) = f'(x)\Delta x = \mathrm{d}f(x,\Delta x)$

predstavuje absolútnu chybu veličiny y.

Podiely $\delta_x = \frac{\Delta x}{x}$, $\delta_y = \frac{\Delta y}{y}$, resp. $\delta_x = \frac{100\cdot\Delta x}{x}\,\%$, $\delta_y = \frac{100\cdot\Delta y}{y}\,\%$ (v percentách)

predstavujú relatívne (pomerné) chyby veličín x a y.

Určte chybu pre objem gule, ak sme jej polomer r namerali s chybou Δr.

Polomer $r > 0$, absolútna chyba $\Delta r > 0$, relatívna chyba $\delta_r = \frac{\Delta r}{r}$.

Objem $V(r)=\frac{4\pi r^3}{3}$, $V'(r)=4\pi r^2$, pre jeho absolútnu chybu platí

$$\Delta V = V'(r)\Delta r = 4\pi r^2 \Delta r,$$

Diferenciál funkcie a jeho aplikácie

Funkcia $f\colon y=f(x)$ vyjadruje závislosť veličiny y od x.

Veličinu x sme namerali s chybou Δx, tzv. absolútna chyba veličiny x.

$$f(x+\Delta x)\approx f(x)+f'(x)\Delta x = f(x)+\mathrm{d}f(x,\Delta x),$$

kde $O(x)$ je také, že $x+\Delta x\in O(x)$.

Potom $\Delta y = f(x+\Delta x)-f(x) = f'(x)\Delta x = \mathrm{d}f(x,\Delta x)$

predstavuje absolútnu chybu veličiny y.

Podiely $\delta_x=\frac{\Delta x}{x}$, $\delta_y=\frac{\Delta y}{y}$, resp. $\delta_x=\frac{100\cdot\Delta x}{x}\,\%$, $\delta_y=\frac{100\cdot\Delta y}{y}\,\%$ (v percentách)

predstavujú relatívne (pomerné) chyby veličín x a y.

Určte chybu pre objem gule, ak sme jej polomer r namerali s chybou Δr.

Polomer $r>0$, absolútna chyba $\Delta r>0$, relatívna chyba $\delta_r=\frac{\Delta r}{r}$.

Objem $V(r)=\frac{4\pi r^3}{3}$, $V'(r)=4\pi r^2$, pre jeho absolútnu a relatívnu chybu platí

$$\Delta V = V'(r)\Delta r = 4\pi r^2\Delta r,\quad \delta_V=\frac{\Delta V}{V}=\frac{4\pi r^2\Delta r}{\frac{4\pi r^3}{3}}=\frac{3\Delta r}{r}=3\delta_r.$$

Derivácie vyšších rádov

Derivácia n-tého rádu (n-tá derivácia) funkcie f: $y=f(x)$, $n \in N \cup \{0\}$

Derivácie vyšších rádov

Derivácia n-tého rádu (n-tá derivácia) funkcie f: $y = f(x)$, $n \in N \cup \{0\}$

Derivácia 0. rádu, t. j. nultá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia

Derivácie vyšších rádov

Derivácia n-tého rádu (n-tá derivácia) funkcie $f\colon y=f(x)$, $n \in N \cup \{0\}$

Derivácia 0. rádu, t. j. nultá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia

$y=f^{(0)}(x)=f(x)$, $x \in A \subset D(f)$, $A \neq \emptyset$, ozn. $f = f^{(0)}$.

Derivácie vyšších rádov

Derivácia n-tého rádu (n-tá derivácia) funkcie f: $y = f(x)$, $n \in N \cup \{0\}$

Derivácia 0. rádu, t. j. nultá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y = f^{(0)}(x) = f(x)$, $x \in A \subset D(f)$, $A \neq \emptyset$, ozn. $f = f^{(0)}$.

Derivácia 1. rádu, t. j. prvá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia

Derivácie vyšších rádov

Derivácia n-tého rádu (n-tá derivácia) funkcie $f\colon y=f(x)$, $n\in N\cup\{0\}$

Derivácia 0. rádu, t. j. nultá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia

$y=f^{(0)}(x)=f(x)$, $x\in A\subset D(f)$, $A\neq\emptyset$, ozn. $f = f^{(0)}$.

Derivácia 1. rádu, t. j. prvá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia

$y=f^{(1)}(x)=f'(x)$, $x\in A_1\subset A$, $A_1\neq\emptyset$, ozn. $f' = f^{(1)}$.

Derivácie vyšších rádov

Derivácia n-tého rádu (n-tá derivácia) funkcie f: $y=f(x)$, $n\in N\cup\{0\}$

Derivácia 0. rádu, t. j. nultá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f^{(0)}(x)=f(x)$, $x\in A\subset D(f)$, $A\neq\emptyset$, ozn. $f=f^{(0)}$.

Derivácia 1. rádu, t. j. prvá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f^{(1)}(x)=f'(x)$, $x\in A_1\subset A$, $A_1\neq\emptyset$, ozn. $f'=f^{(1)}$.

Derivácia 2. rádu, t. j. druhá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia

Derivácie vyšších rádov

Derivácia n-tého rádu (n-tá derivácia) funkcie f: $y=f(x)$, $\quad n\in N\cup\{0\}$

Derivácia 0. rádu, t. j. nultá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f^{(0)}(x)=f(x)$, $x\in A\subset D(f)$, $A\neq\emptyset$, ozn. $f = f^{(0)}$.

Derivácia 1. rádu, t. j. prvá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f^{(1)}(x)=f'(x)$, $x\in A_1\subset A$, $A_1\neq\emptyset$, ozn. $f' = f^{(1)}$.

Derivácia 2. rádu, t. j. druhá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f''(x)=f^{(2)}(x)=[f'(x)]'$, $x\in A_2\subset A_1\subset A$, $A_2\neq\emptyset$, ozn. $f'' = f^{(2)}$.

Derivácie vyšších rádov

Derivácia n-tého rádu (n-tá derivácia) funkcie $f\colon y=f(x)$, $n\in N\cup\{0\}$

Derivácia 0. rádu, t. j. nultá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia

$y=f^{(0)}(x)=f(x)$, $x\in A\subset D(f)$, $A\neq\emptyset$, ozn. $f=f^{(0)}$.

Derivácia 1. rádu, t. j. prvá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia

$y=f^{(1)}(x)=f'(x)$, $x\in A_1\subset A$, $A_1\neq\emptyset$, ozn. $f'=f^{(1)}$.

Derivácia 2. rádu, t. j. druhá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia

$y=f''(x)=f^{(2)}(x)=[f'(x)]'$, $x\in A_2\subset A_1\subset A$, $A_2\neq\emptyset$, ozn. $f''=f^{(2)}$.

Derivácia 3. rádu, t. j. tretia derivácia funkcie f sa nazýva funkcia

Derivácie vyšších rádov

Derivácia n-tého rádu (n-tá derivácia) funkcie f: $y=f(x)$, $n\in N\cup\{0\}$

Derivácia 0. rádu, t. j. nultá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f^{(0)}(x)=f(x)$, $x\in A\subset D(f)$, $A\neq\emptyset$, ozn. $f=f^{(0)}$.

Derivácia 1. rádu, t. j. prvá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f^{(1)}(x)=f'(x)$, $x\in A_1\subset A$, $A_1\neq\emptyset$, ozn. $f'=f^{(1)}$.

Derivácia 2. rádu, t. j. druhá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f''(x)=f^{(2)}(x)=[f'(x)]'$, $x\in A_2\subset A_1\subset A$, $A_2\neq\emptyset$, ozn. $f''=f^{(2)}$.

Derivácia 3. rádu, t. j. tretia derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f'''(x)=f^{(3)}(x)=[f''(x)]'$, $x\in A_3\subset A_2\subset A_1\subset A$, $A_3\neq\emptyset$, ozn. $f'''=f^{(3)}$.

Derivácie vyšších rádov

Derivácia n-tého rádu (n-tá derivácia) funkcie f: $y=f(x)$, $n\in N\cup\{0\}$

Derivácia 0. rádu, t. j. nultá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f^{(0)}(x)=f(x)$, $x\in A\subset D(f)$, $A\neq\emptyset$, ozn. $f=f^{(0)}$.

Derivácia 1. rádu, t. j. prvá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f^{(1)}(x)=f'(x)$, $x\in A_1\subset A$, $A_1\neq\emptyset$, ozn. $f'=f^{(1)}$.

Derivácia 2. rádu, t. j. druhá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f''(x)=f^{(2)}(x)=[f'(x)]'$, $x\in A_2\subset A_1\subset A$, $A_2\neq\emptyset$, ozn. $f''=f^{(2)}$.

Derivácia 3. rádu, t. j. tretia derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f'''(x)=f^{(3)}(x)=[f''(x)]'$, $x\in A_3\subset A_2\subset A_1\subset A$, $A_3\neq\emptyset$, ozn. $f'''=f^{(3)}$.
...

Derivácia n-tého rádu, t. j. n-tá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia

Derivácie vyšších rádov

Derivácia n-tého rádu (n-tá derivácia) funkcie f: $y=f(x)$, $n \in N \cup \{0\}$

Derivácia 0. rádu, t. j. nultá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f^{(0)}(x)=f(x)$, $x \in A \subset D(f)$, $A \neq \emptyset$, ozn. $f = f^{(0)}$.

Derivácia 1. rádu, t. j. prvá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f^{(1)}(x)=f'(x)$, $x \in A_1 \subset A$, $A_1 \neq \emptyset$, ozn. $f' = f^{(1)}$.

Derivácia 2. rádu, t. j. druhá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f''(x)=f^{(2)}(x)=[f'(x)]'$, $x \in A_2 \subset A_1 \subset A$, $A_2 \neq \emptyset$, ozn. $f'' = f^{(2)}$.

Derivácia 3. rádu, t. j. tretia derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f'''(x)=f^{(3)}(x)=[f''(x)]'$, $x \in A_3 \subset A_2 \subset A_1 \subset A$, $A_3 \neq \emptyset$, ozn. $f''' = f^{(3)}$.
...

Derivácia n-tého rádu, t. j. n-tá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f^{(n)}(x)=[f^{(n-1)}(x)]'$, $x \in A_n \subset A_{n-1} \subset \cdots \subset A$, $A_n \neq \emptyset$, ozn. $f^{(n)}$.

Derivácie vyšších rádov

Derivácia n-tého rádu (n-tá derivácia) funkcie f: $y=f(x)$, $n\in N\cup\{0\}$

Derivácia 0. rádu, t. j. nultá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f^{(0)}(x)=f(x)$, $x\in A\subset D(f)$, $A\neq\emptyset$, ozn. $f=f^{(0)}$.

Derivácia 1. rádu, t. j. prvá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f^{(1)}(x)=f'(x)$, $x\in A_1\subset A$, $A_1\neq\emptyset$, ozn. $f'=f^{(1)}$.

Derivácia 2. rádu, t. j. druhá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f''(x)=f^{(2)}(x)=[f'(x)]'$, $x\in A_2\subset A_1\subset A$, $A_2\neq\emptyset$, ozn. $f''=f^{(2)}$.

Derivácia 3. rádu, t. j. tretia derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f'''(x)=f^{(3)}(x)=[f''(x)]'$, $x\in A_3\subset A_2\subset A_1\subset A$, $A_3\neq\emptyset$, ozn. $f'''=f^{(3)}$.
...

Derivácia n-tého rádu, t. j. n-tá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f^{(n)}(x)=[f^{(n-1)}(x)]'$, $x\in A_n\subset A_{n-1}\subset\cdots\subset A$, $A_n\neq\emptyset$, ozn. $f^{(n)}$.

n-tá derivácia funkcie f v bode $x_0\in A_n$ predstavuje hodnotu $f^{(n)}(x_0)$ (nie funkciu).

Derivácie vyšších rádov

Derivácia n-tého rádu (n-tá derivácia) funkcie f: $y=f(x)$, $n\in N\cup\{0\}$

Derivácia 0. rádu, t. j. nultá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f^{(0)}(x)=f(x)$, $x\in A\subset D(f)$, $A\neq\emptyset$, ozn. $f=f^{(0)}$.

Derivácia 1. rádu, t. j. prvá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f^{(1)}(x)=f'(x)$, $x\in A_1\subset A$, $A_1\neq\emptyset$, ozn. $f'=f^{(1)}$.

Derivácia 2. rádu, t. j. druhá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f''(x)=f^{(2)}(x)=[f'(x)]'$, $x\in A_2\subset A_1\subset A$, $A_2\neq\emptyset$, ozn. $f''=f^{(2)}$.

Derivácia 3. rádu, t. j. tretia derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f'''(x)=f^{(3)}(x)=[f''(x)]'$, $x\in A_3\subset A_2\subset A_1\subset A$, $A_3\neq\emptyset$, ozn. $f'''=f^{(3)}$.

. . .

Derivácia n-tého rádu, t. j. n-tá derivácia funkcie f sa nazýva funkcia
$y=f^{(n)}(x)=[f^{(n-1)}(x)]'$, $x\in A_n\subset A_{n-1}\subset\cdots\subset A$, $A_n\neq\emptyset$, ozn. $f^{(n)}$.

n-tá derivácia funkcie f v bode $x_0\in A_n$ predstavuje hodnotu $f^{(n)}(x_0)$ (nie funkciu).

Z definície vyplýva, že funkcia $f^{(n-1)}$ musí byť definovaná v nejakom $O(x_0)$.

Derivácie vyšších rádov

Označenie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

Derivácie vyšších rádov

Označenie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

$f'(x) = \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}$,

Derivácie vyšších rádov

Označenie podľa Leibniza

[pomocou diferenciálov]

$$f'(x) = \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}, \quad f''(x) = \frac{\mathrm{d}^2 f(x)}{\mathrm{d}x^2},$$

Derivácie vyšších rádov

Označenie podľa Leibniza

[pomocou diferenciálov]

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx}, \quad f''(x) = \frac{d^2 f(x)}{dx^2}, \quad f'''(x) = \frac{d^3 f(x)}{dx^3},$$

Derivácie vyšších rádov

Označenie podľa Leibniza

[pomocou diferenciálov]

$$f'(x) = \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}, \quad f''(x) = \frac{\mathrm{d}^2 f(x)}{\mathrm{d}x^2}, \quad f'''(x) = \frac{\mathrm{d}^3 f(x)}{\mathrm{d}x^3}, \quad \ldots, \quad f^{(n)}(x) = \frac{\mathrm{d}^n f(x)}{\mathrm{d}x^n} \text{ pre } n \in N.$$

Derivácie vyšších rádov

Označenie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

$$f'(x)=\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x},\quad f''(x)=\frac{\mathrm{d}^2f(x)}{\mathrm{d}x^2},\quad f'''(x)=\frac{\mathrm{d}^3f(x)}{\mathrm{d}x^3},\quad \ldots,\quad f^{(n)}(x)=\frac{\mathrm{d}^nf(x)}{\mathrm{d}x^n} \text{ pre } n\in N.$$

$f(x)=e^x$, $x\in R$, $n\in N$

Derivácie vyšších rádov

Označenie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

$$f'(x) = \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}, \quad f''(x) = \frac{\mathrm{d}^2 f(x)}{\mathrm{d}x^2}, \quad f'''(x) = \frac{\mathrm{d}^3 f(x)}{\mathrm{d}x^3}, \quad \ldots, \quad f^{(n)}(x) = \frac{\mathrm{d}^n f(x)}{\mathrm{d}x^n} \text{ pre } n \in N.$$

$f(x) = e^x$, $x \in R$, $n \in N$

$$\left[e^x\right]' = e^x, \; x \in R, \qquad , \; x \in R.$$

Derivácie vyšších rádov

Označenie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

$$f'(x)=\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x},\ f''(x)=\frac{\mathrm{d}^2f(x)}{\mathrm{d}x^2},\ f'''(x)=\frac{\mathrm{d}^3f(x)}{\mathrm{d}x^3},\ \ldots,\ f^{(n)}(x)=\frac{\mathrm{d}^nf(x)}{\mathrm{d}x^n}\ \text{pre}\ n\in N.$$

$f(x)=\mathrm{e}^x,\ x\in R,$ $n\in N$

$$\left[\mathrm{e}^x\right]'=\mathrm{e}^x,\ x\in R,\quad \text{t. j.}\ [\mathrm{e}^x]'=[\mathrm{e}^x]''=\cdots=[\mathrm{e}^x]^{(n-1)}=[\mathrm{e}^x]^{(n)}=\mathrm{e}^x,\ x\in R.$$

Derivácie vyšších rádov

Označenie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

$$f'(x)=\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x},\ f''(x)=\frac{\mathrm{d}^2f(x)}{\mathrm{d}x^2},\ f'''(x)=\frac{\mathrm{d}^3f(x)}{\mathrm{d}x^3},\ \ldots,\ f^{(n)}(x)=\frac{\mathrm{d}^nf(x)}{\mathrm{d}x^n}\ \text{pre}\ n\in N.$$

$f(x)=\mathrm{e}^x,\ x\in R,$ $n\in N$

$$\left[\mathrm{e}^x\right]'=\mathrm{e}^x,\ x\in R,\quad \text{t. j.}\ [\mathrm{e}^x]'=[\mathrm{e}^x]''=\cdots=[\mathrm{e}^x]^{(n-1)}=[\mathrm{e}^x]^{(n)}=\mathrm{e}^x,\ x\in R.$$

$f(x)=x^k,\ x\in R,$ $k\in N,\ n\in N$

Derivácie vyšších rádov

Označenie podľa Leibniza

[pomocou diferenciálov]

$$f'(x)=\frac{df(x)}{dx},\quad f''(x)=\frac{d^2f(x)}{dx^2},\quad f'''(x)=\frac{d^3f(x)}{dx^3},\quad \ldots,\quad f^{(n)}(x)=\frac{d^nf(x)}{dx^n} \text{ pre } n\in N.$$

$f(x)=e^x$, $x\in R$, $n\in N$

$$\left[e^x\right]'=e^x,\ x\in R, \quad \text{t. j. } [e^x]'=[e^x]''=\cdots=[e^x]^{(n-1)}=[e^x]^{(n)}=e^x,\ x\in R.$$

$f(x)=x^k$, $x\in R$, $k\in N$, $n\in N$

$$[x^k]'=kx^{k-1}=\frac{k!x^{k-1}}{(k-1)!},$$

Derivácie vyšších rádov

Označenie podľa Leibniza

[pomocou diferenciálov]

$$f'(x)=\frac{df(x)}{dx},\quad f''(x)=\frac{d^2f(x)}{dx^2},\quad f'''(x)=\frac{d^3f(x)}{dx^3},\quad \ldots,\quad f^{(n)}(x)=\frac{d^nf(x)}{dx^n}\ \text{pre}\ n\in N.$$

$f(x)=e^x$, $x\in R$, $n\in N$

$$\big[e^x\big]'=e^x,\ x\in R,\quad \text{t. j. } [e^x]'=[e^x]''=\cdots=[e^x]^{(n-1)}=[e^x]^{(n)}=e^x,\ x\in R.$$

$f(x)=x^k$, $x\in R$, $k\in N$, $n\in N$

$$[x^k]'=kx^{k-1}=\frac{k!x^{k-1}}{(k-1)!},\qquad [x^k]''=k(k-1)x^{k-2}=\frac{k!x^{k-2}}{(k-2)!},$$

Derivácie vyšších rádov

Označenie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

$$f'(x)=\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x},\ f''(x)=\frac{\mathrm{d}^2f(x)}{\mathrm{d}x^2},\ f'''(x)=\frac{\mathrm{d}^3f(x)}{\mathrm{d}x^3},\ \ldots,\ f^{(n)}(x)=\frac{\mathrm{d}^nf(x)}{\mathrm{d}x^n} \text{ pre } n\in N.$$

$f(x)=\mathrm{e}^x,\ x\in R,$ $n\in N$

$$\big[\mathrm{e}^x\big]'=\mathrm{e}^x,\ x\in R, \quad \text{t. j. } [\mathrm{e}^x]'=[\mathrm{e}^x]''=\cdots=[\mathrm{e}^x]^{(n-1)}=[\mathrm{e}^x]^{(n)}=\mathrm{e}^x,\ x\in R.$$

$f(x)=x^k,\ x\in R,$ $k\in N,\ n\in N$

$$[x^k]'=kx^{k-1}=\frac{k!x^{k-1}}{(k-1)!},$$

$$[x^k]''=k(k-1)x^{k-2}=\frac{k!x^{k-2}}{(k-2)!},$$

$$\ldots$$

$$[x^k]^{(k-2)}=k(k-1)\cdots 3x^2=\frac{k!x^2}{2!},$$

Derivácie vyšších rádov

Označenie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

$$f'(x)=\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x},\ f''(x)=\frac{\mathrm{d}^2f(x)}{\mathrm{d}x^2},\ f'''(x)=\frac{\mathrm{d}^3f(x)}{\mathrm{d}x^3},\ \ldots,\ f^{(n)}(x)=\frac{\mathrm{d}^nf(x)}{\mathrm{d}x^n}\ \text{pre}\ n\in N.$$

$f(x)=\mathrm{e}^x,\ x\in R,$ $n\in N$

$$\big[\mathrm{e}^x\big]'=\mathrm{e}^x,\ x\in R,\quad \text{t. j.}\ [\mathrm{e}^x]'=[\mathrm{e}^x]''=\cdots=[\mathrm{e}^x]^{(n-1)}=[\mathrm{e}^x]^{(n)}=\mathrm{e}^x,\ x\in R.$$

$f(x)=x^k,\ x\in R,$ $k\in N,\ n\in N$

$$[x^k]'=kx^{k-1}=\frac{k!x^{k-1}}{(k-1)!},\qquad [x^k]''=k(k-1)x^{k-2}=\frac{k!x^{k-2}}{(k-2)!},$$

$$\ldots$$

$$[x^k]^{(k-2)}=k(k-1)\cdots 3x^2=\frac{k!x^2}{2!},\quad [x^k]^{(k-1)}=k(k-1)\cdots 2x=\frac{k!x}{1!},$$

Derivácie vyšších rádov

Označenie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

$$f'(x)=\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x},\ f''(x)=\frac{\mathrm{d}^2f(x)}{\mathrm{d}x^2},\ f'''(x)=\frac{\mathrm{d}^3f(x)}{\mathrm{d}x^3},\ \ldots,\ f^{(n)}(x)=\frac{\mathrm{d}^nf(x)}{\mathrm{d}x^n}\ \text{pre}\ n\in N.$$

$f(x)=\mathrm{e}^x,\ x\in R,$ $n\in N$

$$\left[\mathrm{e}^x\right]'=\mathrm{e}^x,\ x\in R,\quad \text{t. j.}\ [\mathrm{e}^x]'=[\mathrm{e}^x]''=\cdots=[\mathrm{e}^x]^{(n-1)}=[\mathrm{e}^x]^{(n)}=\mathrm{e}^x,\ x\in R.$$

$f(x)=x^k,\ x\in R,$ $k\in N,\ n\in N$

$$[x^k]'=kx^{k-1}=\frac{k!x^{k-1}}{(k-1)!},\qquad [x^k]''=k(k-1)x^{k-2}=\frac{k!x^{k-2}}{(k-2)!},$$

$$\ldots$$

$$[x^k]^{(k-2)}=k(k-1)\cdots 3x^2=\frac{k!x^2}{2!},\qquad [x^k]^{(k-1)}=k(k-1)\cdots 2x=\frac{k!x}{1!},$$

$$[x^k]^{(k)}=k!,$$

Derivácie vyšších rádov

Označenie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

$$f'(x)=\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x},\ f''(x)=\frac{\mathrm{d}^2f(x)}{\mathrm{d}x^2},\ f'''(x)=\frac{\mathrm{d}^3f(x)}{\mathrm{d}x^3},\ \ldots,\ f^{(n)}(x)=\frac{\mathrm{d}^nf(x)}{\mathrm{d}x^n}\ \text{pre}\ n\in N.$$

$f(x)=\mathrm{e}^x$, $x\in R$, $n\in N$

$$\big[\mathrm{e}^x\big]'=\mathrm{e}^x,\ x\in R,\quad \text{t. j. } [\mathrm{e}^x]'=[\mathrm{e}^x]''=\cdots=[\mathrm{e}^x]^{(n-1)}=[\mathrm{e}^x]^{(n)}=\mathrm{e}^x,\ x\in R.$$

$f(x)=x^k$, $x\in R$, $k\in N$, $n\in N$

$$[x^k]'=kx^{k-1}=\frac{k!x^{k-1}}{(k-1)!},\qquad [x^k]''=k(k-1)x^{k-2}=\frac{k!x^{k-2}}{(k-2)!},$$

$$\ldots$$

$$[x^k]^{(k-2)}=k(k-1)\cdots 3x^2=\frac{k!x^2}{2!},\qquad [x^k]^{(k-1)}=k(k-1)\cdots 2x=\frac{k!x}{1!},$$

$$[x^k]^{(k)}=k!,\qquad [x^k]^{(k+1)}=0,$$

Derivácie vyšších rádov

Označenie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

$$f'(x)=\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x},\quad f''(x)=\frac{\mathrm{d}^2f(x)}{\mathrm{d}x^2},\quad f'''(x)=\frac{\mathrm{d}^3f(x)}{\mathrm{d}x^3},\quad \ldots,\quad f^{(n)}(x)=\frac{\mathrm{d}^nf(x)}{\mathrm{d}x^n}\ \text{pre}\ n\in N.$$

$f(x)=\mathrm{e}^x,\ x\in R,$ $n\in N$

$$\big[\mathrm{e}^x\big]'=\mathrm{e}^x,\ x\in R,\quad \text{t. j. } [\mathrm{e}^x]'=[\mathrm{e}^x]''=\cdots=[\mathrm{e}^x]^{(n-1)}=[\mathrm{e}^x]^{(n)}=\mathrm{e}^x,\ x\in R.$$

$f(x)=x^k,\ x\in R,$ $k\in N,\ n\in N$

$$[x^k]'=kx^{k-1}=\frac{k!x^{k-1}}{(k-1)!},\qquad [x^k]''=k(k-1)x^{k-2}=\frac{k!x^{k-2}}{(k-2)!},$$

$$\ldots$$

$$[x^k]^{(k-2)}=k(k-1)\cdots 3x^2=\frac{k!x^2}{2!},\qquad [x^k]^{(k-1)}=k(k-1)\cdots 2x=\frac{k!x}{1!},$$

$$[x^k]^{(k)}=k!,\qquad [x^k]^{(k+1)}=0,\qquad [x^k]^{(k+2)}=0,\qquad [x^k]^{(k+3)}=0,\quad \ldots,$$

Derivácie vyšších rádov

Označenie podľa Leibniza [pomocou diferenciálov]

$$f'(x)=\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x},\ \ f''(x)=\frac{\mathrm{d}^2f(x)}{\mathrm{d}x^2},\ \ f'''(x)=\frac{\mathrm{d}^3f(x)}{\mathrm{d}x^3},\ \ \ldots,\ \ f^{(n)}(x)=\frac{\mathrm{d}^nf(x)}{\mathrm{d}x^n}\ \text{pre}\ n\in N.$$

$f(x)=\mathrm{e}^x,\ x\in R,$ $\quad n\in N$

$$\left[\mathrm{e}^x\right]'=\mathrm{e}^x,\ x\in R,\quad \text{t. j.}\ [\mathrm{e}^x]'=[\mathrm{e}^x]''=\cdots=[\mathrm{e}^x]^{(n-1)}=[\mathrm{e}^x]^{(n)}=\mathrm{e}^x,\ x\in R.$$

$f(x)=x^k,\ x\in R,$ $\quad k\in N,\ n\in N$

$$[x^k]'=kx^{k-1}=\frac{k!x^{k-1}}{(k-1)!},\qquad [x^k]''=k(k-1)x^{k-2}=\frac{k!x^{k-2}}{(k-2)!},$$

$$\ldots$$

$$[x^k]^{(k-2)}=k(k-1)\cdots 3x^2=\frac{k!x^2}{2!},\qquad [x^k]^{(k-1)}=k(k-1)\cdots 2x=\frac{k!x}{1!},$$

$$[x^k]^{(k)}=k!,\qquad [x^k]^{(k+1)}=0,\qquad [x^k]^{(k+2)}=0,\qquad [x^k]^{(k+3)}=0,\quad \ldots,$$

$$\text{t. j.}\ [x^k]^{(n)}=\frac{k!x^{k-n}}{(k-n)!}\ \text{pre}\ n=0,1,\ldots,k,$$

Derivácie vyšších rádov

Označenie podľa Leibniza

[pomocou diferenciálov]

$$f'(x)=\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x},\quad f''(x)=\frac{\mathrm{d}^2f(x)}{\mathrm{d}x^2},\quad f'''(x)=\frac{\mathrm{d}^3f(x)}{\mathrm{d}x^3},\quad \ldots,\quad f^{(n)}(x)=\frac{\mathrm{d}^nf(x)}{\mathrm{d}x^n} \text{ pre } n\in N.$$

$f(x)=\mathrm{e}^x$, $x\in R$, $n\in N$

$$\big[\mathrm{e}^x\big]'=\mathrm{e}^x,\ x\in R,\quad \text{t. j. } [\mathrm{e}^x]'=[\mathrm{e}^x]''=\cdots=[\mathrm{e}^x]^{(n-1)}=[\mathrm{e}^x]^{(n)}=\mathrm{e}^x,\ x\in R.$$

$f(x)=x^k$, $x\in R$, $k\in N$, $n\in N$

$$[x^k]'=kx^{k-1}=\frac{k!x^{k-1}}{(k-1)!},\qquad [x^k]''=k(k-1)x^{k-2}=\frac{k!x^{k-2}}{(k-2)!},$$

$$\ldots$$

$$[x^k]^{(k-2)}=k(k-1)\cdots 3x^2=\frac{k!x^2}{2!},\qquad [x^k]^{(k-1)}=k(k-1)\cdots 2x=\frac{k!x}{1!},$$

$$[x^k]^{(k)}=k!,\qquad [x^k]^{(k+1)}=0,\qquad [x^k]^{(k+2)}=0,\qquad [x^k]^{(k+3)}=0,\quad \ldots,$$

$$\text{t. j. } [x^k]^{(n)}=\frac{k!x^{k-n}}{(k-n)!} \text{ pre } n=0,1,\ldots,k,\qquad [x^k]^{(n)}=0 \text{ pre } n=k+1,k+2,\ldots.$$

Derivácie vyšších rádov

$f(x) = \sin x,\ x \in R,$ $n \in N$

$f(x) = \cos x,\ x \in R,$ $n \in N$

Derivácie vyšších rádov

$f(x) = \sin x,\ x \in R,$ $\quad n \in N$

$f^{(0)}(x) = \sin x,$

$f(x) = \cos x,\ x \in R,$ $\quad n \in N$

$f^{(0)}(x) = \cos x,$

Derivácie vyšších rádov

$f(x) = \sin x,\ x \in R,$ $n \in N$

$f^{(0)}(x) = \sin x, \quad f^{(1)}(x) = \cos x,$

$f(x) = \cos x,\ x \in R,$ $n \in N$

$f^{(0)}(x) = \cos x, \quad f^{(1)}(x) = -\sin x,$

Derivácie vyšších rádov

$f(x) = \sin x$, $x \in R$, $n \in N$

$f^{(0)}(x) = \sin x$, $f^{(1)}(x) = \cos x$, $f^{(2)}(x) = -\sin x$,

$f(x) = \cos x$, $x \in R$, $n \in N$

$f^{(0)}(x) = \cos x$, $f^{(1)}(x) = -\sin x$, $f^{(2)}(x) = -\cos x$,

Derivácie vyšších rádov

$f(x) = \sin x,\ x \in R,$ **$n \in N$**

$f^{(0)}(x) = \sin x, \quad f^{(1)}(x) = \cos x, \quad f^{(2)}(x) = -\sin x, \quad f^{(3)}(x) = -\cos x,$

$f(x) = \cos x,\ x \in R,$ **$n \in N$**

$f^{(0)}(x) = \cos x, \quad f^{(1)}(x) = -\sin x, \quad f^{(2)}(x) = -\cos x, \quad f^{(3)}(x) = \sin x,$

Derivácie vyšších rádov

$f(x) = \sin x,\ x \in R,$ **$n \in N$**

$f^{(0)}(x) = \sin x, \quad f^{(1)}(x) = \cos x, \quad f^{(2)}(x) = -\sin x, \quad f^{(3)}(x) = -\cos x,$

$f^{(4)}(x) = \sin x,$

$f(x) = \cos x,\ x \in R,$ **$n \in N$**

$f^{(0)}(x) = \cos x, \quad f^{(1)}(x) = -\sin x, \quad f^{(2)}(x) = -\cos x, \quad f^{(3)}(x) = \sin x,$

$f^{(4)}(x) = \cos x,$

Derivácie vyšších rádov

$f(x) = \sin x,\ x \in R,$ **$n \in N$**

$f^{(0)}(x) = \sin x, \quad f^{(1)}(x) = \cos x, \quad f^{(2)}(x) = -\sin x, \quad f^{(3)}(x) = -\cos x,$
$f^{(4)}(x) = \sin x, \quad f^{(5)}(x) = \cos x,$

$f(x) = \cos x,\ x \in R,$ **$n \in N$**

$f^{(0)}(x) = \cos x, \quad f^{(1)}(x) = -\sin x, \quad f^{(2)}(x) = -\cos x, \quad f^{(3)}(x) = \sin x,$
$f^{(4)}(x) = \cos x, \quad f^{(5)}(x) = -\sin x,$

Derivácie vyšších rádov

$f(x) = \sin x,\ x \in R,$ $n \in N$

$f^{(0)}(x) = \sin x,\quad f^{(1)}(x) = \cos x,\quad f^{(2)}(x) = -\sin x,\quad f^{(3)}(x) = -\cos x,$

$f^{(4)}(x) = \sin x,\quad f^{(5)}(x) = \cos x,\quad f^{(6)}(x) = -\sin x,$

$f(x) = \cos x,\ x \in R,$ $n \in N$

$f^{(0)}(x) = \cos x,\quad f^{(1)}(x) = -\sin x,\quad f^{(2)}(x) = -\cos x,\quad f^{(3)}(x) = \sin x,$

$f^{(4)}(x) = \cos x,\quad f^{(5)}(x) = -\sin x,\quad f^{(6)}(x) = -\cos x,$

Derivácie vyšších rádov

$f(x) = \sin x,\ x \in R,$ $\quad n \in N$

$$f^{(0)}(x) = \sin x, \quad f^{(1)}(x) = \cos x, \quad f^{(2)}(x) = -\sin x, \quad f^{(3)}(x) = -\cos x,$$
$$f^{(4)}(x) = \sin x, \quad f^{(5)}(x) = \cos x, \quad f^{(6)}(x) = -\sin x, \quad f^{(7)}(x) = -\cos x, \ \ldots,$$

$f(x) = \cos x,\ x \in R,$ $\quad n \in N$

$$f^{(0)}(x) = \cos x, \quad f^{(1)}(x) = -\sin x, \quad f^{(2)}(x) = -\cos x, \quad f^{(3)}(x) = \sin x,$$
$$f^{(4)}(x) = \cos x, \quad f^{(5)}(x) = -\sin x, \quad f^{(6)}(x) = -\cos x, \quad f^{(7)}(x) = \sin x, \ \ldots,$$

Derivácie vyšších rádov

$f(x) = \sin x,\ x \in R,$ $\quad n \in N$

$f^{(0)}(x) = \sin x, \quad f^{(1)}(x) = \cos x, \quad f^{(2)}(x) = -\sin x, \quad f^{(3)}(x) = -\cos x,$

$f^{(4)}(x) = \sin x, \quad f^{(5)}(x) = \cos x, \quad f^{(6)}(x) = -\sin x, \quad f^{(7)}(x) = -\cos x, \ \ldots,$

t. j. $[\sin x]^{(n)} = [\sin x]^{(n+4k)}$ pre $k \in N,$

$f(x) = \cos x,\ x \in R,$ $\quad n \in N$

$f^{(0)}(x) = \cos x, \quad f^{(1)}(x) = -\sin x, \quad f^{(2)}(x) = -\cos x, \quad f^{(3)}(x) = \sin x,$

$f^{(4)}(x) = \cos x, \quad f^{(5)}(x) = -\sin x, \quad f^{(6)}(x) = -\cos x, \quad f^{(7)}(x) = \sin x, \ \ldots,$

t. j. $[\cos x]^{(n)} = [\cos x]^{(n+4k)}$ pre $k \in N,$

Derivácie vyšších rádov

$f(x) = \sin x,\ x \in R,$ $\qquad n \in N$

$f^{(0)}(x) = \sin x,\quad f^{(1)}(x) = \cos x,\quad f^{(2)}(x) = -\sin x,\quad f^{(3)}(x) = -\cos x,$

$f^{(4)}(x) = \sin x,\quad f^{(5)}(x) = \cos x,\quad f^{(6)}(x) = -\sin x,\quad f^{(7)}(x) = -\cos x,\ \ldots,$

t. j. $[\sin x]^{(n)} = [\sin x]^{(n+4k)}$ pre $k \in N$,

resp. $[\sin x]^{(n)} = \begin{cases} (-1)^k \sin x & \text{pre } n = 2k, \\ (-1)^{k+1} \cos x & \text{pre } n = 2k-1,\ k \in N. \end{cases}$

$f(x) = \cos x,\ x \in R,$ $\qquad n \in N$

$f^{(0)}(x) = \cos x,\quad f^{(1)}(x) = -\sin x,\quad f^{(2)}(x) = -\cos x,\quad f^{(3)}(x) = \sin x,$

$f^{(4)}(x) = \cos x,\quad f^{(5)}(x) = -\sin x,\quad f^{(6)}(x) = -\cos x,\quad f^{(7)}(x) = \sin x,\ \ldots,$

t. j. $[\cos x]^{(n)} = [\cos x]^{(n+4k)}$ pre $k \in N$,

resp. $[\cos x]^{(n)} = \begin{cases} (-1)^k \cos x & \text{pre } n = 2k, \\ (-1)^k \sin x & \text{pre } n = 2k-1,\ k \in N. \end{cases}$

Derivácie vyšších rádov

Leibnizov vzorec u, v majú na množine $A \neq \emptyset$ derivácie do rádu $n \in N$

Derivácie vyšších rádov

Leibnizov vzorec u,v majú na množine $A \neq \emptyset$ derivácie do rádu $n \in N$

$$[uv]^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} u^{(k)} v^{(n-k)}$$

Derivácie vyšších rádov

Leibnizov vzorec u,v majú na množine $A\neq\emptyset$ derivácie do rádu $n\in N$

$$[uv]^{(n)}=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}u^{(k)}v^{(n-k)}=\binom{n}{0}uv^{(n)}+\binom{n}{1}u'v^{(n-1)}+\cdots+\binom{n}{n}u^{(n)}v.$$

Derivácie vyšších rádov

Leibnizov vzorec u,v majú na množine $A \neq \emptyset$ derivácie do rádu $n \in N$

$$[uv]^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} u^{(k)} v^{(n-k)} = \binom{n}{0} uv^{(n)} + \binom{n}{1} u' v^{(n-1)} + \cdots + \binom{n}{n} u^{(n)} v.$$

$f(x) = x^2 \, e^x$, $x \in R$, $n \in N$

Derivácie vyšších rádov

Leibnizov vzorec u,v majú na množine $A\neq\emptyset$ derivácie do rádu $n\in N$

$$[uv]^{(n)}=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}u^{(k)}v^{(n-k)}=\binom{n}{0}uv^{(n)}+\binom{n}{1}u'v^{(n-1)}+\cdots+\binom{n}{n}u^{(n)}v.$$

$f(x)=x^2\,\mathrm{e}^x,\ x\in R,$ $n\in N$

$$f'(x)=[x^2\,\mathrm{e}^x]'=2x\,\mathrm{e}^x+x^2\,\mathrm{e}^x=(x^2+2x)\,\mathrm{e}^x,$$

Derivácie vyšších rádov

Leibnizov vzorec u, v majú na množine $A \neq \emptyset$ derivácie do rádu $n \in N$

$$[uv]^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} u^{(k)} v^{(n-k)} = \binom{n}{0} uv^{(n)} + \binom{n}{1} u' v^{(n-1)} + \cdots + \binom{n}{n} u^{(n)} v.$$

$f(x) = x^2 \,\mathrm{e}^x$, $x \in R$, $n \in N$

$$f'(x) = [x^2 \,\mathrm{e}^x]' = 2x \,\mathrm{e}^x + x^2 \,\mathrm{e}^x = (x^2 + 2x) \,\mathrm{e}^x,$$
$$f''(x) = [x^2 \,\mathrm{e}^x]'' = (2x + 2) \,\mathrm{e}^x + (x^2 + 2x) \,\mathrm{e}^x = (x^2 + 4x + 2) \,\mathrm{e}^x, \ \ldots$$

Derivácie vyšších rádov

Leibnizov vzorec u, v majú na množine $A \neq \emptyset$ derivácie do rádu $n \in N$

$$[uv]^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} u^{(k)} v^{(n-k)} = \binom{n}{0} uv^{(n)} + \binom{n}{1} u' v^{(n-1)} + \cdots + \binom{n}{n} u^{(n)} v.$$

$f(x) = x^2 \, e^x, \; x \in R,$ $n \in N$

$$f'(x) = [x^2 \, e^x]' = 2x \, e^x + x^2 \, e^x = (x^2 + 2x) \, e^x,$$

veľmi pracné

$$f''(x) = [x^2 \, e^x]'' = (2x + 2) \, e^x + (x^2 + 2x) \, e^x = (x^2 + 4x + 2) \, e^x, \; \ldots$$

Derivácie vyšších rádov

Leibnizov vzorec u,v majú na množine $A\neq\emptyset$ derivácie do rádu $n\in N$

$$[uv]^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} u^{(k)} v^{(n-k)} = \binom{n}{0} uv^{(n)} + \binom{n}{1} u' v^{(n-1)} + \cdots + \binom{n}{n} u^{(n)} v.$$

$f(x) = x^2\,\mathrm{e}^x,\ x\in R,$ $n\in N$

$$f'(x) = [x^2\,\mathrm{e}^x]' = 2x\,\mathrm{e}^x + x^2\,\mathrm{e}^x = (x^2+2x)\,\mathrm{e}^x,$$ veľmi pracné

$$f''(x) = [x^2\,\mathrm{e}^x]'' = (2x+2)\,\mathrm{e}^x + (x^2+2x)\,\mathrm{e}^x = (x^2+4x+2)\,\mathrm{e}^x,\ \ldots$$

Označme $u(x)=x^2,$
$v(x)=\mathrm{e}^x,$

Derivácie vyšších rádov

Leibnizov vzorec u, v majú na množine $A \neq \emptyset$ derivácie do rádu $n \in N$

$$[uv]^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} u^{(k)} v^{(n-k)} = \binom{n}{0} uv^{(n)} + \binom{n}{1} u' v^{(n-1)} + \cdots + \binom{n}{n} u^{(n)} v.$$

$f(x) = x^2 \operatorname{e}^x,\ x \in R,$ $n \in N$

$$f'(x) = [x^2 \operatorname{e}^x]' = 2x \operatorname{e}^x + x^2 \operatorname{e}^x = (x^2 + 2x) \operatorname{e}^x,$$ veľmi pracné

$$f''(x) = [x^2 \operatorname{e}^x]'' = (2x + 2) \operatorname{e}^x + (x^2 + 2x) \operatorname{e}^x = (x^2 + 4x + 2) \operatorname{e}^x, \ \ldots$$

Označme $u(x) = x^2, \quad u'(x) = 2x,$

$v(x) = \operatorname{e}^x, \quad v^{(k)}(x) = \operatorname{e}^x$ pre $k = 0, 1, 2, \ldots, n.$

Derivácie vyšších rádov

Leibnizov vzorec u,v majú na množine $A\neq\emptyset$ derivácie do rádu $n\in N$

$$[uv]^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} u^{(k)} v^{(n-k)} = \binom{n}{0} uv^{(n)} + \binom{n}{1} u' v^{(n-1)} + \cdots + \binom{n}{n} u^{(n)} v.$$

$f(x) = x^2\,e^x$, $x\in R$, $n\in N$

$$f'(x) = [x^2\,e^x]' = 2x\,e^x + x^2\,e^x = (x^2+2x)\,e^x,$$ veľmi pracné

$$f''(x) = [x^2\,e^x]'' = (2x+2)\,e^x + (x^2+2x)\,e^x = (x^2+4x+2)\,e^x,\ \ldots$$

Označme $u(x)=x^2,\quad u'(x)=2x,\quad u''(x)=2,$

$v(x)=e^x,\quad v^{(k)}(x)=e^x$ pre $k=0,1,2,\ldots,n.$

Derivácie vyšších rádov

Leibnizov vzorec u, v majú na množine $A \neq \emptyset$ derivácie do rádu $n \in N$

$$[uv]^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} u^{(k)} v^{(n-k)} = \binom{n}{0} uv^{(n)} + \binom{n}{1} u' v^{(n-1)} + \cdots + \binom{n}{n} u^{(n)} v.$$

$f(x) = x^2 \,\mathrm{e}^x$, $x \in R$, $n \in N$

$$f'(x) = [x^2 \,\mathrm{e}^x]' = 2x \,\mathrm{e}^x + x^2 \,\mathrm{e}^x = (x^2 + 2x) \,\mathrm{e}^x,$$ veľmi pracné

$$f''(x) = [x^2 \,\mathrm{e}^x]'' = (2x + 2) \,\mathrm{e}^x + (x^2 + 2x) \,\mathrm{e}^x = (x^2 + 4x + 2) \,\mathrm{e}^x, \ \ldots$$

Označme $u(x) = x^2$, $u'(x) = 2x$, $u''(x) = 2$, $u^{(k)}(x) = 0$ pre $k = 3, 4, 5, \ldots,$

$v(x) = \mathrm{e}^x$, $v^{(k)}(x) = \mathrm{e}^x$ pre $k = 0, 1, 2, \ldots, n.$

Derivácie vyšších rádov

Leibnizov vzorec u, v majú na množine $A \neq \emptyset$ derivácie do rádu $n \in N$

$$[uv]^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} u^{(k)} v^{(n-k)} = \binom{n}{0} uv^{(n)} + \binom{n}{1} u' v^{(n-1)} + \cdots + \binom{n}{n} u^{(n)} v.$$

$f(x) = x^2 e^x,\ x \in R,$ $n \in N$

$$f'(x) = [x^2 e^x]' = 2x e^x + x^2 e^x = (x^2 + 2x) e^x,$$ veľmi pracné

$$f''(x) = [x^2 e^x]'' = (2x + 2) e^x + (x^2 + 2x) e^x = (x^2 + 4x + 2) e^x, \ \ldots$$

Označme $u(x) = x^2,\quad u'(x) = 2x,\quad u''(x) = 2,\quad u^{(k)}(x) = 0$ pre $k = 3, 4, 5, \ldots,$

$v(x) = e^x,\quad v^{(k)}(x) = e^x$ pre $k = 0, 1, 2, \ldots, n.$

$$[x^2 e^x]^{(n)} = [u(x) \cdot v(x)]^{(n)}$$

Derivácie vyšších rádov

Leibnizov vzorec u, v majú na množine $A \neq \emptyset$ derivácie do rádu $n \in N$

$$[uv]^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} u^{(k)} v^{(n-k)} = \binom{n}{0} uv^{(n)} + \binom{n}{1} u' v^{(n-1)} + \cdots + \binom{n}{n} u^{(n)} v.$$

$f(x) = x^2\, \mathrm{e}^x,\ x \in R,$ $n \in N$

$$f'(x) = [x^2\, \mathrm{e}^x]' = 2x\, \mathrm{e}^x + x^2\, \mathrm{e}^x = (x^2 + 2x)\, \mathrm{e}^x,$$

veľmi pracné

$$f''(x) = [x^2\, \mathrm{e}^x]'' = (2x+2)\, \mathrm{e}^x + (x^2+2x)\, \mathrm{e}^x = (x^2+4x+2)\, \mathrm{e}^x, \ \ldots$$

Označme $u(x) = x^2, \quad u'(x) = 2x, \quad u''(x) = 2, \quad u^{(k)}(x) = 0$ pre $k = 3, 4, 5, \ldots,$

$v(x) = \mathrm{e}^x, \quad v^{(k)}(x) = \mathrm{e}^x$ pre $k = 0, 1, 2, \ldots, n.$

$$[x^2\, \mathrm{e}^x]^{(n)} = [u(x) \cdot v(x)]^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} [x^2]^{(k)} \cdot [\mathrm{e}^x]^{(n-k)}$$

Derivácie vyšších rádov

Leibnizov vzorec u, v majú na množine $A \neq \emptyset$ derivácie do rádu $n \in N$

$$[uv]^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} u^{(k)} v^{(n-k)} = \binom{n}{0} uv^{(n)} + \binom{n}{1} u' v^{(n-1)} + \cdots + \binom{n}{n} u^{(n)} v.$$

$f(x) = x^2 \,\mathrm{e}^x$, $x \in R$, $n \in N$

$$f'(x) = [x^2 \,\mathrm{e}^x]' = 2x \,\mathrm{e}^x + x^2 \,\mathrm{e}^x = (x^2 + 2x) \,\mathrm{e}^x,$$ veľmi pracné

$$f''(x) = [x^2 \,\mathrm{e}^x]'' = (2x + 2) \,\mathrm{e}^x + (x^2 + 2x) \,\mathrm{e}^x = (x^2 + 4x + 2) \,\mathrm{e}^x, \ \ldots$$

Označme $u(x) = x^2$, $u'(x) = 2x$, $u''(x) = 2$, $u^{(k)}(x) = 0$ pre $k = 3, 4, 5, \ldots,$

$v(x) = \mathrm{e}^x$, $v^{(k)}(x) = \mathrm{e}^x$ pre $k = 0, 1, 2, \ldots, n.$

$$[x^2 \,\mathrm{e}^x]^{(n)} = [u(x) \cdot v(x)]^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} [x^2]^{(k)} \cdot [\mathrm{e}^x]^{(n-k)} = \sum_{k=0}^{2} \binom{n}{k} [x^2]^{(k)} \,\mathrm{e}^x$$

Derivácie vyšších rádov

Leibnizov vzorec u,v majú na množine $A\neq\emptyset$ derivácie do rádu $n\in N$

$$[uv]^{(n)}=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}u^{(k)}v^{(n-k)}=\binom{n}{0}uv^{(n)}+\binom{n}{1}u'v^{(n-1)}+\cdots+\binom{n}{n}u^{(n)}v.$$

$f(x)=x^2\,e^x,\ x\in R,$ $n\in N$

$f'(x)=[x^2\,e^x]'=2x\,e^x+x^2\,e^x=(x^2+2x)\,e^x,$ veľmi pracné

$f''(x)=[x^2\,e^x]''=(2x+2)\,e^x+(x^2+2x)\,e^x=(x^2+4x+2)\,e^x,\ \ldots$

Označme $u(x)=x^2,\quad u'(x)=2x,\quad u''(x)=2,\quad u^{(k)}(x)=0$ pre $k=3,4,5,\ldots,$

$v(x)=e^x,\quad v^{(k)}(x)=e^x$ pre $k=0,1,2,\ldots,n.$

$$[x^2\,e^x]^{(n)}=[u(x)\cdot v(x)]^{(n)}=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}[x^2]^{(k)}\cdot[e^x]^{(n-k)}=\sum_{k=0}^{2}\binom{n}{k}[x^2]^{(k)}\,e^x$$

$$=\binom{n}{0}x^2\,e^x+\binom{n}{1}2x\,e^x+\binom{n}{2}2\,e^x$$

Derivácie vyšších rádov

Leibnizov vzorec u, v majú na množine $A \neq \emptyset$ derivácie do rádu $n \in N$

$$[uv]^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} u^{(k)} v^{(n-k)} = \binom{n}{0} uv^{(n)} + \binom{n}{1} u' v^{(n-1)} + \cdots + \binom{n}{n} u^{(n)} v.$$

$f(x) = x^2 \,\mathrm{e}^x$, $x \in R$, $n \in N$

$$f'(x) = [x^2 \,\mathrm{e}^x]' = 2x \,\mathrm{e}^x + x^2 \,\mathrm{e}^x = (x^2 + 2x) \,\mathrm{e}^x,$$ veľmi pracné

$$f''(x) = [x^2 \,\mathrm{e}^x]'' = (2x + 2) \,\mathrm{e}^x + (x^2 + 2x) \,\mathrm{e}^x = (x^2 + 4x + 2) \,\mathrm{e}^x, \ \ldots$$

Označme $u(x) = x^2$, $u'(x) = 2x$, $u''(x) = 2$, $u^{(k)}(x) = 0$ pre $k = 3, 4, 5, \ldots,$

$v(x) = \mathrm{e}^x$, $v^{(k)}(x) = \mathrm{e}^x$ pre $k = 0, 1, 2, \ldots, n.$

$$[x^2 \,\mathrm{e}^x]^{(n)} = [u(x) \cdot v(x)]^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} [x^2]^{(k)} \cdot [\mathrm{e}^x]^{(n-k)} = \sum_{k=0}^{2} \binom{n}{k} [x^2]^{(k)} \,\mathrm{e}^x$$

$$= \binom{n}{0} x^2 \,\mathrm{e}^x + \binom{n}{1} 2x \,\mathrm{e}^x + \binom{n}{2} 2 \,\mathrm{e}^x = [x^2 + 2nx + n(n-1)] \,\mathrm{e}^x, \ x \in R.$$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

$y = f(x)$ je zadaná parametricky $x = \varphi(t),\ y = \psi(t),\ t \in J.$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

$y=f(x)$ je zadaná parametricky $x=\varphi(t),\ y=\psi(t),\ t\in J.$

$f'(x) = \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

$y = f(x)$ je zadaná parametricky $x = \varphi(t),\ y = \psi(t),\ t \in J.$

$$f'(x) = \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

$y=f(x)$ je zadaná parametricky $x=\varphi(t)$, $y=\psi(t)$, $t\in J$.

$$f'(x) = \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}$$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

$y = f(x)$ je zadaná parametricky $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$, $t \in J$.

$$f'(x) = \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \cdot \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}\psi(t)}{\mathrm{d}t} \cdot \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\varphi(t)}$$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

$y=f(x)$ je zadaná parametricky $x=\varphi(t),\ y=\psi(t),\ t\in J.$

$$f'(x)=\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}\psi(t)}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\varphi(t)}=\frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}.$$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

$y = f(x)$ je zadaná parametricky $x = \varphi(t),\ y = \psi(t),\ t \in J.$

$$f'(x) = \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \cdot \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}\psi(t)}{\mathrm{d}t} \cdot \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\varphi(t)} = \frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}.$$

f' má parametrický tvar $x = \varphi(t),$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

$y=f(x)$ je zadaná parametricky $x=\varphi(t),\ y=\psi(t),\ t\in J.$

$$f'(x)=\frac{df(x)}{dx}=\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}\cdot\frac{dt}{dx}=\frac{d\psi(t)}{dt}\cdot\frac{dt}{d\varphi(t)}=\frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}.$$

f' má parametrický tvar $x=\varphi(t),\ y=\chi(t)=\dfrac{\psi'(t)}{\varphi'(t)},\ t\in J.$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

$y=f(x)$ je zadaná parametricky $x=\varphi(t),\ y=\psi(t),\ t\in J.$

$$f'(x)=\frac{df(x)}{dx}=\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}\cdot\frac{dt}{dx}=\frac{d\psi(t)}{dt}\cdot\frac{dt}{d\varphi(t)}=\frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}.$$

f' má parametrický tvar $x=\varphi(t),\ y=\chi(t)=\dfrac{\psi'(t)}{\varphi'(t)},\ t\in J.$

f'' má parametrický tvar $x=\varphi(t),$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

$y=f(x)$ je zadaná parametricky $x=\varphi(t),\ y=\psi(t),\ t\in J.$

$$f'(x)=\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}\psi(t)}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\varphi(t)}=\frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}.$$

f' má parametrický tvar $x=\varphi(t),\ y=\chi(t)=\dfrac{\psi'(t)}{\varphi'(t)},\ t\in J.$

f'' má parametrický tvar $x=\varphi(t),\ y=\dfrac{\chi'(t)}{\varphi'(t)}=\dfrac{\psi''(t)\varphi'(t)-\psi'(t)\varphi''(t)}{[\varphi'(t)]^3},\ t\in J.$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

$y=f(x)$ je zadaná parametricky $x=\varphi(t),\ y=\psi(t),\ t\in J.$

$$f'(x)=\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}\psi(t)}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\varphi(t)}=\frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}.$$

f' má parametrický tvar $x=\varphi(t),\ y=\chi(t)=\dfrac{\psi'(t)}{\varphi'(t)},\ t\in J.$

f'' má parametrický tvar $x=\varphi(t),\ y=\dfrac{\chi'(t)}{\varphi'(t)}=\dfrac{\psi''(t)\varphi'(t)-\psi'(t)\varphi''(t)}{[\varphi'(t)]^3},\ t\in J.$

$y=f(x)$ je zadaná parametricky $x=\sqrt{t^3},\ y=t^2,\ t\in(0;\infty).$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

$y=f(x)$ je zadaná parametricky $x=\varphi(t),\ y=\psi(t),\ t\in J.$

$$f'(x)=\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}\psi(t)}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\varphi(t)}=\frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}.$$

f' má parametrický tvar $x=\varphi(t),\ y=\chi(t)=\dfrac{\psi'(t)}{\varphi'(t)},\ t\in J.$

f'' má parametrický tvar $x=\varphi(t),\ y=\dfrac{\chi'(t)}{\varphi'(t)}=\dfrac{\psi''(t)\varphi'(t)-\psi'(t)\varphi''(t)}{[\varphi'(t)]^3},\ t\in J.$

$y=f(x)$ je zadaná parametricky $x=\sqrt{t^3},\ y=t^2,\ t\in(0;\infty).$

Derivácia f' má parametrický tvar

$x=\sqrt{t^3},$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

$y=f(x)$ je zadaná parametricky $\quad x=\varphi(t),\ y=\psi(t),\ t\in J.$

$$f'(x)=\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}\psi(t)}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\varphi(t)}=\frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}.$$

f' má parametrický tvar $x=\varphi(t),\ y=\chi(t)=\dfrac{\psi'(t)}{\varphi'(t)},\ t\in J.$

f'' má parametrický tvar $x=\varphi(t),\ y=\dfrac{\chi'(t)}{\varphi'(t)}=\dfrac{\psi''(t)\varphi'(t)-\psi'(t)\varphi''(t)}{[\varphi'(t)]^3},\ t\in J.$

$y=f(x)$ je zadaná parametricky $\quad x=\sqrt{t^3},\ y=t^2,\ t\in(0;\infty).$

Derivácia f' má parametrický tvar

$$x=\sqrt{t^3},\ y=\frac{(t^2)'}{(\sqrt{t^3})'}$$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

$y = f(x)$ je zadaná parametricky $\quad x = \varphi(t),\ y = \psi(t),\ t \in J.$

$$f'(x) = \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \cdot \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}\psi(t)}{\mathrm{d}t} \cdot \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\varphi(t)} = \frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}.$$

f' má parametrický tvar $x = \varphi(t),\ y = \chi(t) = \dfrac{\psi'(t)}{\varphi'(t)},\ t \in J.$

f'' má parametrický tvar $x = \varphi(t),\ y = \dfrac{\chi'(t)}{\varphi'(t)} = \dfrac{\psi''(t)\varphi'(t) - \psi'(t)\varphi''(t)}{[\varphi'(t)]^3},\ t \in J.$

$y = f(x)$ je zadaná parametricky $\quad x = \sqrt{t^3},\ y = t^2,\ t \in (0; \infty).$

Derivácia f' má parametrický tvar

$$x = \sqrt{t^3},\ y = \frac{(t^2)'}{(\sqrt{t^3})'} = \frac{(t^2)'}{(t^{\frac{3}{2}})'} = \frac{2t}{\frac{3}{2}t^{\frac{1}{2}}} = \frac{4}{3}t^{\frac{1}{2}} = \frac{4}{3}\sqrt{t},\ t \in (0; \infty).$$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

$y = f(x)$ je zadaná parametricky $\quad x = \varphi(t),\ y = \psi(t),\ t \in J.$

$$f'(x) = \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \cdot \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}\psi(t)}{\mathrm{d}t} \cdot \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\varphi(t)} = \frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}.$$

f' má parametrický tvar $x = \varphi(t),\ y = \chi(t) = \dfrac{\psi'(t)}{\varphi'(t)},\ t \in J.$

f'' má parametrický tvar $x = \varphi(t),\ y = \dfrac{\chi'(t)}{\varphi'(t)} = \dfrac{\psi''(t)\varphi'(t) - \psi'(t)\varphi''(t)}{[\varphi'(t)]^3},\ t \in J.$

$y = f(x)$ je zadaná parametricky $\quad x = \sqrt{t^3},\ y = t^2,\ t \in (0; \infty).$

Derivácia f' má parametrický tvar

$$x = \sqrt{t^3},\ y = \frac{(t^2)'}{(\sqrt{t^3})'} = \frac{(t^2)'}{(t^{\frac{3}{2}})'} = \frac{2t}{\frac{3}{2}t^{\frac{1}{2}}} = \frac{4}{3}t^{\frac{1}{2}} = \frac{4}{3}\sqrt{t},\ t \in (0; \infty).$$

Derivácia f'' má parametrický tvar

$$x = \sqrt{t^3},$$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

$y=f(x)$ je zadaná parametricky $x=\varphi(t),\ y=\psi(t),\ t\in J.$

$$f'(x)=\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}\psi(t)}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\varphi(t)}=\frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}.$$

f' má parametrický tvar $x=\varphi(t),\ y=\chi(t)=\dfrac{\psi'(t)}{\varphi'(t)},\ t\in J.$

f'' má parametrický tvar $x=\varphi(t),\ y=\dfrac{\chi'(t)}{\varphi'(t)}=\dfrac{\psi''(t)\varphi'(t)-\psi'(t)\varphi''(t)}{[\varphi'(t)]^3},\ t\in J.$

$y=f(x)$ je zadaná parametricky $x=\sqrt{t^3},\ y=t^2,\ t\in(0;\infty).$

Derivácia f' má parametrický tvar

$$x=\sqrt{t^3},\ y=\frac{(t^2)'}{(\sqrt{t^3})'}=\frac{(t^2)'}{(t^{\frac{3}{2}})'}=\frac{2t}{\frac{3}{2}t^{\frac{1}{2}}}=\frac{4}{3}t^{\frac{1}{2}}=\frac{4}{3}\sqrt{t},\ t\in(0;\infty).$$

Derivácia f'' má parametrický tvar

$$x=\sqrt{t^3},\ y=\frac{(\frac{4}{3}t^{\frac{1}{2}})'}{(t^{\frac{3}{2}})'}$$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

$y=f(x)$ je zadaná parametricky $x=\varphi(t),\ y=\psi(t),\ t\in J.$

$$f'(x)=\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}\psi(t)}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\varphi(t)}=\frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}.$$

f' má parametrický tvar $x=\varphi(t),\ y=\chi(t)=\dfrac{\psi'(t)}{\varphi'(t)},\ t\in J.$

f'' má parametrický tvar $x=\varphi(t),\ y=\dfrac{\chi'(t)}{\varphi'(t)}=\dfrac{\psi''(t)\varphi'(t)-\psi'(t)\varphi''(t)}{[\varphi'(t)]^3},\ t\in J.$

$y=f(x)$ je zadaná parametricky $x=\sqrt{t^3},\ y=t^2,\ t\in(0;\infty).$

Derivácia f' má parametrický tvar

$$x=\sqrt{t^3},\ y=\frac{(t^2)'}{(\sqrt{t^3})'}=\frac{(t^2)'}{(t^{\frac{3}{2}})'}=\frac{2t}{\frac{3}{2}t^{\frac{1}{2}}}=\frac{4}{3}t^{\frac{1}{2}}=\frac{4}{3}\sqrt{t},\ t\in(0;\infty).$$

Derivácia f'' má parametrický tvar

$$x=\sqrt{t^3},\ y=\frac{(\frac{4}{3}t^{\frac{1}{2}})'}{(t^{\frac{3}{2}})'}=\frac{\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}t^{-\frac{1}{2}}}{\frac{3}{2}t^{\frac{1}{2}}}=\frac{4}{9}t^{-1}=\frac{4}{9t},\ t\in(0;\infty).$$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

Kladná polkružnica f so stredom v bode $[0;0]$ a polomerom $r=1$.

Derivácia funkcie zadanej parametricky

Kladná polkružnica f so stredom v bode $[0;0]$ a polomerom $r=1$.

f má explicitné vyjadrenie $y=\sqrt{1-x^2}=(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$, $x\in\langle -1;1\rangle$.

---

f má parametrické vyjadrenie $x=\cos t$, $y=\sin t$, $t\in\langle 0;\pi\rangle$.

Derivácia funkcie zadanej parametricky

Kladná polkružnica f so stredom v bode $[0;0]$ a polomerom $r=1$.

f má explicitné vyjadrenie $y=\sqrt{1-x^2}=(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$, $x\in\langle -1;1\rangle$.

$x=0$

---

f má parametrické vyjadrenie $x=\cos t$, $y=\sin t$, $t\in\langle 0;\pi\rangle$.

$x=0=\cos t,\ t=\arccos 0=\frac{\pi}{2}$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

Kladná polkružnica f so stredom v bode $[0;0]$ a polomerom $r=1$.

f má explicitné vyjadrenie $y = \sqrt{1-x^2} = (1-x^2)^{\frac{1}{2}}$, $x \in \langle -1; 1 \rangle$.

$x = 0 \;\Rightarrow\; f(0) = 1$

---

f má parametrické vyjadrenie $x = \cos t$, $y = \sin t$, $t \in \langle 0; \pi \rangle$.

$x = 0 = \cos t$, $t = \arccos 0 = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow\; f(0) = y = \sin \frac{\pi}{2} = 1$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

Kladná polkružnica f so stredom v bode $[0;0]$ a polomerom $r=1$.

f má explicitné vyjadrenie $y=\sqrt{1-x^2}=(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$, $x\in\langle -1;1\rangle$.

$$f'(x)=\tfrac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}(-2x)=-x(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}=-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}},\ x\in(-1;1).$$

$x=0 \ \Rightarrow\ f(0)=1$

f má parametrické vyjadrenie $x=\cos t$, $y=\sin t$, $t\in\langle 0;\pi\rangle$.

$$f'\colon x=\cos t,\ y=\frac{[\sin t]'}{[\cos t]'}=\frac{\cos t}{-\sin t}=-\frac{\cos t}{\sin t}=-\operatorname{cotg} t,\ t\in(0;\pi).$$

$x=0=\cos t$, $t=\arccos 0=\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow\ f(0)=y=\sin\frac{\pi}{2}=1$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

Kladná polkružnica f so stredom v bode $[0;0]$ a polomerom $r=1$.

f má explicitné vyjadrenie $y=\sqrt{1-x^2}=(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$, $x\in\langle -1;1\rangle$.

$$f'(x)=\tfrac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}(-2x)=-x(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}=-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}},\ x\in(-1;1).$$

$x=0 \ \Rightarrow\ f(0)=1,\quad f'(0)=0$

---

f má parametrické vyjadrenie $x=\cos t$, $y=\sin t$, $t\in\langle 0;\pi\rangle$.

$$f'\colon x=\cos t,\ y=\frac{[\sin t]'}{[\cos t]'}=\frac{\cos t}{-\sin t}=-\frac{\cos t}{\sin t}=-\operatorname{cotg} t,\ t\in(0;\pi).$$

$x=0=\cos t,\ t=\arccos 0=\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow\ f(0)=y=\sin\tfrac{\pi}{2}=1,\quad f'(0)=-\operatorname{cotg}\tfrac{\pi}{2}=0$$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

Kladná polkružnica f so stredom v bode $[0;0]$ a polomerom $r=1$.

f má explicitné vyjadrenie $y=\sqrt{1-x^2}=(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$, $x\in\langle -1;1\rangle$.

$$f'(x)=\tfrac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}(-2x)=-x(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}=-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}},\ x\in(-1;1).$$

$$f''(x)=-(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}-x(-\tfrac{1}{2})(1-x^2)^{-\frac{3}{2}}(-2x)$$

$$=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}-\frac{x^2}{\sqrt{(1-x^2)^3}}=-\frac{(1-x^2)+x^2}{\sqrt{(1-x^2)^3}}=-\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}},\ x\in(-1;1).$$

$x=0 \ \Rightarrow\ f(0)=1,\quad f'(0)=0$

---

f má parametrické vyjadrenie $x=\cos t$, $y=\sin t$, $t\in\langle 0;\pi\rangle$.

$$f'\colon x=\cos t,\ y=\frac{[\sin t]'}{[\cos t]'}=\frac{\cos t}{-\sin t}=-\frac{\cos t}{\sin t}=-\operatorname{cotg} t,\ t\in(0;\pi).$$

$$f''\colon x=\cos t,\ y=\frac{[-\operatorname{cotg} t]'}{[\cos t]'}=\frac{-\frac{-1}{\sin^2 t}}{-\sin t}=-\frac{1}{\sin^3 t},\ t\in(0;\pi).$$

$x=0=\cos t,\ t=\arccos 0=\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow\ f(0)=y=\sin\frac{\pi}{2}=1,\quad f'(0)=-\operatorname{cotg}\frac{\pi}{2}=0$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

Kladná polkružnica f so stredom v bode $[0;0]$ a polomerom $r=1$.

f má explicitné vyjadrenie $y=\sqrt{1-x^2}=(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$, $x\in\langle -1;1\rangle$.

$$f'(x)=\frac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}(-2x)=-x(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}=-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}},\ x\in(-1;1).$$

$$f''(x)=-(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}-x(-\tfrac{1}{2})(1-x^2)^{-\frac{3}{2}}(-2x)$$

$$=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}-\frac{x^2}{\sqrt{(1-x^2)^3}}=-\frac{(1-x^2)+x^2}{\sqrt{(1-x^2)^3}}=-\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}},\ x\in(-1;1).$$

$x=0 \ \Rightarrow\ f(0)=1,\quad f'(0)=0,\quad f''(0)=-1.$

---

f má parametrické vyjadrenie $x=\cos t$, $y=\sin t$, $t\in\langle 0;\pi\rangle$.

$$f'\colon x=\cos t,\ y=\frac{[\sin t]'}{[\cos t]'}=\frac{\cos t}{-\sin t}=-\frac{\cos t}{\sin t}=-\operatorname{cotg} t,\ t\in(0;\pi).$$

$$f''\colon x=\cos t,\ y=\frac{[-\operatorname{cotg} t]'}{[\cos t]'}=\frac{-\frac{-1}{\sin^2 t}}{-\sin t}=-\frac{1}{\sin^3 t},\ t\in(0;\pi).$$

$x=0=\cos t$, $t=\arccos 0=\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow\ f(0)=y=\sin\frac{\pi}{2}=1,\quad f'(0)=-\operatorname{cotg}\frac{\pi}{2}=0,\quad f''(0)=-\frac{1}{\sin^3\frac{\pi}{2}}=-1.$$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

Kladná polkružnica f so stredom v bode $[0;0]$ a polomerom $r=1$.

f má explicitné vyjadrenie $y=\sqrt{1-x^2}=(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$, $x\in\langle -1;1\rangle$.

$$f'(x)=\tfrac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}(-2x)=-x(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}=-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}},\ x\in(-1;1).$$

$$f''(x)=-(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}-x(-\tfrac{1}{2})(1-x^2)^{-\frac{3}{2}}(-2x)$$
$$=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}-\frac{x^2}{\sqrt{(1-x^2)^3}}=-\frac{(1-x^2)+x^2}{\sqrt{(1-x^2)^3}}=-\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}},\ x\in(-1;1).$$

$x=0 \ \Rightarrow\ f(0)=1,\quad f'(0)=0,\quad f''(0)=-1.$

---

f má parametrické vyjadrenie $x=\cos t$, $y=\sin t$, $t\in\langle 0;\pi\rangle$.

$$f'\colon x=\cos t,\ y=\frac{[\sin t]'}{[\cos t]'}=\frac{\cos t}{-\sin t}=-\frac{\cos t}{\sin t}=-\operatorname{cotg} t,\ t\in(0;\pi).$$

$$f''\colon x=\cos t,\ y=\frac{[-\operatorname{cotg} t]'}{[\cos t]'}=\frac{-\frac{-1}{\sin^2 t}}{-\sin t}=-\frac{1}{\sin^3 t},\ t\in(0;\pi).$$

$x=0=\cos t,\ t=\arccos 0=\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow\ f(0)=y=\sin\tfrac{\pi}{2}=1,\quad f'(0)=-\operatorname{cotg}\tfrac{\pi}{2}=0,\quad f''(0)=-\frac{1}{\sin^3\frac{\pi}{2}}=-1.$$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

Kladná polkružnica f so stredom v bode $[0;0]$ a polomerom $r=1$.

f má explicitné vyjadrenie $y=\sqrt{1-x^2}=(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$, $x\in\langle -1;1\rangle$.

$$f'(x)=\frac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}(-2x)=-x(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}=-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}},\ x\in(-1;1).$$

$$f''(x)=-(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}-x\left(-\frac{1}{2}\right)(1-x^2)^{-\frac{3}{2}}(-2x)$$
$$=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}-\frac{x^2}{\sqrt{(1-x^2)^3}}=-\frac{(1-x^2)+x^2}{\sqrt{(1-x^2)^3}}=-\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}},\ x\in(-1;1).$$

$x=0 \ \Rightarrow\ f(0)=1,\quad f'(0)=0,\quad f''(0)=-1.$

---

f má parametrické vyjadrenie $x=\cos t$, $y=\sin t$, $t\in\langle 0;\pi\rangle$.

$$f'\colon x=\cos t,\ y=\frac{[\sin t]'}{[\cos t]'}=\frac{\cos t}{-\sin t}=-\frac{\cos t}{\sin t}=-\operatorname{cotg} t,\ t\in(0;\pi).$$

$$f''\colon x=\cos t,\ y=\frac{[-\operatorname{cotg} t]'}{[\cos t]'}=\frac{-\frac{-1}{\sin^2 t}}{-\sin t}=-\frac{1}{\sin^3 t},\ t\in(0;\pi).$$

$x=0=\cos t,\ t=\arccos 0=\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow\ f(0)=y=\sin\frac{\pi}{2}=1,\quad f'(0)=-\operatorname{cotg}\frac{\pi}{2}=0,\quad f''(0)=-\frac{1}{\sin^3\frac{\pi}{2}}=-1.$$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

Kladná polkružnica f so stredom v bode $[0;0]$ a polomerom $r=1$.

f má explicitné vyjadrenie $y=\sqrt{1-x^2}=(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$, $x\in\langle -1;1\rangle$.

$$f'(x)=\tfrac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}(-2x)=-x(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}=-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}},\ x\in(-1;1).$$

$$f''(x)=-(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}-x(-\tfrac{1}{2})(1-x^2)^{-\frac{3}{2}}(-2x)$$
$$=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}-\frac{x^2}{\sqrt{(1-x^2)^3}}=-\frac{(1-x^2)+x^2}{\sqrt{(1-x^2)^3}}=-\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}},\ x\in(-1;1).$$

$x=0\ \Rightarrow\ f(0)=1,\quad f'(0)=0,\quad f''(0)=-1.$

---

f má parametrické vyjadrenie $x=\cos t$, $y=\sin t$, $t\in\langle 0;\pi\rangle$.

$$f'\colon x=\cos t,\ y=\frac{[\sin t]'}{[\cos t]'}=\frac{\cos t}{-\sin t}=-\frac{\cos t}{\sin t}=-\operatorname{cotg} t,\ t\in(0;\pi).$$

$$f''\colon x=\cos t,\ y=\frac{[-\operatorname{cotg} t]'}{[\cos t]'}=\frac{-\frac{-1}{\sin^2 t}}{-\sin t}=-\frac{1}{\sin^3 t},\ t\in(0;\pi).$$

$x=0=\cos t,\ t=\arccos 0=\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow\ f(0)=y=\sin\tfrac{\pi}{2}=1,\quad f'(0)=-\operatorname{cotg}\tfrac{\pi}{2}=0,\quad f''(0)=-\frac{1}{\sin^3\frac{\pi}{2}}=-1.$$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

Kladná polkružnica f so stredom v bode $[0;0]$ a polomerom $r=1$.

f má explicitné vyjadrenie $y=\sqrt{1-x^2}=(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$, $x\in\langle -1;1\rangle$.

$$f'(x)=\frac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}(-2x)=-x(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}=-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}},\ x\in(-1;1).$$

$$f''(x)=-(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}-x\left(-\frac{1}{2}\right)(1-x^2)^{-\frac{3}{2}}(-2x)$$

$$=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}-\frac{x^2}{\sqrt{(1-x^2)^3}}=-\frac{(1-x^2)+x^2}{\sqrt{(1-x^2)^3}}=-\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}},\ x\in(-1;1).$$

$x=0 \ \Rightarrow\ f(0)=1,\quad f'(0)=0,\quad f''(0)=-1.$

---

f má parametrické vyjadrenie $x=\cos t$, $y=\sin t$, $t\in\langle 0;\pi\rangle$.

$$f'\colon x=\cos t,\ y=\frac{[\sin t]'}{[\cos t]'}=\frac{\cos t}{-\sin t}=-\frac{\cos t}{\sin t}=-\operatorname{cotg} t,\ t\in(0;\pi).$$

$$f''\colon x=\cos t,\ y=\frac{[-\operatorname{cotg} t]'}{[\cos t]'}=\frac{-\frac{-1}{\sin^2 t}}{-\sin t}=-\frac{1}{\sin^3 t},\ t\in(0;\pi).$$

$x=0=\cos t,\ t=\arccos 0=\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow\ f(0)=y=\sin\frac{\pi}{2}=1,\quad f'(0)=-\operatorname{cotg}\frac{\pi}{2}=0,\quad f''(0)=-\frac{1}{\sin^3\frac{\pi}{2}}=-1.$$

Derivácia funkcie zadanej parametricky

Kladná polkružnica f so stredom v bode $[0;0]$ a polomerom $r=1$.

f má explicitné vyjadrenie $y=\sqrt{1-x^2}=(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$, $x\in\langle -1;1\rangle$.

$$f'(x)=\tfrac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}(-2x)=-x(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}=-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}},\ x\in(-1;1).$$

$$f''(x)=-(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}-x\left(-\tfrac{1}{2}\right)(1-x^2)^{-\frac{3}{2}}(-2x)$$

$$=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}-\frac{x^2}{\sqrt{(1-x^2)^3}}=-\frac{(1-x^2)+x^2}{\sqrt{(1-x^2)^3}}=-\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}},\ x\in(-1;1).$$

$x=0 \ \Rightarrow\ f(0)=1,\quad f'(0)=0,\quad f''(0)=-1.$

---

f má parametrické vyjadrenie $x=\cos t$, $y=\sin t$, $t\in\langle 0;\pi\rangle$.

$$f'\colon x=\cos t,\ y=\frac{[\sin t]'}{[\cos t]'}=\frac{\cos t}{-\sin t}=-\frac{\cos t}{\sin t}=-\operatorname{cotg} t,\ t\in(0;\pi).$$

$$f''\colon x=\cos t,\ y=\frac{[-\operatorname{cotg} t]'}{[\cos t]'}=\frac{-\frac{-1}{\sin^2 t}}{-\sin t}=-\frac{1}{\sin^3 t},\ t\in(0;\pi).$$

$x=0=\cos t$, $t=\arccos 0=\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow\ f(0)=y=\sin\tfrac{\pi}{2}=1,\quad f'(0)=-\operatorname{cotg}\tfrac{\pi}{2}=0,\quad f''(0)=-\frac{1}{\sin^3\frac{\pi}{2}}=-1.$$