Matematická analýza 1

2018/2019

10. Priebeh funkcie

Obsah

Monotónnosť funkcie

f spojitá na I, $I \subset D(f)$ interval, $f'(x)$ konečná pre všetky $x \in I$.

Monotónnosť funkcie

f spojitá na I, $I \subset D(f)$ interval, $f'(x)$ konečná pre všetky $x \in I$.

Funkcia f je na intervale I:

Monotónnosť funkcie

f spojitá na I, $I \subset D(f)$ interval, $f'(x)$ konečná pre všetky $x \in I$.

Funkcia f je na intervale I:

konštantná $\Leftrightarrow$ $f'(x) = 0$ pre všetky $x \in I$,

Monotónnosť funkcie

f spojitá na I, $I \subset D(f)$ interval, $f'(x)$ konečná pre všetky $x \in I$.

Funkcia f je na intervale I:

konštantná $\Leftrightarrow$ $f'(x) = 0$ pre všetky $x \in I$,

rastúca $\Leftrightarrow$ $f'(x) > 0$ pre všetky $x \in I$,

Monotónnosť funkcie

f spojitá na I, $I \subset D(f)$ interval, $f'(x)$ konečná pre všetky $x \in I$.

Funkcia f je na intervale I:

konštantná $\Leftrightarrow$ $f'(x) = 0$ pre všetky $x \in I$,

klesajúca $\Leftrightarrow$ $f'(x) < 0$ pre všetky $x \in I$.

Monotónnosť funkcie

f spojitá na I, $I \subset D(f)$ interval, $f'(x)$ konečná pre všetky $x \in I$.

Funkcia f je na intervale I:

konštantná	$\Leftrightarrow$	$f'(x) = 0$	pre všetky $x \in I$,
neklesajúca	$\Leftrightarrow$	$f'(x) \geq 0$	pre všetky $x \in I$,

Monotónnosť funkcie

f spojitá na I, $I \subset D(f)$ interval, $f'(x)$ konečná pre všetky $x \in I$.

Funkcia f je na intervale I:

konštantná	$\Leftrightarrow$	$f'(x) = 0$	pre všetky $x \in I$,
nerastúca	$\Leftrightarrow$	$f'(x) \leq 0$	pre všetky $x \in I$.

Monotónnosť funkcie

f spojitá na I, $I \subset D(f)$ interval, $f'(x)$ konečná pre všetky $x \in I$.

Funkcia f je na intervale I:

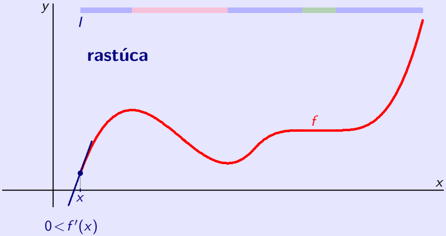
konštantná	$\Leftrightarrow$	$f'(x) = 0$	pre všetky $x \in I$,
rastúca [resp. neklesajúca]	$\Leftrightarrow$	$f'(x) > 0$ [resp. $f'(x) \geq 0$]	pre všetky $x \in I$,
klesajúca [resp. nerastúca]	$\Leftrightarrow$	$f'(x) < 0$ [resp. $f'(x) \leq 0$]	pre všetky $x \in I$.

Monotónnosť funkcie

f spojitá na I, $I \subset D(f)$ interval, $f'(x)$ konečná pre všetky $x \in I$.

Funkcia f je na intervale I:

konštantná	$\Leftrightarrow$	$f'(x)=0$		pre všetky $x \in I$,
rastúca [resp. neklesajúca]	$\Leftrightarrow$	$f'(x)>0$	[resp. $f'(x)\geq 0$]	pre všetky $x \in I$,
klesajúca [resp. nerastúca]	$\Leftrightarrow$	$f'(x)<0$	[resp. $f'(x)\leq 0$]	pre všetky $x \in I$.



Lokálne a globálne extrémy funkcie

Postačujúca podmienka existencie lokálneho extrému

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0) = 0$, $O(x_0)$ okolie [x_0 je stacionárny bod].

Lokálne a globálne extrémy funkcie

Postačujúca podmienka existencie lokálneho extrému

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0) = 0$, $O(x_0)$ okolie [x_0 je stacionárny bod].

Pre všetky $x \in O(x_0)$ platí:

Lokálne a globálne extrémy funkcie

Postačujúca podmienka existencie lokálneho extrému

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0) = 0$, $O(x_0)$ okolie [x_0 je stacionárny bod].

Pre všetky $x \in O(x_0)$ platí:

$f'(x) > 0$ pre $x < x_0$, $f'(x) < 0$ pre $x_0 < x$ $\Rightarrow$ $f(x_0)$ je ostré lokálne max.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

Postačujúca podmienka existencie lokálneho extrému

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0) = 0$, $O(x_0)$ okolie [x_0 je stacionárny bod].

Pre všetky $x \in O(x_0)$ platí:

$f'(x) < 0$ pre $x < x_0$, $f'(x) > 0$ pre $x_0 < x$ $\Rightarrow$ $f(x_0)$ je ostré lokálne min.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

Postačujúca podmienka existencie lokálneho extrému

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0) = 0$, $O(x_0)$ okolie [x_0 je stacionárny bod].

Pre všetky $x \in O(x_0)$ platí:

$f'(x) > 0$ pre $x \neq x_0$, resp. $f'(x) < 0$ pre $x \neq x_0$ $\Rightarrow$ $f(x_0)$ nie je lokálny extrém.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

Postačujúca podmienka existencie lokálneho extrému

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0) = 0$, $O(x_0)$ okolie [x_0 je stacionárny bod].

Pre všetky $x \in O(x_0)$ platí:

$f'(x) > 0$ pre $x < x_0$, $f'(x) < 0$ pre $x_0 < x$ $\Rightarrow$ $f(x_0)$ je ostré lokálne max.

$f'(x) < 0$ pre $x < x_0$, $f'(x) > 0$ pre $x_0 < x$ $\Rightarrow$ $f(x_0)$ je ostré lokálne min.

$f'(x) > 0$ pre $x \neq x_0$, resp. $f'(x) < 0$ pre $x \neq x_0$ $\Rightarrow$ $f(x_0)$ nie je lokálny extrém.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

Postačujúca podmienka existencie lokálneho extrému

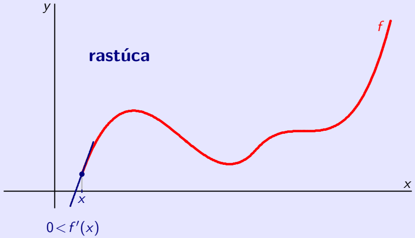
$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0) = 0$, $O(x_0)$ okolie [x_0 je stacionárny bod].

Pre všetky $x \in O(x_0)$ platí:

$f'(x) > 0$ pre $x < x_0$, $f'(x) < 0$ pre $x_0 < x$ $\Rightarrow$ $f(x_0)$ je ostré lokálne max.

$f'(x) < 0$ pre $x < x_0$, $f'(x) > 0$ pre $x_0 < x$ $\Rightarrow$ $f(x_0)$ je ostré lokálne min.

$f'(x) > 0$ pre $x \neq x_0$, resp. $f'(x) < 0$ pre $x \neq x_0$ $\Rightarrow$ $f(x_0)$ nie je lokálny extrém.



Lokálne a globálne extrémy funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva stacionárny bod funkcie f,

ak v bode x_0 existuje derivácia f' a platí $f'(x_0) = 0$.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva stacionárny bod funkcie f,

ak v bode x_0 existuje derivácia f a platí $f'(x_0) = 0$.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva stacionárny bod funkcie f,

ak v bode x_0 existuje derivácia f a platí $f'(x_0) = 0$.

Lokálne extrémy funkcie f:

Globálne extrémy funkcie f:

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva stacionárny bod funkcie f,

ak v bode x_0 existuje derivácia f a platí $f'(x_0) = 0$.

Lokálne extrémy funkcie f:

- Určiť všetky body $x_0 \in D(f)$,
  pre ktoré $f'(x_0) = 0$
  a overiť, či v nich nie sú extrémy.

Globálne extrémy funkcie f:

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva stacionárny bod funkcie f,

ak v bode x_0 existuje derivácia f a platí $f'(x_0) = 0$.

Lokálne extrémy funkcie f:

- Určiť všetky body $x_0 \in D(f)$,
  pre ktoré $f'(x_0) = 0$
  a overiť, či v nich nie sú extrémy.
- Určiť všetky body $x_0 \in D(f)$,
  v ktorých $f'(x_0)$ neexistuje
  a overiť, či v nich nie sú extrémy.

Globálne extrémy funkcie f:

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva stacionárny bod funkcie f,

ak v bode x_0 existuje derivácia f a platí $f'(x_0) = 0$.

Lokálne extrémy funkcie f:

- Určiť všetky body $x_0 \in D(f)$,
  pre ktoré $f'(x_0) = 0$
  a overiť, či v nich nie sú extrémy.
- Určiť všetky body $x_0 \in D(f)$,
  v ktorých $f'(x_0)$ neexistuje
  a overiť, či v nich nie sú extrémy.

Globálne extrémy funkcie f:

- Určiť lokálne extrémy funkcie f.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva stacionárny bod funkcie f,

ak v bode x_0 existuje derivácia f a platí $f'(x_0) = 0$.

Lokálne extrémy funkcie f:

- Určiť všetky body $x_0 \in D(f)$, pre ktoré $f'(x_0) = 0$ a overiť, či v nich nie sú extrémy.
- Určiť všetky body $x_0 \in D(f)$, v ktorých $f'(x_0)$ neexistuje a overiť, či v nich nie sú extrémy.

Globálne extrémy funkcie f:

- Určiť lokálne extrémy funkcie f.
- Overiť funkčné hodnoty $f(x)$ v hraničných bodoch $x \in D(f)$ a porovnať tiro hodnoty s lokálnymi extrémami.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva stacionárny bod funkcie f,

ak v bode x_0 existuje derivácia f a platí $f'(x_0) = 0$.

Lokálne extrémy funkcie f:

- Určiť všetky body $x_0 \in D(f)$, pre ktoré $f'(x_0) = 0$ a overiť, či v nich nie sú extrémy.
- Určiť všetky body $x_0 \in D(f)$, v ktorých $f'(x_0)$ neexistuje a overiť, či v nich nie sú extrémy.

Globálne extrémy funkcie f:

- Určiť lokálne extrémy funkcie f.
- Overiť funkčné hodnoty $f(x)$ v hraničných bodoch $x \in D(f)$ a porovnať tiro hodnoty s lokálnymi extrémami.

f je spojitá a rýdzo monotónna (rastúca resp. klesajúca) na intervale I,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva stacionárny bod funkcie f,

ak v bode x_0 existuje derivácia f a platí $f'(x_0) = 0$.

Lokálne extrémy funkcie f:

- Určiť všetky body $x_0 \in D(f)$, pre ktoré $f'(x_0) = 0$ a overiť, či v nich nie sú extrémy.
- Určiť všetky body $x_0 \in D(f)$, v ktorých $f'(x_0)$ neexistuje a overiť, či v nich nie sú extrémy.

Globálne extrémy funkcie f:

- Určiť lokálne extrémy funkcie f.
- Overiť funkčné hodnoty $f(x)$ v hraničných bodoch $x \in D(f)$ a porovnať tiro hodnoty s lokálnymi extrémami.

f je spojitá a rýdzo monotónna (rastúca resp. klesajúca) na intervale I,

potom môže pre nejaké $x \in I$ platiť $f'(x) = 0$.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva stacionárny bod funkcie f,

ak v bode x_0 existuje derivácia f a platí $f'(x_0) = 0$.

Lokálne extrémy funkcie f:

- Určiť všetky body $x_0 \in D(f)$,
  pre ktoré $f'(x_0) = 0$
  a overiť, či v nich nie sú extrémy.
- Určiť všetky body $x_0 \in D(f)$,
  v ktorých $f'(x_0)$ neexistuje
  a overiť, či v nich nie sú extrémy.

Globálne extrémy funkcie f:

- Určiť lokálne extrémy funkcie f.
- Overiť funkčné hodnoty $f(x)$
  v hraničných bodoch $x \in D(f)$
  a porovnať tiro hodnoty
  s lokálnymi extrémami.

f je spojitá a rýdzo monotónna (rastúca resp. klesajúca) na intervale I,

potom môže pre nejaké $x \in I$ platiť $f'(x) = 0$.

Môžu to byť iba jednotlivé izolované body,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva stacionárny bod funkcie f,

ak v bode x_0 existuje derivácia f a platí $f'(x_0) = 0$.

Lokálne extrémy funkcie f:

- Určiť všetky body $x_0 \in D(f)$,
  pre ktoré $f'(x_0) = 0$
  a overiť, či v nich nie sú extrémy.
- Určiť všetky body $x_0 \in D(f)$,
  v ktorých $f'(x_0)$ neexistuje
  a overiť, či v nich nie sú extrémy.

Globálne extrémy funkcie f:

- Určiť lokálne extrémy funkcie f.
- Overiť funkčné hodnoty $f(x)$
  v hraničných bodoch $x \in D(f)$
  a porovnať tiro hodnoty
  s lokálnymi extrémami.

f je spojitá a rýdzo monotónna (rastúca resp. klesajúca) na intervale I,

potom môže pre nejaké $x \in I$ platiť $f'(x) = 0$.

Môžu to byť iba jednotlivé izolované body, ale nemôžu tvoriť interval!

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{x^2}{4+4x}$, $x \in R - \{-1\}$.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{x^2}{4+4x}$, $x \in R - \{-1\}$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R - \{-1\}$.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{x^2}{4+4x}$, $x \in R - \{-1\}$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R - \{-1\}$.

$f'(x) = \left[\frac{x^2}{4(1+x)}\right]' = \frac{1}{4} \cdot \frac{2x(1+x) - x^2 \cdot 1}{(1+x)^2} = \frac{2x+x^2}{4(1+x)^2}$ pre všetky $x \in D(f)$,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{x^2}{4+4x}$, $x \in R - \{-1\}$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R - \{-1\}$.

$$f'(x) = \left[\frac{x^2}{4(1+x)}\right]' = \frac{1}{4} \cdot \frac{2x(1+x) - x^2 \cdot 1}{(1+x)^2} = \frac{2x+x^2}{4(1+x)^2} \text{ pre všetky } x \in D(f),$$

pričom $f'(x) = 0$ práve vtedy, ak $x(2+x) = 0$, t. j. $x = 0$, resp. $x = -2$.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{x^2}{4+4x}$, $x \in R - \{-1\}$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R - \{-1\}$.

$$f'(x) = \left[\frac{x^2}{4(1+x)}\right]' = \frac{1}{4} \cdot \frac{2x(1+x)-x^2 \cdot 1}{(1+x)^2} = \frac{2x+x^2}{4(1+x)^2}$$ pre všetky $x \in D(f)$,

pričom $f'(x) = 0$ práve vtedy, ak $x(2+x) = 0$, t. j. $x = 0$, resp. $x = -2$.

Funkcia f' je spojitá na $D(f)$,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{x^2}{4+4x}$, $x \in R - \{-1\}$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R - \{-1\}$.

$$f'(x) = \left[\frac{x^2}{4(1+x)}\right]' = \frac{1}{4} \cdot \frac{2x(1+x) - x^2 \cdot 1}{(1+x)^2} = \frac{2x+x^2}{4(1+x)^2}$$ pre všetky $x \in D(f)$,

pričom $f'(x) = 0$ práve vtedy, ak $x(2+x) = 0$, t. j. $x = 0$, resp. $x = -2$.

Funkcia f' je spojitá na $D(f)$, $4(1+x)^2 > 0$ pre všetky $x \in D(f)$,

$f'(-2) = 0$, $f'(0) = 0$,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{x^2}{4+4x}$, $x \in R - \{-1\}$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R - \{-1\}$.

$f'(x) = \left[\frac{x^2}{4(1+x)}\right]' = \frac{1}{4} \cdot \frac{2x(1+x) - x^2 \cdot 1}{(1+x)^2} = \frac{2x+x^2}{4(1+x)^2}$ pre všetky $x \in D(f)$,

pričom $f'(x) = 0$ práve vtedy, ak $x(2+x) = 0$, t. j. $x = 0$, resp. $x = -2$.

Funkcia f' je spojitá na $D(f)$, $4(1+x)^2 > 0$ pre všetky $x \in D(f)$,
$f'(-2) = 0$, $f'(0) = 0$, $-1 \notin D(f)$,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{x^2}{4+4x}$, $x \in R - \{-1\}$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R - \{-1\}$.

$$f'(x) = \left[\frac{x^2}{4(1+x)}\right]' = \frac{1}{4} \cdot \frac{2x(1+x) - x^2 \cdot 1}{(1+x)^2} = \frac{2x+x^2}{4(1+x)^2} \text{ pre všetky } x \in D(f),$$

pričom $f'(x) = 0$ práve vtedy, ak $x(2+x) = 0$, t. j. $x = 0$, resp. $x = -2$.

Funkcia f' je spojitá na $D(f)$, $4(1+x)^2 > 0$ pre všetky $x \in D(f)$,
$f'(-2) = 0$, $f'(0) = 0$, $-1 \notin D(f)$,
t. j. f' nemení znamienko na $(-\infty; -2)$, $(-2; -1)$, $(-1; 0)$ a $(0; \infty)$.

$x \in (-\infty; -2)$	$x \in (-2; -1)$	$x \in (-1; 0)$	$x \in (0; \infty)$

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{x^2}{4+4x}$, $x \in R - \{-1\}$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R - \{-1\}$.

$f'(x) = \left[\frac{x^2}{4(1+x)}\right]' = \frac{1}{4} \cdot \frac{2x(1+x) - x^2 \cdot 1}{(1+x)^2} = \frac{2x+x^2}{4(1+x)^2}$ pre všetky $x \in D(f)$,

pričom $f'(x) = 0$ práve vtedy, ak $x(2+x) = 0$, t. j. $x = 0$, resp. $x = -2$.

Funkcia f' je spojitá na $D(f)$, $4(1+x)^2 > 0$ pre všetky $x \in D(f)$,
$f'(-2) = 0$, $f'(0) = 0$, $-1 \notin D(f)$,
t. j. f' nemení znamienko na $(-\infty; -2)$, $(-2; -1)$, $(-1; 0)$ a $(0; \infty)$.

$x \in (-\infty; -2)$	$x \in (-2; -1)$	$x \in (-1; 0)$	$x \in (0; \infty)$
$f'(-3) = \frac{-6+9}{4(1-3)^2} > 0$	$f'(-\frac{3}{2}) = \frac{-3+\frac{9}{4}}{4(1-3)^2} < 0$	$f'(-\frac{1}{2}) = \frac{-1+\frac{1}{4}}{4(1-3)^2} < 0$	$f'(1) = \frac{2+1}{4(1+1)^2} > 0$

[Na zistenie znamienka funkcie f' na danom intervale I postačí overiť hodnotu $f'(x)$ v jednom ľubovoľnom bode $x \in I$.]

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{x^2}{4+4x}$, $x \in R - \{-1\}$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R - \{-1\}$.

$f'(x) = \left[\frac{x^2}{4(1+x)}\right]' = \frac{1}{4} \cdot \frac{2x(1+x) - x^2 \cdot 1}{(1+x)^2} = \frac{2x+x^2}{4(1+x)^2}$ pre všetky $x \in D(f)$,

pričom $f'(x) = 0$ práve vtedy, ak $x(2+x) = 0$, t. j. $x = 0$, resp. $x = -2$.

Funkcia f' je spojitá na $D(f)$, $4(1+x)^2 > 0$ pre všetky $x \in D(f)$,
$f'(-2) = 0$, $f'(0) = 0$, $-1 \notin D(f)$,
t. j. f' nemení znamienko na $(-\infty; -2)$, $(-2; -1)$, $(-1; 0)$ a $(0; \infty)$.

$x \in (-\infty; -2)$	$x \in (-2; -1)$	$x \in (-1; 0)$	$x \in (0; \infty)$
$f'(-3) = \frac{-6+9}{4(1-3)^2} > 0$	$f'(-\frac{3}{2}) = \frac{-3+\frac{9}{4}}{4(1-3)^2} < 0$	$f'(-\frac{1}{2}) = \frac{-1+\frac{1}{4}}{4(1-3)^2} < 0$	$f'(1) = \frac{2+1}{4(1+1)^2} > 0$
$f'(x) > 0$	$f'(x) < 0$	$f'(x) < 0$	$f'(x) > 0$

[Na zistenie znamienka funkcie f' na danom intervale I postačí overiť hodnotu $f'(x)$ v jednom ľubovoľnom bode $x \in I$.]

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x)=\frac{x^2}{4+4x}$, $x\in R-\{-1\}$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f)=R-\{-1\}$.

$f'(x)=\left[\frac{x^2}{4(1+x)}\right]'=\frac{1}{4}\cdot\frac{2x(1+x)-x^2\cdot 1}{(1+x)^2}=\frac{2x+x^2}{4(1+x)^2}$ pre všetky $x\in D(f)$,

pričom $f'(x)=0$ práve vtedy, ak $x(2+x)=0$, t. j. $x=0$, resp. $x=-2$.

Funkcia f' je spojitá na $D(f)$, $4(1+x)^2>0$ pre všetky $x\in D(f)$,
$f'(-2)=0$, $f'(0)=0$, $-1\notin D(f)$,
t. j. f' nemení znamienko na $(-\infty;-2)$, $(-2;-1)$, $(-1;0)$ a $(0;\infty)$.

$x\in(-\infty;-2)$	$x\in(-2;-1)$	$x\in(-1;0)$	$x\in(0;\infty)$
$f'(-3)=\frac{-6+9}{4(1-3)^2}>0$	$f'(-\frac{3}{2})=\frac{-3+\frac{9}{4}}{4(1-3)^2}<0$	$f'(-\frac{1}{2})=\frac{-1+\frac{1}{4}}{4(1-3)^2}<0$	$f'(1)=\frac{2+1}{4(1+1)^2}>0$
$f'(x)>0$ $\nearrow$ f rastie $\nearrow$	$f'(x)<0$ $\searrow$ f klesá $\searrow$	$f'(x)<0$ $\searrow$ f klesá $\searrow$	$f'(x)>0$ $\nearrow$ f rastie $\nearrow$

[Na zistenie znamienka funkcie f' na danom intervale I postačí overiť hodnotu $f'(x)$ v jednom ľubovoľnom bode $x\in I$.]

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{x^2}{4+4x}$, $x \in R - \{-1\}$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R - \{-1\}$.

$$f'(x) = \left[\frac{x^2}{4(1+x)}\right]' = \frac{1}{4} \cdot \frac{2x(1+x) - x^2 \cdot 1}{(1+x)^2} = \frac{2x+x^2}{4(1+x)^2} \text{ pre všetky } x \in D(f),$$

pričom $f'(x) = 0$ práve vtedy, ak $x(2+x) = 0$, t. j. $x = 0$, resp. $x = -2$.

Funkcia f' je spojitá na $D(f)$, $4(1+x)^2 > 0$ pre všetky $x \in D(f)$,
$f'(-2) = 0$, $f'(0) = 0$, $-1 \notin D(f)$,
t. j. f' nemení znamienko na $(-\infty; -2)$, $(-2; -1)$, $(-1; 0)$ a $(0; \infty)$.

$x \in (-\infty; -2)$	$x \in (-2; -1)$	$x \in (-1; 0)$	$x \in (0; \infty)$
$f'(-3) = \frac{-6+9}{4(1-3)^2} > 0$	$f'(-\frac{3}{2}) = \frac{-3+\frac{9}{4}}{4(1-3)^2} < 0$	$f'(-\frac{1}{2}) = \frac{-1+\frac{1}{4}}{4(1-3)^2} < 0$	$f'(1) = \frac{2+1}{4(1+1)^2} > 0$
$f'(x) > 0$	$f'(x) < 0$	$f'(x) < 0$	$f'(x) > 0$
$\nearrow$ f rastie $\nearrow$	$\searrow$ f klesá $\searrow$	$\searrow$ f klesá $\searrow$	$\nearrow$ f rastie $\nearrow$
$f(-2) = -1$ je lokálne max		$f(0) = 0$ je lokálne min	

[Na zistenie znamienka funkcie f' na danom intervale I postačí overiť hodnotu $f'(x)$ v jednom ľubovoľnom bode $x \in I$.]

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

$$f'(x) = \left[\frac{4x}{1+x^2}\right]' = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2} = \frac{4(1-x)(1+x)}{(1+x^2)^2} \text{ pre všetky } x \in D(f),$$

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

$$f'(x) = \left[\frac{4x}{1+x^2}\right]' = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2} = \frac{4(1-x)(1+x)}{(1+x^2)^2} \text{ pre všetky } x \in D(f),$$

pričom $f'(x) = 0$ práve vtedy, ak $4(1-x)(1+x) = 0$, t. j. $x = \pm 1$.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

$$f'(x) = \left[\frac{4x}{1+x^2}\right]' = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2} = \frac{4(1-x)(1+x)}{(1+x^2)^2} \text{ pre všetky } x \in D(f),$$

pričom $f'(x) = 0$ práve vtedy, ak $4(1-x)(1+x) = 0$, t. j. $x = \pm 1$.

Funkcia f' je spojitá na $D(f)$,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

$f'(x) = \left[\frac{4x}{1+x^2}\right]' = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2} = \frac{4(1-x)(1+x)}{(1+x^2)^2}$ pre všetky $x \in D(f)$,

pričom $f'(x) = 0$ práve vtedy, ak $4(1-x)(1+x) = 0$, t. j. $x = \pm 1$.

Funkcia f' je spojitá na $D(f)$, $(1+x^2)^2 > 0$ pre všetky $x \in D(f)$,

$f'(-1) = 0$, $f'(1) = 0$,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

$$f'(x) = \left[\frac{4x}{1+x^2}\right]' = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2} = \frac{4(1-x)(1+x)}{(1+x^2)^2} \text{ pre všetky } x \in D(f),$$

pričom $f'(x) = 0$ práve vtedy, ak $4(1-x)(1+x) = 0$, t. j. $x = \pm 1$.

Funkcia f' je spojitá na $D(f)$, $(1+x^2)^2 > 0$ pre všetky $x \in D(f)$,

$f'(-1) = 0$, $f'(1) = 0$,

t. j. f' nemení znamienko na $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$ a $(1; \infty)$.

$x \in (-\infty; -1)$	$x \in (-1; 1)$	$x \in (1; \infty)$

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

$$f'(x) = \left[\frac{4x}{1+x^2}\right]' = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2} = \frac{4(1-x)(1+x)}{(1+x^2)^2} \text{ pre všetky } x \in D(f),$$

pričom $f'(x) = 0$ práve vtedy, ak $4(1-x)(1+x) = 0$, t. j. $x = \pm 1$.

Funkcia f' je spojitá na $D(f)$, $(1+x^2)^2 > 0$ pre všetky $x \in D(f)$,
$f'(-1) = 0$, $f'(1) = 0$,

t. j. f' nemení znamienko na $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$ a $(1; \infty)$.

$x \in (-\infty; -1)$	$x \in (-1; 1)$	$x \in (1; \infty)$
$f'(-2) = \frac{4\cdot(1-4)}{(1+4)^2} < 0$	$f'(0) = \frac{4\cdot(1-0)}{(1+0)^2} > 0$	$f'(2) = \frac{4\cdot(1-4)}{(1+4)^2} < 0$

[Na zistenie znamienka funkcie f' na danom intervale I postačí overiť hodnotu $f'(x)$ v jednom ľubovoľnom bode $x \in I$.]

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

$$f'(x) = \left[\frac{4x}{1+x^2}\right]' = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2} = \frac{4(1-x)(1+x)}{(1+x^2)^2} \text{ pre všetky } x \in D(f),$$

pričom $f'(x) = 0$ práve vtedy, ak $4(1-x)(1+x) = 0$, t. j. $x = \pm 1$.

Funkcia f' je spojitá na $D(f)$, $(1+x^2)^2 > 0$ pre všetky $x \in D(f)$,
$f'(-1) = 0$, $f'(1) = 0$,

t. j. f' nemení znamienko na $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$ a $(1; \infty)$.

$x \in (-\infty; -1)$	$x \in (-1; 1)$	$x \in (1; \infty)$
$f'(-2) = \frac{4\cdot(1-4)}{(1+4)^2} < 0$	$f'(0) = \frac{4\cdot(1-0)}{(1+0)^2} > 0$	$f'(2) = \frac{4\cdot(1-4)}{(1+4)^2} < 0$
$f'(x) < 0$	$f'(x) > 0$	$f'(x) < 0$

[Na zistenie znamienka funkcie f' na danom intervale I postačí overiť hodnotu $f'(x)$ v jednom ľubovoľnom bode $x \in I$.]

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

$$f'(x) = \left[\frac{4x}{1+x^2}\right]' = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2} = \frac{4(1-x)(1+x)}{(1+x^2)^2} \text{ pre všetky } x \in D(f),$$

pričom $f'(x) = 0$ práve vtedy, ak $4(1-x)(1+x) = 0$, t. j. $x = \pm 1$.

Funkcia f' je spojitá na $D(f)$, $(1+x^2)^2 > 0$ pre všetky $x \in D(f)$,
$f'(-1) = 0$, $f'(1) = 0$,
t. j. f' nemení znamienko na $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$ a $(1; \infty)$.

$x \in (-\infty; -1)$	$x \in (-1; 1)$	$x \in (1; \infty)$
$f'(-2) = \frac{4\cdot(1-4)}{(1+4)^2} < 0$	$f'(0) = \frac{4\cdot(1-0)}{(1+0)^2} > 0$	$f'(2) = \frac{4\cdot(1-4)}{(1+4)^2} < 0$
$f'(x) < 0$ $\searrow$ f klesá $\searrow$	$f'(x) > 0$ $\nearrow$ f rastie $\nearrow$	$f'(x) < 0$ $\searrow$ f klesá $\searrow$

[Na zistenie znamienka funkcie f' na danom intervale I postačí overiť hodnotu $f'(x)$ v jednom ľubovoľnom bode $x \in I$.]

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

$f'(x) = \left[\frac{4x}{1+x^2}\right]' = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2} = \frac{4(1-x)(1+x)}{(1+x^2)^2}$ pre všetky $x \in D(f)$,

pričom $f'(x) = 0$ práve vtedy, ak $4(1-x)(1+x) = 0$, t. j. $x = \pm 1$.

Funkcia f' je spojitá na $D(f)$, $(1+x^2)^2 > 0$ pre všetky $x \in D(f)$,
$f'(-1) = 0$, $f'(1) = 0$,
t. j. f' nemení znamienko na $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$ a $(1; \infty)$.

$x \in (-\infty; -1)$	$x \in (-1; 1)$	$x \in (1; \infty)$
$f'(-2) = \frac{4\cdot(1-4)}{(1+4)^2} < 0$	$f'(0) = \frac{4\cdot(1-0)}{(1+0)^2} > 0$	$f'(2) = \frac{4\cdot(1-4)}{(1+4)^2} < 0$
$f'(x) < 0$ ↘ f klesá ↘	$f'(x) > 0$ ↗ f rastie ↗	$f'(x) < 0$ ↘ f klesá ↘
$f(-1) = -2$ je lokálne min		$f(1) = 1$ je lokálne max

[Na zistenie znamienka funkcie f' na danom intervale I postačí overiť hodnotu $f'(x)$ v jednom ľubovoľnom bode $x \in I$.]

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x,\ x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x,\ x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x,\ x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x,\ x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Funkcia f' je spojitá,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x,\ x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ je otvorená,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x,\ x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ je otvorená,

t. j. f nemá extrémy

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ nemá lokálne, nemá globálne extrémy.

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ je otvorená,

t. j. f nemá extrémy (ani lokálne a ani globálne).

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ nemá lokálne, nemá globálne extrémy.

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ je otvorená,

t. j. f nemá extrémy (ani lokálne a ani globálne).

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4} \right\rangle$

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ nemá lokálne, nemá globálne extrémy.

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ je otvorená,

t. j. f nemá extrémy (ani lokálne a ani globálne).

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4} \right\rangle$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4} \right\rangle$,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ nemá lokálne, nemá globálne extrémy.

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ je otvorená,

t. j. f nemá extrémy (ani lokálne a ani globálne).

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right\rangle$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right\rangle$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right\rangle$.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ nemá lokálne, nemá globálne extrémy.

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ je otvorená,

t. j. f nemá extrémy (ani lokálne a ani globálne).

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right\rangle$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right\rangle$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right\rangle$.

Funkcia f' je spojitá,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ nemá lokálne, nemá globálne extrémy.

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ je otvorená,
t. j. f nemá extrémy (ani lokálne a ani globálne).

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4} \right\rangle$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4} \right\rangle$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4} \right\rangle$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ nemá lokálne, nemá globálne extrémy.

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ je otvorená,

t. j. f nemá extrémy (ani lokálne a ani globálne).

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right\rangle$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right\rangle$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right\rangle$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x)=\operatorname{tg} x$, $x\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ nemá lokálne, nemá globálne extrémy.

Funkcia f je spojitá na celom $D(f)=\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$,

$f'(x)=[\operatorname{tg} x]'=\frac{1}{\cos^2 x}$, $x\in D(f')$, pričom $D(f')=D(f)=\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x}>0$ pre všetky $x\in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f)=\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ je otvorená,

t. j. f nemá extrémy (ani lokálne a ani globálne).

$f(x)=\operatorname{tg} x$, $x\in\left\langle-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{4}\right\rangle$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f)=\left\langle-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{4}\right\rangle$,

$f'(x)=[\operatorname{tg} x]'=\frac{1}{\cos^2 x}$, $x\in D(f')$, pričom $D(f')=D(f)=\left\langle-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{4}\right\rangle$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x}>0$ pre všetky $x\in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f)=\left\langle-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{4}\right\rangle$ je uzavretá,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ nemá lokálne, nemá globálne extrémy.

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ je otvorená,

t. j. f nemá extrémy (ani lokálne a ani globálne).

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4} \right\rangle$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4} \right\rangle$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4} \right\rangle$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4} \right\rangle$ je uzavretá,

t. j. $f\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$ je globálne minimum,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x)=\operatorname{tg} x,\ x\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ nemá lokálne, nemá globálne extrémy.

Funkcia f je spojitá na celom $D(f)=\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$,

$f'(x)=[\operatorname{tg} x]'=\frac{1}{\cos^2 x}$, $x\in D(f')$, pričom $D(f')=D(f)=\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x}>0$ pre všetky $x\in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f)=\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ je otvorená,

t. j. f nemá extrémy (ani lokálne a ani globálne).

$f(x)=\operatorname{tg} x,\ x\in\left\langle-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{4}\right\rangle$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f)=\left\langle-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{4}\right\rangle$,

$f'(x)=[\operatorname{tg} x]'=\frac{1}{\cos^2 x}$, $x\in D(f')$, pričom $D(f')=D(f)=\left\langle-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{4}\right\rangle$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x}>0$ pre všetky $x\in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f)=\left\langle-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{4}\right\rangle$ je uzavretá,

t. j. $f\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-\sqrt{3}$ je globálne minimum, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$ je globálne maximum.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ nemá lokálne, nemá globálne extrémy.

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ je otvorená,

t. j. f nemá extrémy (ani lokálne a ani globálne).

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right\rangle$ nemá lokálne, má globálne extrémy.

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right\rangle$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right\rangle$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left\langle -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right\rangle$ je uzavretá,

t. j. $f\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$ je globálne minimum, $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ je globálne maximum.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x, \; x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x,\ x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$.

Funkcia f' je spojitá,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \text{tg}\, x$, $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$,

$f'(x) = [\text{tg}\, x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x,\ x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x,\ x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$ je zľava otvorená a sprava uzavretá,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$ je zľava otvorená a sprava uzavretá,

t. j. f nemá lokálne a globálne minimum,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x,\ x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$ je zľava otvorená a sprava uzavretá,

t. j. f nemá lokálne a globálne minimum, $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ je globálne maximum.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$ nemá lokálne, má globálne extrémy.

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$ je zľava otvorená a sprava uzavretá,

t. j. f nemá lokálne a globálne minimum, $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ je globálne maximum.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$ nemá lokálne, má globálne extrémy.

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$ je zľava otvorená a sprava uzavretá,

t. j. f nemá lokálne a globálne minimum, $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ je globálne maximum.

$$\chi(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in Q, \\ 0 & \text{pre } x \in R - Q \end{cases}$$

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$ nemá lokálne, má globálne extrémy.

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$ je zľava otvorená a sprava uzavretá,

t. j. f nemá lokálne a globálne minimum, $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ je globálne maximum.

$$\chi(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in Q, \\ 0 & \text{pre } x \in R - Q \end{cases}$$

Funkcia $\chi(x)$ nemá deriváciu v žiadnom bode $x \in D(\chi) = R$,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \mathrm{tg}\, x$, $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$ nemá lokálne, má globálne extrémy.

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$,

$f'(x) = [\mathrm{tg}\, x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$ je zľava otvorená a sprava uzavretá,

t. j. f nemá lokálne a globálne minimum, $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ je globálne maximum.

$$\chi(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in Q, \\ 0 & \text{pre } x \in R - Q \end{cases}$$

Funkcia $\chi(x)$ nemá deriváciu v žiadnom bode $x \in D(\chi) = R$,

t. j. jej extrémy nezistíme pomocou derivácie $\chi'(x)$.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$ nemá lokálne, má globálne extrémy.

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$ je zľava otvorená a sprava uzavretá,

t. j. f nemá lokálne a globálne minimum, $f(\frac{\pi}{4}) = 1$ je globálne maximum.

$$\chi(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in Q, \\ 0 & \text{pre } x \in R - Q \end{cases}$$

Funkcia $\chi(x)$ nemá deriváciu v žiadnom bode $x \in D(\chi) = R$,

t. j. jej extrémy nezistíme pomocou derivácie $\chi'(x)$.

$\chi(x) = 0$ pre $x \in R - Q$ je lokálne a aj globálne minimum,

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$ nemá lokálne, má globálne extrémy.

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$ je zľava otvorená a sprava uzavretá,

t. j. f nemá lokálne a globálne minimum, $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ je globálne maximum.

$$\chi(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in Q, \\ 0 & \text{pre } x \in R - Q \end{cases}$$

Funkcia $\chi(x)$ nemá deriváciu v žiadnom bode $x \in D(\chi) = R$,

t. j. jej extrémy nezistíme pomocou derivácie $\chi'(x)$.

$\chi(x) = 0$ pre $x \in R - Q$ je lokálne a aj globálne minimum,

$\chi(x) = 1$ pre $x \in Q$ je lokálne a aj globálne maximum.

Lokálne a globálne extrémy funkcie

$f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$ nemá lokálne, má globálne extrémy.

Funkcia f je spojitá na celom $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$,

$f'(x) = [\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in D(f')$, pričom $D(f') = D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$.

Funkcia f' je spojitá, $\frac{1}{\cos^2 x} > 0$ pre všetky $x \in D(f')$, t. j. f je rastúca.

Množina $D(f) = \left(0; \frac{\pi}{4}\right\rangle$ je zľava otvorená a sprava uzavretá,

t. j. f nemá lokálne a globálne minimum, $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ je globálne maximum.

$\chi(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in Q, \\ 0 & \text{pre } x \in R - Q \end{cases}$ má lokálne, má globálne extrémy.

Funkcia $\chi(x)$ nemá deriváciu v žiadnom bode $x \in D(\chi) = R$,

t. j. jej extrémy nezistíme pomocou derivácie $\chi'(x)$.

$\chi(x) = 0$ pre $x \in R - Q$ je lokálne a aj globálne minimum,

$\chi(x) = 1$ pre $x \in Q$ je lokálne a aj globálne maximum.

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) \neq 0$ je konečná.

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$x_0 \in D(f)$, $\quad f'(x_0) = 0$, $\quad f''(x_0) \neq 0$ je konečná.

$f''(x_0) < 0 \;\Rightarrow\;$ $f(x_0)$ je ostré lokálne maximum,

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) \neq 0$ je konečná.

$f''(x_0) > 0 \;\Rightarrow\;$ $f(x_0)$ je ostré lokálne minimum.

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) \neq 0$ je konečná.

$f''(x_0) < 0 \;\Rightarrow\;$ $f(x_0)$ je ostré lokálne maximum,

$f''(x_0) > 0 \;\Rightarrow\;$ $f(x_0)$ je ostré lokálne minimum.

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) \neq 0$ je konečná.

$f''(x_0) < 0 \;\Rightarrow\;$ $f(x_0)$ je ostré lokálne maximum,

$f''(x_0) > 0 \;\Rightarrow\;$ $f(x_0)$ je ostré lokálne minimum.

$f(x) = -x^3 - x^2 + x$, $x \in R$

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) \neq 0$ je konečná.

$f''(x_0) < 0 \Rightarrow$ $f(x_0)$ je ostré lokálne maximum,

$f''(x_0) > 0 \Rightarrow$ $f(x_0)$ je ostré lokálne minimum.

$f(x) = -x^3 - x^2 + x,\ x \in R$

$f'(x) = -3x^2 - 2x + 1 = -3(x+1)(x - \frac{1}{3}),\ x \in R,$

f' je spojitá na R,

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) \neq 0$ je konečná.

$f''(x_0) < 0 \Rightarrow$ $f(x_0)$ je ostré lokálne maximum,

$f''(x_0) > 0 \Rightarrow$ $f(x_0)$ je ostré lokálne minimum.

$f(x) = -x^3 - x^2 + x,\ x \in R$

$f'(x) = -3x^2 - 2x + 1 = -3(x+1)(x - \frac{1}{3}),\ x \in R,$ $f''(x) = -6x - 2,\ x \in R.$

---

f' je spojitá na R,

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) \neq 0$ je konečná.

$f''(x_0) < 0 \Rightarrow$ $f(x_0)$ je ostré lokálne maximum,

$f''(x_0) > 0 \Rightarrow$ $f(x_0)$ je ostré lokálne minimum.

$f(x) = -x^3 - x^2 + x,\ x \in R$

$f'(x) = -3x^2 - 2x + 1 = -3(x+1)(x-\frac{1}{3}),\ x \in R,$ $f''(x) = -6x - 2,\ x \in R.$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$, resp. $x = \frac{1}{3}$ (stacionárne body).

f' je spojitá na R, na $(-\infty; -1)$, $(-1; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$ nemení znamienko.

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) \neq 0$ je konečná.

$f''(x_0) < 0 \;\Rightarrow\;$ $f(x_0)$ je ostré lokálne maximum,

$f''(x_0) > 0 \;\Rightarrow\;$ $f(x_0)$ je ostré lokálne minimum.

$f(x) = -x^3 - x^2 + x$, $x \in R$

$f'(x) = -3x^2 - 2x + 1 = -3(x+1)(x-\frac{1}{3})$, $x \in R$, $f''(x) = -6x - 2$, $x \in R$.

$f'(x) = 0 \;\Leftrightarrow\; x = -1$, resp. $x = \frac{1}{3}$ (stacionárne body).

f' je spojitá na R, na $(-\infty; -1)$, $(-1; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$ nemení znamienko.

$x \in (-\infty; -1)$:

$x \in (-1; \frac{1}{3})$:

$x \in (\frac{1}{3}; \infty)$:

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) \neq 0$ je konečná.

$f''(x_0) < 0 \Rightarrow$ $f(x_0)$ je ostré lokálne maximum,

$f''(x_0) > 0 \Rightarrow$ $f(x_0)$ je ostré lokálne minimum.

$f(x) = -x^3 - x^2 + x,\ x \in R$

$f'(x) = -3x^2 - 2x + 1 = -3(x+1)(x-\frac{1}{3}),\ x \in R,$ $f''(x) = -6x - 2,\ x \in R.$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$, resp. $x = \frac{1}{3}$ (stacionárne body).

---

f' je spojitá na R, na $(-\infty; -1)$, $(-1; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$ nemení znamienko.

$x \in (-\infty; -1)$: $f'(-2) = -7$,

$x \in (-1; \frac{1}{3})$: $f'(0) = 1$,

$x \in (\frac{1}{3}; \infty)$: $f'(1) = -4$,

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) \neq 0$ je konečná.

$f''(x_0) < 0 \;\Rightarrow\;$ $f(x_0)$ je ostré lokálne maximum,

$f''(x_0) > 0 \;\Rightarrow\;$ $f(x_0)$ je ostré lokálne minimum.

$f(x) = -x^3 - x^2 + x,\ x \in R$

$f'(x) = -3x^2 - 2x + 1 = -3(x+1)(x-\frac{1}{3}),\ x \in R,$ $f''(x) = -6x - 2,\ x \in R.$

$f'(x) = 0 \;\Leftrightarrow\; x = -1,$ resp. $x = \frac{1}{3}$ (stacionárne body).

f' je spojitá na R, na $(-\infty; -1)$, $(-1; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$ nemení znamienko.

$x \in (-\infty; -1)$: $f'(-2) = -7$, $f'(x) < 0$, f klesá

$x \in (-1; \frac{1}{3})$: $f'(0) = 1$, $f'(x) > 0$, f rastie

$x \in (\frac{1}{3}; \infty)$: $f'(1) = -4$, $f'(x) < 0$, f klesá

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) \neq 0$ je konečná.

$f''(x_0) < 0 \;\Rightarrow\;$ $f(x_0)$ je ostré lokálne maximum,

$f''(x_0) > 0 \;\Rightarrow\;$ $f(x_0)$ je ostré lokálne minimum.

$f(x) = -x^3 - x^2 + x,\ x \in R$

$f'(x) = -3x^2 - 2x + 1 = -3(x+1)(x - \frac{1}{3}),\ x \in R,$ $f''(x) = -6x - 2,\ x \in R.$

$f'(x) = 0 \;\Leftrightarrow\; x = -1,$ resp. $x = \frac{1}{3}$ (stacionárne body).

$f''(-1) = 4 > 0,$ t. j. $f(-1) = -1$ je lokálne minimum,

f' je spojitá na R, na $(-\infty; -1)$, $(-1; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$ nemení znamienko.

$$\left.\begin{array}{llll} x \in (-\infty; -1): & f'(-2) = -7, & f'(x) < 0, & f \text{ klesá} \\ x \in (-1; \frac{1}{3}): & f'(0) = 1, & f'(x) > 0, & f \text{ rastie} \end{array}\right\} f(-1) = -1 \text{ je lokálne min.}$$

$x \in (\frac{1}{3}; \infty)$: $f'(1) = -4,$ $f'(x) < 0,$ f klesá

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) \neq 0$ je konečná.

$f''(x_0) < 0 \;\Rightarrow\;$ $f(x_0)$ je ostré lokálne maximum,

$f''(x_0) > 0 \;\Rightarrow\;$ $f(x_0)$ je ostré lokálne minimum.

$f(x) = -x^3 - x^2 + x,\ x \in R$

$f'(x) = -3x^2 - 2x + 1 = -3(x+1)(x - \frac{1}{3}),\ x \in R,$ $f''(x) = -6x - 2,\ x \in R.$

$f'(x) = 0 \;\Leftrightarrow\; x = -1,$ resp. $x = \frac{1}{3}$ (stacionárne body).

$f''(-1) = 4 > 0,$ t. j. $f(-1) = -1$ je lokálne minimum,

$f''(\frac{1}{3}) = -4 < 0,$ t. j. $f(\frac{1}{3}) = \frac{5}{27}$ je lokálne maximum.

---

f' je spojitá na R, na $(-\infty; -1)$, $(-1; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$ nemení znamienko.

$$\left.\begin{array}{lll} x \in (-\infty; -1): & f'(-2) = -7, & f'(x) < 0,\ f \text{ klesá} \\ x \in (-1; \frac{1}{3}): & f'(0) = 1, & f'(x) > 0,\ f \text{ rastie} \\ x \in (\frac{1}{3}; \infty): & f'(1) = -4, & f'(x) < 0,\ f \text{ klesá} \end{array}\right\} \begin{array}{l} f(-1) = -1 \text{ je lokálne min.} \\ \\ f(\frac{1}{3}) = \frac{5}{27} \text{ je lokálne max.} \end{array}$$

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) \neq 0$ je konečná.

$f''(x_0) < 0 \ \Rightarrow\ f(x_0)$ je ostré lokálne maximum,

$f''(x_0) > 0 \ \Rightarrow\ f(x_0)$ je ostré lokálne minimum.

$f(x) = -x^3 - x^2 + x$, $x \in R$ nemá lokálne, má globálne extrémy.

$f'(x) = -3x^2 - 2x + 1 = -3(x+1)(x - \frac{1}{3})$, $x \in R$, $f''(x) = -6x - 2$, $x \in R$.

$f'(x) = 0 \ \Leftrightarrow\ x = -1$, resp. $x = \frac{1}{3}$ (stacionárne body).

$f''(-1) = 4 > 0$, t. j. $f(-1) = -1$ je lokálne minimum,

$f''(\frac{1}{3}) = -4 < 0$, t. j. $f(\frac{1}{3}) = \frac{5}{27}$ je lokálne maximum.

f' je spojitá na R, na $(-\infty; -1)$, $(-1; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$ nemení znamienko.

$x \in (-\infty; -1)$: $f'(-2) = -7$, $f'(x) < 0$, f klesá

$x \in (-1; \frac{1}{3})$: $f'(0) = 1$, $f'(x) > 0$, f rastie

$x \in (\frac{1}{3}; \infty)$: $f'(1) = -4$, $f'(x) < 0$, f klesá

$f(-1) = -1$ je lokálne min.

$f(\frac{1}{3}) = \frac{5}{27}$ je lokálne max.

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$f(x) = |x^2-1| + |x^2+1| = |x^2-1| + x^2+1,\ x \in R.$

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$f(x) = |x^2-1| + |x^2+1| = |x^2-1| + x^2+1,\ x \in R.$

$f(x) = \{$

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$f(x) = |x^2-1| + |x^2+1| = |x^2-1| + x^2+1,\ x \in R.$

$|x^2-1| = 1-x^2$ pre $x^2 \leq 1$, t. j. $x \in \langle -1; 1\rangle$,

$f(x) = \Big\{\ 1-x^2+x^2+1 = 2$ pre $x^2 \leq 1$, pre

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$f(x) = |x^2-1| + |x^2+1| = |x^2-1| + x^2+1,\ x \in R.$

$|x^2-1| = 1-x^2$ pre $x^2 \leq 1$, t. j. $x \in \langle -1; 1 \rangle$,

$f(x) = \begin{cases} 1-x^2+x^2+1 = 2 & \text{pre } x^2 \leq 1, \end{cases}$ $\quad f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x^2 \leq 1, \end{cases}$

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$f(x) = |x^2-1| + |x^2+1| = |x^2-1| + x^2+1,\ x \in R.$

$|x^2-1| = 1-x^2$ pre $x^2 \leq 1$, t. j. $x \in \langle -1; 1 \rangle$, resp. $|x^2-1| = x^2-1$ pre $x^2 \geq 1$.

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2+x^2+1 = 2 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ x^2-1+x^2+1 = 2x^2 & \text{pre } x^2 \geq 1, \end{cases} \qquad f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ & \text{pre} \end{cases}$$

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$f(x) = |x^2-1| + |x^2+1| = |x^2-1| + x^2+1,\ x \in R.$

$|x^2-1| = 1-x^2$ pre $x^2 \leq 1$, t. j. $x \in \langle -1; 1 \rangle$, resp. $|x^2-1| = x^2-1$ pre $x^2 \geq 1$.

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2+x^2+1 = 2 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ x^2-1+x^2+1 = 2x^2 & \text{pre } x^2 \geq 1, \end{cases} \qquad f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ 4x & \text{pre } x^2 \geq 1. \end{cases}$$

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$f(x) = |x^2-1| + |x^2+1| = |x^2-1| + x^2+1,\ x \in R.$

$|x^2-1| = 1-x^2$ pre $x^2 \leq 1$, t. j. $x \in \langle -1; 1 \rangle$, resp. $|x^2-1| = x^2-1$ pre $x^2 \geq 1$.

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2+x^2+1 = 2 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ x^2-1+x^2+1 = 2x^2 & \text{pre } x^2 \geq 1, \end{cases} \qquad f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ 4x & \text{pre } x^2 \geq 1. \end{cases}$$

$x \in (-\infty; -1)$:

$x \in \langle -1; 1 \rangle$:

$x \in (1; \infty)$:

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$f(x) = |x^2-1| + |x^2+1| = |x^2-1| + x^2+1,\ x \in R.$

$|x^2-1| = 1-x^2$ pre $x^2 \leq 1$, t. j. $x \in \langle -1; 1\rangle$, resp. $|x^2-1| = x^2-1$ pre $x^2 \geq 1$.

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2+x^2+1 = 2 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ x^2-1+x^2+1 = 2x^2 & \text{pre } x^2 \geq 1, \end{cases} \qquad f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ 4x & \text{pre } x^2 \geq 1. \end{cases}$$

$x \in (-\infty; -1)$: $f'(x) = 4x < 0$,

$x \in \langle -1; 1\rangle$: $f'(x) = 0$,

$x \in (1; \infty)$: $f'(x) = 4x > 0$,

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$f(x) = |x^2-1| + |x^2+1| = |x^2-1| + x^2+1,\ x \in R.$

$|x^2-1| = 1-x^2$ pre $x^2 \le 1$, t. j. $x \in \langle -1; 1 \rangle$, resp. $|x^2-1| = x^2-1$ pre $x^2 \ge 1$.

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2+x^2+1 = 2 & \text{pre } x^2 \le 1, \\ x^2-1+x^2+1 = 2x^2 & \text{pre } x^2 \ge 1, \end{cases} \qquad f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x^2 \le 1, \\ 4x & \text{pre } x^2 \ge 1. \end{cases}$$

$x \in (-\infty; -1)$: $f'(x) = 4x < 0$, f klesá

$x \in \langle -1; 1 \rangle$: $f'(x) = 0$, $f = 2$ (konšt.)

$x \in (1; \infty)$: $f'(x) = 4x > 0$, f rastie

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$f(x) = |x^2-1| + |x^2+1| = |x^2-1| + x^2+1,\ x \in R.$

$|x^2-1| = 1-x^2$ pre $x^2 \leq 1$, t. j. $x \in \langle -1; 1 \rangle$, resp. $|x^2-1| = x^2-1$ pre $x^2 \geq 1$.

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2+x^2+1 = 2 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ x^2-1+x^2+1 = 2x^2 & \text{pre } x^2 \geq 1, \end{cases} \qquad f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ 4x & \text{pre } x^2 \geq 1. \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{ll} x \in (-\infty; -1): & f'(x) = 4x < 0,\ f \text{ klesá} \\ x \in \langle -1; 1 \rangle: & f'(x) = 0,\ f = 2 \text{ (konšt.)} \\ x \in (1; \infty): & f'(x) = 4x > 0,\ f \text{ rastie} \end{array}\right\} \begin{array}{c} \text{pre každé } x \in \langle -1; 1 \rangle \\ \text{je} \\ f(x) \text{ neostré lokálne minimum.} \end{array}$$

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$f(x) = |x^2-1| + |x^2+1| = |x^2-1| + x^2+1,\ x \in R.$

$|x^2-1| = 1-x^2$ pre $x^2 \leq 1$, t. j. $x \in \langle -1; 1\rangle$, resp. $|x^2-1| = x^2-1$ pre $x^2 \geq 1$.

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2+x^2+1 = 2 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ x^2-1+x^2+1 = 2x^2 & \text{pre } x^2 \geq 1, \end{cases} \qquad f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ 4x & \text{pre } x^2 \geq 1. \end{cases}$$

$x \in (-\infty; -1)$: $f'(x) = 4x < 0$, f klesá

$x \in \langle -1; 1\rangle$: $f'(x) = 0$, $f = 2$ (konšt.)

$x \in (1; \infty)$: $f'(x) = 4x > 0$, f rastie

pre každé $x \in \langle -1; 1\rangle$ je $f(x)$ neostré lokálne minimum.

$f(x) = x^3 - x^2 + x,\ x \in R.$

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$f(x) = |x^2-1| + |x^2+1| = |x^2-1| + x^2+1,\ x \in R.$

$|x^2-1| = 1-x^2$ pre $x^2 \le 1$, t. j. $x \in \langle -1; 1\rangle$, resp. $|x^2-1| = x^2-1$ pre $x^2 \ge 1$.

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2+x^2+1 = 2 & \text{pre } x^2 \le 1, \\ x^2-1+x^2+1 = 2x^2 & \text{pre } x^2 \ge 1, \end{cases} \qquad f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x^2 \le 1, \\ 4x & \text{pre } x^2 \ge 1. \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{ll} x \in (-\infty; -1): & f'(x) = 4x < 0,\ f \text{ klesá} \\ x \in \langle -1; 1\rangle: & f'(x) = 0,\ f = 2 \text{ (konšt.)} \\ x \in (1; \infty): & f'(x) = 4x > 0,\ f \text{ rastie} \end{array}\right\} \begin{array}{c} \text{pre každé } x \in \langle -1; 1\rangle \\ \text{je} \\ f(x) \text{ neostré lokálne minimum.} \end{array}$$

$f(x) = x^3 - x^2 + x,\ x \in R.$

Funkcia f je spojitá na $D(f) = R$,

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$f(x) = |x^2-1| + |x^2+1| = |x^2-1| + x^2+1,\ x \in R.$

$|x^2-1| = 1-x^2$ pre $x^2 \leq 1$, t. j. $x \in \langle -1; 1 \rangle$, resp. $|x^2-1| = x^2-1$ pre $x^2 \geq 1$.

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2+x^2+1 = 2 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ x^2-1+x^2+1 = 2x^2 & \text{pre } x^2 \geq 1, \end{cases} \qquad f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ 4x & \text{pre } x^2 \geq 1. \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{lll} x \in (-\infty; -1): & f'(x) = 4x < 0, & f \text{ klesá} \\ x \in \langle -1; 1 \rangle: & f'(x) = 0, & f = 2 \text{ (konšt.)} \\ x \in (1; \infty): & f'(x) = 4x > 0, & f \text{ rastie} \end{array}\right\}$$

pre každé $x \in \langle -1; 1 \rangle$ je $f(x)$ neostré lokálne minimum.

$f(x) = x^3 - x^2 + x,\ x \in R.$

Funkcia f je spojitá na $D(f) = R$, $\quad f'(x) = 3x^2 - 2x + 1,\ x \in R$ je spojitá.

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$f(x) = |x^2-1| + |x^2+1| = |x^2-1| + x^2+1,\ x \in R.$

$|x^2-1| = 1-x^2$ pre $x^2 \leq 1$, t. j. $x \in \langle -1; 1\rangle$, resp. $|x^2-1| = x^2-1$ pre $x^2 \geq 1$.

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2+x^2+1 = 2 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ x^2-1+x^2+1 = 2x^2 & \text{pre } x^2 \geq 1, \end{cases} \qquad f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ 4x & \text{pre } x^2 \geq 1. \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{ll} x \in (-\infty; -1): & f'(x) = 4x < 0,\ f \text{ klesá} \\ x \in \langle -1; 1\rangle: & f'(x) = 0,\ f = 2 \text{ (konšt.)} \\ x \in (1; \infty): & f'(x) = 4x > 0,\ f \text{ rastie} \end{array}\right\} \quad \begin{array}{c} \text{pre každé } x \in \langle -1; 1\rangle \\ \text{je} \\ f(x) \text{ neostré lokálne minimum.} \end{array}$$

$f(x) = x^3 - x^2 + x,\ x \in R.$

Funkcia f je spojitá na $D(f) = R$, $f'(x) = 3x^2 - 2x + 1,\ x \in R$ je spojitá.

$$f'(x) = 3(x^2 - \tfrac{2x}{3} + \tfrac{1}{9}) + 1 - \tfrac{3}{9}$$

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$f(x) = |x^2-1| + |x^2+1| = |x^2-1| + x^2+1,\ x \in R.$

$|x^2-1| = 1-x^2$ pre $x^2 \leq 1$, t. j. $x \in \langle -1; 1\rangle$, resp. $|x^2-1| = x^2-1$ pre $x^2 \geq 1$.

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2+x^2+1 = 2 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ x^2-1+x^2+1 = 2x^2 & \text{pre } x^2 \geq 1, \end{cases} \qquad f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ 4x & \text{pre } x^2 \geq 1. \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{ll} x \in (-\infty; -1): & f'(x) = 4x < 0,\ f \text{ klesá} \\ x \in \langle -1; 1\rangle: & f'(x) = 0,\ f = 2 \text{ (konšt.)} \\ x \in (1; \infty): & f'(x) = 4x > 0,\ f \text{ rastie} \end{array}\right\}$$

pre každé $x \in \langle -1; 1\rangle$ je $f(x)$ neostré lokálne minimum.

$f(x) = x^3 - x^2 + x,\ x \in R.$

Funkcia f je spojitá na $D(f) = R$, $f'(x) = 3x^2 - 2x + 1,\ x \in R$ je spojitá.

$$f'(x) = 3\left(x^2 - \frac{2x}{3} + \frac{1}{9}\right) + 1 - \frac{3}{9} = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{3} \geq \frac{2}{3} > 0 \text{ pre všetky } x \in R,$$

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$f(x) = |x^2-1| + |x^2+1| = |x^2-1| + x^2+1,\ x \in R.$

$|x^2-1| = 1-x^2$ pre $x^2 \leq 1$, t. j. $x \in \langle -1; 1\rangle$, resp. $|x^2-1| = x^2-1$ pre $x^2 \geq 1$.

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2+x^2+1 = 2 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ x^2-1+x^2+1 = 2x^2 & \text{pre } x^2 \geq 1, \end{cases} \qquad f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ 4x & \text{pre } x^2 \geq 1. \end{cases}$$

$x \in (-\infty; -1)$: $f'(x) = 4x < 0$, f klesá

$x \in \langle -1; 1\rangle$: $f'(x) = 0$, $f = 2$ (konšt.)

$x \in (1; \infty)$: $f'(x) = 4x > 0$, f rastie

pre každé $x \in \langle -1; 1\rangle$ je $f(x)$ neostré lokálne minimum.

$f(x) = x^3 - x^2 + x,\ x \in R.$

Funkcia f je spojitá na $D(f) = R$, $f'(x) = 3x^2 - 2x + 1,\ x \in R$ je spojitá.

$$f'(x) = 3\left(x^2 - \frac{2x}{3} + \frac{1}{9}\right) + 1 - \frac{3}{9} = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{3} \geq \frac{2}{3} > 0 \text{ pre všetky } x \in R,$$

t. j. f je rastúca na R,

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$f(x) = |x^2-1| + |x^2+1| = |x^2-1| + x^2+1,\ x \in R.$

$|x^2-1| = 1-x^2$ pre $x^2 \leq 1$, t. j. $x \in \langle -1; 1\rangle$, resp. $|x^2-1| = x^2-1$ pre $x^2 \geq 1$.

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2+x^2+1 = 2 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ x^2-1+x^2+1 = 2x^2 & \text{pre } x^2 \geq 1, \end{cases} \qquad f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ 4x & \text{pre } x^2 \geq 1. \end{cases}$$

$x \in (-\infty; -1)$: $f'(x) = 4x < 0$, f klesá

$x \in \langle -1; 1\rangle$: $f'(x) = 0$, $f = 2$ (konšt.)

$x \in (1; \infty)$: $f'(x) = 4x > 0$, f rastie

pre každé $x \in \langle -1; 1\rangle$ je $f(x)$ neostré lokálne minimum.

$f(x) = x^3 - x^2 + x,\ x \in R.$

Funkcia f je spojitá na $D(f) = R$, $f'(x) = 3x^2 - 2x + 1,\ x \in R$ je spojitá.

$$f'(x) = 3\left(x^2 - \tfrac{2x}{3} + \tfrac{1}{9}\right) + 1 - \tfrac{3}{9} = 3\left(x - \tfrac{1}{3}\right)^2 + \tfrac{2}{3} \geq \tfrac{2}{3} > 0 \text{ pre všetky } x \in R,$$

t. j. f je rastúca na R, nemá stacionárne body,

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

$f(x) = |x^2-1| + |x^2+1| = |x^2-1| + x^2+1,\ x \in R.$

$|x^2-1| = 1-x^2$ pre $x^2 \leq 1$, t. j. $x \in \langle -1; 1\rangle$, resp. $|x^2-1| = x^2-1$ pre $x^2 \geq 1$.

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2+x^2+1 = 2 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ x^2-1+x^2+1 = 2x^2 & \text{pre } x^2 \geq 1, \end{cases} \qquad f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x^2 \leq 1, \\ 4x & \text{pre } x^2 \geq 1. \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{ll} x \in (-\infty; -1): & f'(x) = 4x < 0,\ f \text{ klesá} \\ x \in \langle -1; 1\rangle: & f'(x) = 0,\ f = 2 \text{ (konšt.)} \\ x \in (1; \infty): & f'(x) = 4x > 0,\ f \text{ rastie} \end{array}\right\}$$

pre každé $x \in \langle -1; 1\rangle$ je $f(x)$ neostré lokálne minimum.

$f(x) = x^3 - x^2 + x,\ x \in R.$

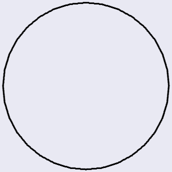
Funkcia f je spojitá na $D(f) = R$, $\quad f'(x) = 3x^2 - 2x + 1,\ x \in R$ je spojitá.

$$f'(x) = 3(x^2 - \tfrac{2x}{3} + \tfrac{1}{9}) + 1 - \tfrac{3}{9} = 3(x - \tfrac{1}{3})^2 + \tfrac{2}{3} \geq \tfrac{2}{3} > 0 \text{ pre všetky } x \in R,$$

t. j. f je rastúca na R, nemá stacionárne body, nemá extrémy.

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

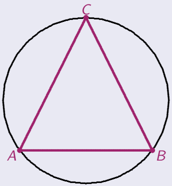
Do kružnice s polomerom $r > 0$



Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

Do kružnice s polomerom $r > 0$

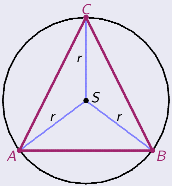
vpíšte rovnoramenný trojuholník s maximálnym obsahom P.



Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

Do kružnice s polomerom $r > 0$

vpíšte rovnoramenný trojuholník s maximálnym obsahom P.

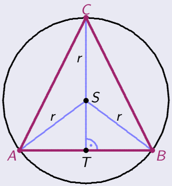


Označme S stred kružnice,

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

Do kružnice s polomerom $r > 0$

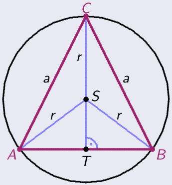
vpíšte rovnoramenný trojuholník s maximálnym obsahom P.



Označme S stred kružnice, T stred základne AB,

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

Do kružnice s polomerom $r > 0$
vpíšte rovnoramenný trojuholník s maximálnym obsahom P.



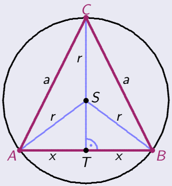
Označme S stred kružnice, T stred základne AB,

$a = |AC| = |BC|$,

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

Do kružnice s polomerom $r>0$

vpíšte rovnoramenný trojuholník s maximálnym obsahom P.

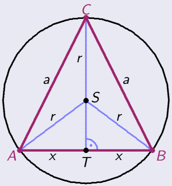


Označme S stred kružnice, T stred základne AB,

$$a=|AC|=|BC|, \quad x=|AT|=|TB|.$$

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

Do kružnice s polomerom $r > 0$
vpíšte rovnoramenný trojuholník s maximálnym obsahom P.



Označme S stred kružnice, T stred základne AB,

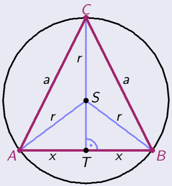
$$a = |AC| = |BC|, \quad x = |AT| = |TB|.$$

Platí $x \in (0; r)$,

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

Do kružnice s polomerom $r>0$

vpíšte rovnoramenný trojuholník s maximálnym obsahom P.



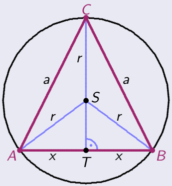
Označme S stred kružnice, T stred základne AB,

$$a = |AC| = |BC|, \quad x = |AT| = |TB|.$$

Platí $x \in (0; r)$, $|TS| = \sqrt{r^2 - x^2}$.

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

Do kružnice s polomerom $r > 0$
vpíšte rovnoramenný trojuholník s maximálnym obsahom P.



Označme S stred kružnice, T stred základne AB,

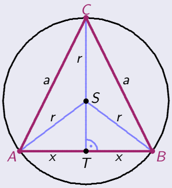
$$a = |AC| = |BC|, \quad x = |AT| = |TB|.$$

Platí $x \in (0; r)$, $|TS| = \sqrt{r^2 - x^2}$.

Máme maximalizovať obsah $P = \dfrac{|TC| \cdot |AB|}{2}$,

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

Do kružnice s polomerom $r>0$ vpíšte rovnoramenný trojuholník s maximálnym obsahom P.



Označme S stred kružnice, T stred základne AB,

$$a=|AC|=|BC|, \quad x=|AT|=|TB|.$$

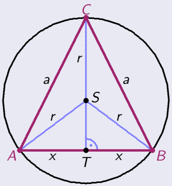
Platí $x\in(0;r)$, $|TS|=\sqrt{r^2-x^2}$.

Máme maximalizovať obsah $P=\frac{|TC|\cdot|AB|}{2}$,

t. j. funkciu $P(x)=x\left(r+\sqrt{r^2-x^2}\right)$, $x\in(0;r)$.

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

Do kružnice s polomerom $r > 0$
vpíšte rovnoramenný trojuholník s maximálnym obsahom P.



Označme S stred kružnice, T stred základne AB,

$$a = |AC| = |BC|, \quad x = |AT| = |TB|.$$

Platí $x \in (0; r)$, $|TS| = \sqrt{r^2 - x^2}$.

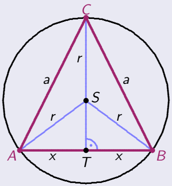
Máme maximalizovať obsah $P = \frac{|TC| \cdot |AB|}{2}$,

t. j. funkciu $P(x) = x\left(r + \sqrt{r^2 - x^2}\right)$, $x \in (0; r)$.

$$P'(x) = \frac{r\sqrt{r^2 - x^2} + r^2 - 2x^2}{\sqrt{r^2 - x^2}}$$

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

Do kružnice s polomerom $r>0$
vpíšte rovnoramenný trojuholník s maximálnym obsahom P.



Označme S stred kružnice, T stred základne AB,

$$a=|AC|=|BC|, \quad x=|AT|=|TB|.$$

Platí $x\in(0;r)$, $|TS|=\sqrt{r^2-x^2}$.

Máme maximalizovať obsah $P=\frac{|TC|\cdot|AB|}{2}$,

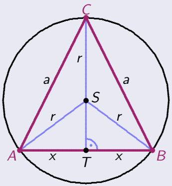
t. j. funkciu $P(x)=x\left(r+\sqrt{r^2-x^2}\right)$, $x\in(0;r)$.

$$P'(x)=\frac{r\sqrt{r^2-x^2}+r^2-2x^2}{\sqrt{r^2-x^2}}=0 \Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{3}r}{2}.$$

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

Do kružnice s polomerom $r>0$

vpíšte rovnoramenný trojuholník s maximálnym obsahom P.



Označme S stred kružnice, T stred základne AB,

$$a=|AC|=|BC|,\quad x=|AT|=|TB|.$$

Platí $x\in(0;r)$, $|TS|=\sqrt{r^2-x^2}$.

Máme maximalizovať obsah $P=\dfrac{|TC|\cdot|AB|}{2}$,

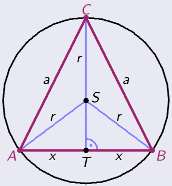
t. j. funkciu $P(x)=x\left(r+\sqrt{r^2-x^2}\right)$, $x\in(0;r)$.

$$P'(x)=\frac{r\sqrt{r^2-x^2}+r^2-2x^2}{\sqrt{r^2-x^2}}=0 \Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{3}r}{2}.$$

$$P''(x)=-x\sqrt{r^2-x^2}-\frac{2x}{\sqrt{r^2-x^2}}-\frac{x^3}{(r^2-x^2)\sqrt{r^2-x^2}}<0 \text{ pre všetky } x\in(0;r),$$

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

Do kružnice s polomerom $r>0$ vpíšte rovnoramenný trojuholník s maximálnym obsahom P.



Označme S stred kružnice, T stred základne AB,

$$a=|AC|=|BC|, \quad x=|AT|=|TB|.$$

Platí $x\in(0;r)$, $|TS|=\sqrt{r^2-x^2}$.

Máme maximalizovať obsah $P=\frac{|TC|\cdot|AB|}{2}$,

t. j. funkciu $P(x)=x\big(r+\sqrt{r^2-x^2}\big)$, $x\in(0;r)$.

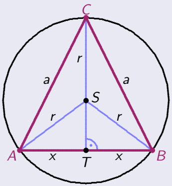
$$P'(x)=\frac{r\sqrt{r^2-x^2}+r^2-2x^2}{\sqrt{r^2-x^2}}=0 \Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{3}r}{2}.$$

$$P''(x)=-x\sqrt{r^2-x^2}-\frac{2x}{\sqrt{r^2-x^2}}-\frac{x^3}{(r^2-x^2)\sqrt{r^2-x^2}}<0 \text{ pre všetky } x\in(0;r),$$

t. j. $P''\left(\frac{\sqrt{3}r}{2}\right)<0$

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

Do kružnice s polomerom $r>0$ vpíšte rovnoramenný trojuholník s maximálnym obsahom P.



Označme S stred kružnice, T stred základne AB,

$$a=|AC|=|BC|, \quad x=|AT|=|TB|.$$

Platí $x\in(0;r)$, $|TS|=\sqrt{r^2-x^2}$.

Máme maximalizovať obsah $P=\frac{|TC|\cdot|AB|}{2}$,

t. j. funkciu $P(x)=x\left(r+\sqrt{r^2-x^2}\right)$, $x\in(0;r)$.

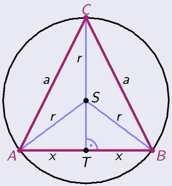
$$P'(x)=\frac{r\sqrt{r^2-x^2}+r^2-2x^2}{\sqrt{r^2-x^2}}=0 \Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{3}r}{2}.$$

$$P''(x)=-x\sqrt{r^2-x^2}-\frac{2x}{\sqrt{r^2-x^2}}-\frac{x^3}{(r^2-x^2)\sqrt{r^2-x^2}}<0 \text{ pre všetky } x\in(0;r),$$

t. j. $P''(\frac{\sqrt{3}r}{2})<0$ a $P(\frac{\sqrt{3}r}{2})=\frac{3\sqrt{3}r^2}{4}$ bude maximálne.

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

Do kružnice s polomerom $r>0$
vpíšte rovnoramenný trojuholník s maximálnym obsahom P.



Označme S stred kružnice, T stred základne AB,

$$a=|AC|=|BC|, \quad x=|AT|=|TB|.$$

Platí $x\in(0;r)$, $|TS|=\sqrt{r^2-x^2}$.

Máme maximalizovať obsah $P=\frac{|TC|\cdot|AB|}{2}$,

t. j. funkciu $P(x)=x\left(r+\sqrt{r^2-x^2}\right)$, $x\in(0;r)$.

$$P'(x)=\frac{r\sqrt{r^2-x^2}+r^2-2x^2}{\sqrt{r^2-x^2}}=0 \iff x=\frac{\sqrt{3}r}{2}.$$

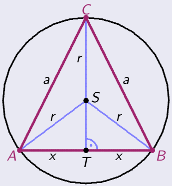
$$P''(x)=-x\sqrt{r^2-x^2}-\frac{2x}{\sqrt{r^2-x^2}}-\frac{x^3}{(r^2-x^2)\sqrt{r^2-x^2}}<0 \text{ pre všetky } x\in(0;r),$$

t. j. $P''\left(\frac{\sqrt{3}r}{2}\right)<0$ a $P\left(\frac{\sqrt{3}r}{2}\right)=\frac{3\sqrt{3}r^2}{4}$ bude maximálne.

Strany trojuholníka sú $a=b=c=\sqrt{3}r$,

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou f' a f''

Do kružnice s polomerom $r>0$
vpíšte rovnoramenný trojuholník s maximálnym obsahom P.



Označme S stred kružnice, T stred základne AB,

$$a=|AC|=|BC|, \quad x=|AT|=|TB|.$$

Platí $x\in(0;r)$, $|TS|=\sqrt{r^2-x^2}$.

Máme maximalizovať obsah $P=\frac{|TC|\cdot|AB|}{2}$,

t. j. funkciu $P(x)=x\left(r+\sqrt{r^2-x^2}\right)$, $x\in(0;r)$.

$$P'(x)=\frac{r\sqrt{r^2-x^2}+r^2-2x^2}{\sqrt{r^2-x^2}}=0 \;\Leftrightarrow\; x=\frac{\sqrt{3}r}{2}.$$

$$P''(x)=-x\sqrt{r^2-x^2}-\frac{2x}{\sqrt{r^2-x^2}}-\frac{x^3}{(r^2-x^2)\sqrt{r^2-x^2}}<0 \text{ pre všetky } x\in(0;r),$$

t. j. $P''\left(\frac{\sqrt{3}r}{2}\right)<0$ a $P\left(\frac{\sqrt{3}r}{2}\right)=\frac{3\sqrt{3}r^2}{4}$ bude maximálne.

Strany trojuholníka sú $a=b=c=\sqrt{3}r$, t. j. trojuholník je rovnostranný.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

f spojitá na I,
$I \subset D(f)$ interval, pre všetky $x \in I$ existujú $f'(x)$ konečná a $f''(x)$.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

f spojitá na I,
$I \subset D(f)$ interval, pre všetky $x \in I$ existujú $f'(x)$ konečná a $f''(x)$.

Funkcia f je na intervale I:

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

f spojitá na I,
$I \subset D(f)$ interval, pre všetky $x \in I$ existujú $f'(x)$ konečná a $f''(x)$.

Funkcia f je na intervale I:

konvexná $\Leftrightarrow f''(x) \geq 0$ pre všetky $x \in I$,

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

f spojitá na I,
$I \subset D(f)$ interval, pre všetky $x \in I$ existujú $f'(x)$ konečná a $f''(x)$.

Funkcia f je na intervale I:

konkávna $\Leftrightarrow f''(x) \leq 0$ pre všetky $x \in I$.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

f spojitá na I,
$I \subset D(f)$ interval, pre všetky $x \in I$ existujú $f'(x)$ konečná a $f''(x)$.

Funkcia f je na intervale I:

rýdzo konvexná $\Leftrightarrow$ $f''(x) > 0$ pre všetky $x \in I$,

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

f spojitá na I,
$I \subset D(f)$ interval, pre všetky $x \in I$ existujú $f'(x)$ konečná a $f''(x)$.

Funkcia f je na intervale I:

rýdzo konkávna $\Leftrightarrow$ $f''(x) < 0$ pre všetky $x \in I$.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

f spojitá na I,
$I \subset D(f)$ interval, pre všetky $x \in I$ existujú $f'(x)$ konečná a $f''(x)$.

Funkcia f je na intervale I:

konvexná [resp. rýdzo konvexná] $\Leftrightarrow f''(x) \geq 0$ [resp. $f''(x) > 0$] pre všetky $x \in I$,

konkávna [resp. rýdzo konkávna] $\Leftrightarrow f''(x) \leq 0$ [resp. $f''(x) < 0$] pre všetky $x \in I$.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

f spojitá na I,
$I \subset D(f)$ interval, pre všetky $x \in I$ existujú $f'(x)$ konečná a $f''(x)$.

Funkcia f je na intervale I:

konvexná [resp. rýdzo konvexná] $\Leftrightarrow$ $f''(x) \geq 0$ [resp. $f''(x) > 0$] pre všetky $x \in I$,

konkávna [resp. rýdzo konkávna] $\Leftrightarrow$ $f''(x) \leq 0$ [resp. $f''(x) < 0$] pre všetky $x \in I$.

Intervaly konvexnosti a konkávnosti funkcie f:

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

f spojitá na I,
$I \subset D(f)$ interval, pre všetky $x \in I$ existujú $f'(x)$ konečná a $f''(x)$.

Funkcia f je na intervale I:

konvexná [resp. rýdzo konvexná] $\Leftrightarrow$ $f''(x) \geq 0$ [resp. $f''(x) > 0$] pre všetky $x \in I$,

konkávna [resp. rýdzo konkávna] $\Leftrightarrow$ $f''(x) \leq 0$ [resp. $f''(x) < 0$] pre všetky $x \in I$.

Intervaly konvexnosti a konkávnosti funkcie f:

- Overiť všetky body $x_0 \in D(f)$, pre ktoré platí $f''(x_0) = 0$, resp. $f''(x_0) \neq 0$.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

f spojitá na I,
$I \subset D(f)$ interval, pre všetky $x \in I$ existujú $f'(x)$ konečná a $f''(x)$.

Funkcia f je na intervale I:

konvexná [resp. rýdzo konvexná] $\Leftrightarrow f''(x) \geq 0$ [resp. $f''(x) > 0$] pre všetky $x \in I$,

konkávna [resp. rýdzo konkávna] $\Leftrightarrow f''(x) \leq 0$ [resp. $f''(x) < 0$] pre všetky $x \in I$.

Intervaly konvexnosti a konkávnosti funkcie f:

- Overiť všetky body $x_0 \in D(f)$, pre ktoré platí $f''(x_0) = 0$, resp. $f''(x_0) \neq 0$.
- Overiť všetky body $x_0 \in D(f)$, v ktorých $f''(x_0)$ neexistuje.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

f spojitá na I,
$I \subset D(f)$ interval, pre všetky $x \in I$ existujú $f'(x)$ konečná a $f''(x)$.

Funkcia f je na intervale I:

konvexná [resp. rýdzo konvexná] $\Leftrightarrow f''(x) \geq 0$ [resp. $f''(x) > 0$] pre všetky $x \in I$,

konkávna [resp. rýdzo konkávna] $\Leftrightarrow f''(x) \leq 0$ [resp. $f''(x) < 0$] pre všetky $x \in I$.

Intervaly konvexnosti a konkávnosti funkcie f:

- Overiť všetky body $x_0 \in D(f)$, pre ktoré platí $f''(x_0) = 0$, resp. $f''(x_0) \neq 0$.
- Overiť všetky body $x_0 \in D(f)$, v ktorých $f''(x_0)$ neexistuje.

f je spojitá a rýdzo konvexná, resp. rýdzo konkávna na intervale I,

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

f spojitá na I,
$I \subset D(f)$ interval, pre všetky $x \in I$ existujú $f'(x)$ konečná a $f''(x)$.

Funkcia f je na intervale I:

konvexná [resp. rýdzo konvexná] $\Leftrightarrow f''(x) \geq 0$ [resp. $f''(x) > 0$] pre všetky $x \in I$,

konkávna [resp. rýdzo konkávna] $\Leftrightarrow f''(x) \leq 0$ [resp. $f''(x) < 0$] pre všetky $x \in I$.

Intervaly konvexnosti a konkávnosti funkcie f:

- Overiť všetky body $x_0 \in D(f)$, pre ktoré platí $f''(x_0) = 0$, resp. $f''(x_0) \neq 0$.
- Overiť všetky body $x_0 \in D(f)$, v ktorých $f''(x_0)$ neexistuje.

f je spojitá a rýdzo konvexná, resp. rýdzo konkávna na intervale I,

potom môže pre nejaké $x \in I$ platiť $f''(x) = 0$.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

f spojitá na I,
$I \subset D(f)$ interval, pre všetky $x \in I$ existujú $f'(x)$ konečná a $f''(x)$.

Funkcia f je na intervale I:

konvexná [resp. rýdzo konvexná] $\Leftrightarrow$ $f''(x) \geq 0$ [resp. $f''(x) > 0$] pre všetky $x \in I$,

konkávna [resp. rýdzo konkávna] $\Leftrightarrow$ $f''(x) \leq 0$ [resp. $f''(x) < 0$] pre všetky $x \in I$.

Intervaly konvexnosti a konkávnosti funkcie f:

- Overiť všetky body $x_0 \in D(f)$, pre ktoré platí $f''(x_0) = 0$, resp. $f''(x_0) \neq 0$.
- Overiť všetky body $x_0 \in D(f)$, v ktorých $f''(x_0)$ neexistuje.

f je spojitá a rýdzo konvexná, resp. rýdzo konkávna na intervale I,

potom môže pre nejaké $x \in I$ platiť $f''(x) = 0$.

Môžu to byť iba jednotlivé izolované body,

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

f spojitá na I,
$I \subset D(f)$ interval, pre všetky $x \in I$ existujú $f'(x)$ konečná a $f''(x)$.

Funkcia f je na intervale I:

konvexná [resp. rýdzo konvexná] $\Leftrightarrow$ $f''(x) \geq 0$ [resp. $f''(x) > 0$] pre všetky $x \in I$,

konkávna [resp. rýdzo konkávna] $\Leftrightarrow$ $f''(x) \leq 0$ [resp. $f''(x) < 0$] pre všetky $x \in I$.

Intervaly konvexnosti a konkávnosti funkcie f:

- Overiť všetky body $x_0 \in D(f)$, pre ktoré platí $f''(x_0) = 0$, resp. $f''(x_0) \neq 0$.
- Overiť všetky body $x_0 \in D(f)$, v ktorých $f''(x_0)$ neexistuje.

f je spojitá a rýdzo konvexná, resp. rýdzo konkávna na intervale I,

potom môže pre nejaké $x \in I$ platiť $f''(x) = 0$.

Môžu to byť iba jednotlivé izolované body, ale nemôžu tvoriť interval!

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva inflexný bod funkcie f (f má v bode x_0 inflexiu),

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva **inflexný bod funkcie** f (f má v bode x_0 inflexiu),

ak existuje okolie $O(x_0) \subset D(f)$ také, že funkcia f je v okolí $O(x_0)$

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva inflexný bod funkcie f (f má v bode x_0 inflexiu),

ak existuje okolie $O(x_0) \subset D(f)$ také, že funkcia f je v okolí $O(x_0)$

rýdzo konkávna pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konvexná pre $x > x_0$,

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva inflexný bod funkcie f (f má v bode x_0 inflexiu),

ak existuje okolie $O(x_0) \subset D(f)$ také, že funkcia f je v okolí $O(x_0)$

rýdzo konvexná pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konkávna pre $x > x_0$.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva inflexný bod funkcie f (f má v bode x_0 inflexiu),

ak existuje okolie $O(x_0) \subset D(f)$ také, že funkcia f je v okolí $O(x_0)$

rýdzo konkávna pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konvexná pre $x > x_0$,

resp. rýdzo konvexná pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konkávna pre $x > x_0$.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva inflexný bod funkcie f (f má v bode x_0 inflexiu),

ak existuje okolie $O(x_0) \subset D(f)$ také, že funkcia f je v okolí $O(x_0)$

rýdzo konkávna pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konvexná pre $x > x_0$,

resp. rýdzo konvexná pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konkávna pre $x > x_0$.

f má v bode $x_0 \in D(f)$ inflexiu, existuje $f''(x_0)$

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva inflexný bod funkcie f (f má v bode x_0 inflexiu),

ak existuje okolie $O(x_0) \subset D(f)$ také, že funkcia f je v okolí $O(x_0)$

rýdzo konkávna pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konvexná pre $x > x_0$,

resp. rýdzo konvexná pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konkávna pre $x > x_0$.

f má v bode $x_0 \in D(f)$ inflexiu, existuje $f''(x_0) \Rightarrow f''(x_0) = 0.$

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva inflexný bod funkcie f (f má v bode x_0 inflexiu),

ak existuje okolie $O(x_0) \subset D(f)$ také, že funkcia f je v okolí $O(x_0)$

rýdzo konkávna pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konvexná pre $x > x_0$,

resp. rýdzo konvexná pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konkávna pre $x > x_0$.

f má v bode $x_0 \in D(f)$ inflexiu, existuje $f''(x_0) \;\Rightarrow\; f''(x_0) = 0.$

$x_0 \in D(f)$, $f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) \neq 0$

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva inflexný bod funkcie f (f má v bode x_0 inflexiu),

ak existuje okolie $O(x_0) \subset D(f)$ také, že funkcia f je v okolí $O(x_0)$

rýdzo konkávna pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konvexná pre $x > x_0$,

resp. rýdzo konvexná pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konkávna pre $x > x_0$.

f má v bode $x_0 \in D(f)$ inflexiu, existuje $f''(x_0) \Rightarrow f''(x_0) = 0.$

$x_0 \in D(f)$, $f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) \neq 0 \Rightarrow f$ má v bode x_0 inflexiu.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva inflexný bod funkcie f (f má v bode x_0 inflexiu),

ak existuje okolie $O(x_0) \subset D(f)$ také, že funkcia f je v okolí $O(x_0)$

rýdzo konkávna pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konvexná pre $x > x_0$,

resp. rýdzo konvexná pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konkávna pre $x > x_0$.

f má v bode $x_0 \in D(f)$ inflexiu, existuje $f''(x_0) \ \Rightarrow \ f''(x_0) = 0.$

$x_0 \in D(f)$, $f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) \neq 0 \ \Rightarrow \ f$ má v bode x_0 inflexiu.

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0)$ konečná, $O(x_0)$ okolie, $f''(x) \neq 0$ pre všetky $x \in O(x_0)$, $x \neq x_0$.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva **inflexný bod funkcie f** (f má v bode x_0 inflexiu),

ak existuje okolie $O(x_0) \subset D(f)$ také, že funkcia f je v okolí $O(x_0)$

rýdzo konkávna pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konvexná pre $x > x_0$,

resp. rýdzo konvexná pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konkávna pre $x > x_0$.

f má v bode $x_0 \in D(f)$ inflexiu, existuje $f''(x_0) \;\Rightarrow\; f''(x_0) = 0$.

$x_0 \in D(f)$, $f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) \neq 0 \;\Rightarrow\;$ f má v bode x_0 inflexiu.

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0)$ konečná, $O(x_0)$ okolie, $f''(x) \neq 0$ pre všetky $x \in O(x_0)$, $x \neq x_0$.

Pre všetky $x \in O(x_0)$ platí:

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva inflexný bod funkcie f (f má v bode x_0 inflexiu),

ak existuje okolie $O(x_0) \subset D(f)$ také, že funkcia f je v okolí $O(x_0)$

rýdzo konkávna pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konvexná pre $x > x_0$,

resp. rýdzo konvexná pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konkávna pre $x > x_0$.

f má v bode $x_0 \in D(f)$ inflexiu, existuje $f''(x_0) \;\Rightarrow\; f''(x_0) = 0.$

$x_0 \in D(f),\ f''(x_0) = 0,\ f'''(x_0) \neq 0 \;\Rightarrow\; f$ má v bode x_0 inflexiu.

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0)$ konečná, $O(x_0)$ okolie, $f''(x) \neq 0$ pre všetky $x \in O(x_0)$, $x \neq x_0$.

Pre všetky $x \in O(x_0)$ platí:

$f''(x) > 0$ pre $x < x_0$, $f''(x) < 0$ pre $x_0 < x$ $\Rightarrow$ f má v bode x_0 inflexiu.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva inflexný bod funkcie f (f má v bode x_0 inflexiu),

ak existuje okolie $O(x_0) \subset D(f)$ také, že funkcia f je v okolí $O(x_0)$

rýdzo konkávna pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konvexná pre $x > x_0$,

resp. rýdzo konvexná pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konkávna pre $x > x_0$.

f má v bode $x_0 \in D(f)$ inflexiu, existuje $f''(x_0)$ $\Rightarrow$ $f''(x_0) = 0$.

$x_0 \in D(f)$, $f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) \neq 0$ $\Rightarrow$ f má v bode x_0 inflexiu.

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0)$ konečná, $O(x_0)$ okolie, $f''(x) \neq 0$ pre všetky $x \in O(x_0)$, $x \neq x_0$.

Pre všetky $x \in O(x_0)$ platí:

$f''(x) < 0$ pre $x < x_0$, $f''(x) > 0$ pre $x_0 < x$ $\Rightarrow$ f má v bode x_0 inflexiu.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva inflexný bod funkcie f (f má v bode x_0 inflexiu),

ak existuje okolie $O(x_0) \subset D(f)$ také, že funkcia f je v okolí $O(x_0)$

rýdzo konkávna pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konvexná pre $x > x_0$,

resp. rýdzo konvexná pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konkávna pre $x > x_0$.

f má v bode $x_0 \in D(f)$ inflexiu, existuje $f''(x_0)$ $\Rightarrow$ $f''(x_0) = 0$.

$x_0 \in D(f)$, $f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) \neq 0$ $\Rightarrow$ f má v bode x_0 inflexiu.

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0)$ konečná, $O(x_0)$ okolie, $f''(x) \neq 0$ pre všetky $x \in O(x_0)$, $x \neq x_0$.

Pre všetky $x \in O(x_0)$ platí:

$f''(x) > 0$ pre $x \neq x_0$, resp. $f''(x) < 0$ pre $x \neq x_0$ $\Rightarrow$ f nemá v bode x_0 inflexiu.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$x_0 \in D(f)$ sa nazýva inflexný bod funkcie f (f má v bode x_0 inflexiu),

ak existuje okolie $O(x_0) \subset D(f)$ také, že funkcia f je v okolí $O(x_0)$

rýdzo konkávna pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konvexná pre $x > x_0$,

resp. rýdzo konvexná pre $x < x_0$ a súčasne rýdzo konkávna pre $x > x_0$.

f má v bode $x_0 \in D(f)$ inflexiu, existuje $f''(x_0) \;\Rightarrow\; f''(x_0) = 0$.

$x_0 \in D(f)$, $f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) \neq 0 \;\Rightarrow\;$ f má v bode x_0 inflexiu.

$x_0 \in D(f)$, $f'(x_0)$ konečná, $O(x_0)$ okolie, $f''(x) \neq 0$ pre všetky $x \in O(x_0)$, $x \neq x_0$.

Pre všetky $x \in O(x_0)$ platí:

$f''(x) > 0$ pre $x < x_0$, $f''(x) < 0$ pre $x_0 < x$ $\Rightarrow$ f má v bode x_0 inflexiu.

$f''(x) < 0$ pre $x < x_0$, $f''(x) > 0$ pre $x_0 < x$ $\Rightarrow$ f má v bode x_0 inflexiu.

$f''(x) > 0$ pre $x \neq x_0$, resp. $f''(x) < 0$ pre $x \neq x_0$ $\Rightarrow$ f nemá v bode x_0 inflexiu.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

$$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2},$$

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$ pre všetky $x \in D(f)$,

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$ pre všetky $x \in D(f)$,

pričom $f''(x) = 0$ práve vtedy, ak $8x(x^2-3) = 0$, t. j. $x = 0$, resp. $x = \pm\sqrt{3}$.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

$$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}, \quad f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3} \text{ pre všetky } x \in D(f),$$

pričom $f''(x) = 0$ práve vtedy, ak $8x(x^2-3) = 0$, t. j. $x=0$, resp. $x=\pm\sqrt{3}$.

Funkcia f'' je spojitá na $D(f)$,

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$ pre všetky $x \in D(f)$,

pričom $f''(x) = 0$ práve vtedy, ak $8x(x^2-3) = 0$, t. j. $x=0$, resp. $x = \pm\sqrt{3}$.

Funkcia f'' je spojitá na $D(f)$, $(1+x^2)^3 > 0$ pre všetky $x \in D(f)$,
$f'(-\sqrt{3}) = 0$, $f'(0) = 0$, $f'(\sqrt{3}) = 0$,

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$ pre všetky $x \in D(f)$,

pričom $f''(x) = 0$ práve vtedy, ak $8x(x^2-3) = 0$, t. j. $x=0$, resp. $x=\pm\sqrt{3}$.

Funkcia f'' je spojitá na $D(f)$, $(1+x^2)^3 > 0$ pre všetky $x \in D(f)$,

$f'(-\sqrt{3})=0$, $f'(0)=0$, $f'(\sqrt{3})=0$,

t. j. f' nemení znamienko na $(-\infty; -\sqrt{3})$, $(-\sqrt{3}; 0)$, $(0; \sqrt{3})$, $(\sqrt{3}; \infty)$.

$x \in \left(-\infty; -\sqrt{3}\right)$	$x \in \left(-\sqrt{3}; 0\right)$	$x \in \left(0; \sqrt{3}\right)$	$x \in \left(\sqrt{3}; \infty\right)$

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$ pre všetky $x \in D(f)$,

pričom $f''(x) = 0$ práve vtedy, ak $8x(x^2-3) = 0$, t. j. $x=0$, resp. $x=\pm\sqrt{3}$.

Funkcia f'' je spojitá na $D(f)$, $(1+x^2)^3 > 0$ pre všetky $x \in D(f)$,

$f'(-\sqrt{3})=0$, $f'(0)=0$, $f'(\sqrt{3})=0$,

t. j. f' nemení znamienko na $(-\infty; -\sqrt{3})$, $(-\sqrt{3}; 0)$, $(0; \sqrt{3})$, $(\sqrt{3}; \infty)$.

$x \in \left(-\infty; -\sqrt{3}\right)$	$x \in \left(-\sqrt{3}; 0\right)$	$x \in \left(0; \sqrt{3}\right)$	$x \in \left(\sqrt{3}; \infty\right)$
$f'(-2) = \frac{-16\cdot(4-3)}{(1+4)^3} < 0$	$f'(-1) = \frac{-8\cdot(1-3)}{(1+1)^3} > 0$	$f'(1) = \frac{8\cdot(1-3)}{(1+1)^3} < 0$	$f'(2) = \frac{16\cdot(4-3)}{(1+4)^3} > 0$

[Na zistenie znamienka funkcie f'' na danom intervale I postačí overiť hodnotu $f''(x)$ v jednom ľubovoľnom bode $x \in I$.]

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

$$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}, \quad f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3} \text{ pre všetky } x \in D(f),$$

pričom $f''(x) = 0$ práve vtedy, ak $8x(x^2-3) = 0$, t. j. $x=0$, resp. $x=\pm\sqrt{3}$.

Funkcia f'' je spojitá na $D(f)$, $(1+x^2)^3 > 0$ pre všetky $x \in D(f)$,

$f'(-\sqrt{3})=0$, $f'(0)=0$, $f'(\sqrt{3})=0$,

t. j. f' nemení znamienko na $(-\infty; -\sqrt{3})$, $(-\sqrt{3}; 0)$, $(0; \sqrt{3})$, $(\sqrt{3}; \infty)$.

$x \in \left(-\infty; -\sqrt{3}\right)$	$x \in \left(-\sqrt{3}; 0\right)$	$x \in \left(0; \sqrt{3}\right)$	$x \in \left(\sqrt{3}; \infty\right)$
$f'(-2) = \frac{-16\cdot(4-3)}{(1+4)^3} < 0$	$f'(-1) = \frac{-8\cdot(1-3)}{(1+1)^3} > 0$	$f'(1) = \frac{8\cdot(1-3)}{(1+1)^3} < 0$	$f'(2) = \frac{16\cdot(4-3)}{(1+4)^3} > 0$
$f''(x) < 0$	$f''(x) > 0$	$f''(x) < 0$	$f''(x) > 0$

[Na zistenie znamienka funkcie f'' na danom intervale I postačí overiť hodnotu $f''(x)$ v jednom ľubovoľnom bode $x \in I$.]

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$ pre všetky $x \in D(f)$,

pričom $f''(x) = 0$ práve vtedy, ak $8x(x^2-3) = 0$, t. j. $x=0$, resp. $x=\pm\sqrt{3}$.

Funkcia f'' je spojitá na $D(f)$, $(1+x^2)^3 > 0$ pre všetky $x \in D(f)$,

$f'(-\sqrt{3})=0$, $f'(0)=0$, $f'(\sqrt{3})=0$,

t. j. f' nemení znamienko na $(-\infty; -\sqrt{3})$, $(-\sqrt{3}; 0)$, $(0; \sqrt{3})$, $(\sqrt{3}; \infty)$.

$x \in \left(-\infty; -\sqrt{3}\right)$	$x \in \left(-\sqrt{3}; 0\right)$	$x \in \left(0; \sqrt{3}\right)$	$x \in \left(\sqrt{3}; \infty\right)$
$f'(-2) = \frac{-16\cdot(4-3)}{(1+4)^3} < 0$	$f'(-1) = \frac{-8\cdot(1-3)}{(1+1)^3} > 0$	$f'(1) = \frac{8\cdot(1-3)}{(1+1)^3} < 0$	$f'(2) = \frac{16\cdot(4-3)}{(1+4)^3} > 0$
$f''(x) < 0$ $\cap$ f rýdzo konkávna $\cap$	$f''(x) > 0$ $\cup$ f rýdzo konvexná $\cup$	$f''(x) < 0$ $\cap$ f rýdzo konkávna $\cap$	$f''(x) > 0$ $\cup$ f rýdzo konvexná $\cup$

[Na zistenie znamienka funkcie f'' na danom intervale I postačí overiť hodnotu $f''(x)$ v jednom ľubovoľnom bode $x \in I$.]

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá na svojom $D(f) = R$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$ pre všetky $x \in D(f)$,

pričom $f''(x) = 0$ práve vtedy, ak $8x(x^2-3) = 0$, t. j. $x=0$, resp. $x = \pm\sqrt{3}$.

Funkcia f'' je spojitá na $D(f)$, $(1+x^2)^3 > 0$ pre všetky $x \in D(f)$,

$f'(-\sqrt{3}) = 0$, $f'(0) = 0$, $f'(\sqrt{3}) = 0$,

t. j. f' nemení znamienko na $(-\infty; -\sqrt{3})$, $(-\sqrt{3}; 0)$, $(0; \sqrt{3})$, $(\sqrt{3}; \infty)$.

$x \in (-\infty; -\sqrt{3})$	$x \in (-\sqrt{3}; 0)$	$x \in (0; \sqrt{3})$	$x \in (\sqrt{3}; \infty)$
$f'(-2) = \frac{-16\cdot(4-3)}{(1+4)^3} < 0$	$f'(-1) = \frac{-8\cdot(1-3)}{(1+1)^3} > 0$	$f'(1) = \frac{8\cdot(1-3)}{(1+1)^3} < 0$	$f'(2) = \frac{16\cdot(4-3)}{(1+4)^3} > 0$
$f''(x) < 0$ $\cap$ f rýdzo konkávna $\cap$	$f''(x) > 0$ $\cup$ f rýdzo konvexná $\cup$	$f''(x) < 0$ $\cap$ f rýdzo konkávna $\cap$	$f''(x) > 0$ $\cup$ f rýdzo konvexná $\cup$
$-\sqrt{3}$ je inflexný bod	0 je inflexný bod	$\sqrt{3}$ je inflexný bod	

[Na zistenie znamienka funkcie f'' na danom intervale I postačí overiť hodnotu $f''(x)$ v jednom ľubovoľnom bode $x \in I$.]

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1,\ x \in R.$

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$, $x \in R$.

$f(x)$,

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1,\ x \in R.$

$f(x),\quad f'(x) = 3x^2 - 2x - 1,$

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1,\ x \in R.$

$f(x),\quad f'(x) = 3x^2 - 2x - 1,\quad f''(x) = 6x - 2$ sú spojité na $D(f) = R,$

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$, $x \in R$.

$f(x)$, $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$, $f''(x) = 6x - 2$ sú spojité na $D(f) = R$,

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$,

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1,\ x \in R.$

$f(x), \quad f'(x) = 3x^2 - 2x - 1, \quad f''(x) = 6x - 2$ sú spojité na $D(f) = R$,

$f''(x) = 0 \;\Leftrightarrow\; x = \frac{1}{3}$, t. j. f'' nemení znamienko na $(-\infty; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1,\ x \in R.$

$f(x)$, $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$, $f''(x) = 6x - 2$ sú spojité na $D(f) = R$,

$f''(x) = 0 \ \Leftrightarrow\ x = \frac{1}{3}$, t. j. f'' nemení znamienko na $(-\infty; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$.

$x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$:

$x \in \left(\frac{1}{3}; \infty\right)$:

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$, $x \in R$.

$f(x)$, $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$, $f''(x) = 6x - 2$ sú spojité na $D(f) = R$,

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$, t. j. f'' nemení znamienko na $(-\infty; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$.

$x \in (-\infty; \frac{1}{3})$: $f''(0) = -2$,

$x \in (\frac{1}{3}; \infty)$: $f''(1) = 4$,

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1,\ x \in R.$

$f(x)$, $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$, $f''(x) = 6x - 2$ sú spojité na $D(f) = R$,

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$, t. j. f'' nemení znamienko na $(-\infty; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$.

$x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$: $f''(0) = -2$, $f''(x) < 0$, f je rýdzo konkávna

$x \in \left(\frac{1}{3}; \infty\right)$: $f''(1) = 4$, $f''(x) > 0$, f je rýdzo konvexná

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$, $x \in R$.

$f(x)$, $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$, $f''(x) = 6x - 2$ sú spojité na $D(f) = R$,

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$, t. j. f'' nemení znamienko na $(-\infty; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$.

$x \in (-\infty; \frac{1}{3})$: $f''(0) = -2$, $f''(x) < 0$, f je rýdzo konkávna

$x \in (\frac{1}{3}; \infty)$: $f''(1) = 4$, $f''(x) > 0$, f je rýdzo konvexná

$\frac{1}{3}$ je inflexný bod.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$, $x \in R$.

$f(x)$, $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$, $f''(x) = 6x - 2$ sú spojité na $D(f) = R$,

$f''(x) = 0 \;\Leftrightarrow\; x = \frac{1}{3}$, t. j. f'' nemení znamienko na $(-\infty; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$.

$$\left.\begin{array}{ll} x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right): & f''(0) = -2,\; f''(x) < 0,\; f \text{ je rýdzo konkávna} \\ x \in \left(\frac{1}{3}; \infty\right): & f''(1) = 4,\; f''(x) > 0,\; f \text{ je rýdzo konvexná} \end{array}\right\} \; \frac{1}{3} \text{ je inflexný bod.}$$

$f(x) = \max\{x, x^2\}$, $x \in R$.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1,\ x \in R.$

$f(x)$, $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$, $f''(x) = 6x - 2$ sú spojité na $D(f) = R$,

$f''(x) = 0 \iff x = \frac{1}{3}$, t. j. f'' nemení znamienko na $(-\infty; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$.

$$\left.\begin{array}{ll} x \in (-\infty; \frac{1}{3}): & f''(0) = -2,\ f''(x) < 0,\ f \text{ je rýdzo konkávna} \\ x \in (\frac{1}{3}; \infty): & f''(1) = 4,\ f''(x) > 0,\ f \text{ je rýdzo konvexná} \end{array}\right\} \ \frac{1}{3} \text{ je inflexný bod.}$$

$f(x) = \max\{x, x^2\},\ x \in R.$

$f(x) = x^2$ pre $x \in (-\infty; 0\rangle \cup \langle 1; \infty)$,

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1,\ x \in R.$

$f(x)$, $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$, $f''(x) = 6x - 2$ sú spojité na $D(f) = R$,

$f''(x) = 0 \iff x = \frac{1}{3}$, t. j. f'' nemení znamienko na $(-\infty; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$.

$$\left.\begin{array}{l} x \in (-\infty; \frac{1}{3}):\ f''(0) = -2,\ f''(x) < 0,\ f \text{ je rýdzo konkávna} \\ x \in (\frac{1}{3}; \infty):\ f''(1) = 4,\ f''(x) > 0,\ f \text{ je rýdzo konvexná} \end{array}\right\}\ \frac{1}{3} \text{ je inflexný bod.}$$

$f(x) = \max\{x, x^2\},\ x \in R.$

$f(x) = x^2$ pre $x \in (-\infty; 0\rangle \cup \langle 1; \infty)$, resp. $f(x) = x$ pre $x \in \langle 0; 1\rangle$

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$, $x \in R$.

$f(x)$, $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$, $f''(x) = 6x - 2$ sú spojité na $D(f) = R$,

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$, t. j. f'' nemení znamienko na $(-\infty; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$.

$$\left.\begin{array}{l} x \in (-\infty; \frac{1}{3}):\ f''(0) = -2,\ f''(x) < 0,\ f \text{ je rýdzo konkávna} \\ x \in (\frac{1}{3}; \infty):\ f''(1) = 4,\ f''(x) > 0,\ f \text{ je rýdzo konvexná} \end{array}\right\} \ \frac{1}{3} \text{ je inflexný bod.}$$

$f(x) = \max\{x, x^2\}$, $x \in R$.

$f(x) = x^2$ pre $x \in (-\infty; 0\rangle \cup \langle 1; \infty)$, resp. $f(x) = x$ pre $x \in \langle 0; 1\rangle$ je spojitá na R.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1,\ x \in R.$

$f(x)$, $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$, $f''(x) = 6x - 2$ sú spojité na $D(f) = R$,

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$, t. j. f'' nemení znamienko na $(-\infty; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$.

$$\left.\begin{array}{l} x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right):\ f''(0) = -2,\ f''(x) < 0,\ f \text{ je rýdzo konkávna} \\ x \in \left(\frac{1}{3}; \infty\right):\ f''(1) = 4,\ f''(x) > 0,\ f \text{ je rýdzo konvexná} \end{array}\right\} \frac{1}{3} \text{ je inflexný bod.}$$

$f(x) = \max\{x, x^2\},\ x \in R.$

$f(x) = x^2$ pre $x \in (-\infty; 0\rangle \cup \langle 1; \infty)$, resp. $f(x) = x$ pre $x \in \langle 0; 1\rangle$ je spojitá na R.

Body $x = 0$, $x = 1$ sú určené koreňmi rovnice $x = x^2$,

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$, $x \in R$.

$f(x)$, $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$, $f''(x) = 6x - 2$ sú spojité na $D(f) = R$,

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$, t. j. f'' nemení znamienko na $(-\infty; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$.

$x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$: $f''(0) = -2$, $f''(x) < 0$, f je rýdzo konkávna

$x \in \left(\frac{1}{3}; \infty\right)$: $f''(1) = 4$, $f''(x) > 0$, f je rýdzo konvexná

$\frac{1}{3}$ je inflexný bod.

$f(x) = \max\left\{x, x^2\right\}$, $x \in R$.

$f(x) = x^2$ pre $x \in (-\infty; 0\rangle \cup \langle 1; \infty)$, resp. $f(x) = x$ pre $x \in \langle 0; 1\rangle$ je spojitá na R.

Body $x = 0$, $x = 1$ sú určené koreňmi rovnice $x = x^2$, t. j. $x - x^2 = x(1 - x) = 0$.

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$, $x \in R$.

$f(x)$, $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$, $f''(x) = 6x - 2$ sú spojité na $D(f) = R$,

$f''(x) = 0 \;\Leftrightarrow\; x = \frac{1}{3}$, t. j. f'' nemení znamienko na $(-\infty; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$.

$x \in (-\infty; \frac{1}{3})$: $f''(0) = -2$, $f''(x) < 0$, f je rýdzo konkávna

$x \in (\frac{1}{3}; \infty)$: $f''(1) = 4$, $f''(x) > 0$, f je rýdzo konvexná

$\frac{1}{3}$ je inflexný bod.

$f(x) = \max\{x, x^2\}$, $x \in R$.

$f(x) = x^2$ pre $x \in (-\infty; 0\rangle \cup \langle 1; \infty)$, resp. $f(x) = x$ pre $x \in \langle 0; 1\rangle$ je spojitá na R.

Body $x = 0$, $x = 1$ sú určené koreňmi rovnice $x = x^2$, t. j. $x - x^2 = x(1 - x) = 0$.

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & \text{pre } x \in (-\infty; 0) \\ 1 & \text{pre } x \in (0; 1), \\ 2x & \text{pre } x \in (1; \infty) \end{cases}$$

$f'(0)$, $f'(1)$ neexistujú,

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1,\ x \in R.$

$f(x)$, $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$, $f''(x) = 6x - 2$ sú spojité na $D(f) = R$,

$f''(x) = 0 \iff x = \frac{1}{3}$, t. j. f'' nemení znamienko na $(-\infty; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$.

$x \in (-\infty; \frac{1}{3})$: $f''(0) = -2$, $f''(x) < 0$, f je rýdzo konkávna

$x \in (\frac{1}{3}; \infty)$: $f''(1) = 4$, $f''(x) > 0$, f je rýdzo konvexná

$\frac{1}{3}$ je inflexný bod.

$f(x) = \max\{x, x^2\},\ x \in R.$

$f(x) = x^2$ pre $x \in (-\infty; 0\rangle \cup \langle 1; \infty)$, resp. $f(x) = x$ pre $x \in \langle 0; 1\rangle$ je spojitá na R.

Body $x = 0$, $x = 1$ sú určené koreňmi rovnice $x = x^2$, t. j. $x - x^2 = x(1 - x) = 0$.

$$f'(x) = \begin{cases} 2x, \\ 1, \\ 2x, \end{cases} \quad f''(x) = \begin{cases} 2 > 0 & \text{pre } x \in (-\infty; 0) \\ 0 & \text{pre } x \in (0; 1), \\ 2 > 0 & \text{pre } x \in (1; \infty) \end{cases}$$

$f'(0)$, $f'(1)$, $f''(0)$, $f''(1)$ neexistujú,

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1,\ x \in R.$

$f(x)$, $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$, $f''(x) = 6x - 2$ sú spojité na $D(f) = R$,

$f''(x) = 0 \ \Leftrightarrow\ x = \frac{1}{3}$, t. j. f'' nemení znamienko na $(-\infty; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$.

$x \in (-\infty; \frac{1}{3})$: $f''(0) = -2$, $f''(x) < 0$, f je rýdzo konkávna

$x \in (\frac{1}{3}; \infty)$: $f''(1) = 4$, $f''(x) > 0$, f je rýdzo konvexná

$\frac{1}{3}$ je inflexný bod.

$f(x) = \max\{x, x^2\},\ x \in R.$

$f(x) = x^2$ pre $x \in (-\infty; 0\rangle \cup \langle 1; \infty)$, resp. $f(x) = x$ pre $x \in \langle 0; 1\rangle$ je spojitá na R.

Body $x = 0$, $x = 1$ sú určené koreňmi rovnice $x = x^2$, t. j. $x - x^2 = x(1 - x) = 0$.

$$f'(x) = \begin{cases} 2x, \\ 1, \\ 2x, \end{cases} \quad f''(x) = \begin{cases} 2 > 0 & \text{pre } x \in (-\infty; 0) \quad \Rightarrow\ f \text{ je rýdzo konvexná,} \\ 0 & \text{pre } x \in (0; 1), \\ 2 > 0 & \text{pre } x \in (1; \infty) \quad \Rightarrow\ f \text{ je rýdzo konvexná.} \end{cases}$$

$f'(0)$, $f'(1)$, $f''(0)$, $f''(1)$ neexistujú,

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$, $x \in R$.

$f(x)$, $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$, $f''(x) = 6x - 2$ sú spojité na $D(f) = R$,

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$, t. j. f'' nemení znamienko na $(-\infty; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$.

$x \in (-\infty; \frac{1}{3})$: $f''(0) = -2$, $f''(x) < 0$, f je rýdzo konkávna

$x \in (\frac{1}{3}; \infty)$: $f''(1) = 4$, $f''(x) > 0$, f je rýdzo konvexná

} $\frac{1}{3}$ je inflexný bod.

$f(x) = \max\{x, x^2\}$, $x \in R$.

$f(x) = x^2$ pre $x \in (-\infty; 0\rangle \cup \langle 1; \infty)$, resp. $f(x) = x$ pre $x \in \langle 0; 1\rangle$ je spojitá na R.

Body $x = 0$, $x = 1$ sú určené koreňmi rovnice $x = x^2$, t. j. $x - x^2 = x(1 - x) = 0$.

$$f'(x) = \begin{cases} 2x, \\ 1, \\ 2x, \end{cases} \quad f''(x) = \begin{cases} 2 > 0 & \text{pre } x \in (-\infty; 0) \\ 0 & \text{pre } x \in (0; 1), \\ 2 > 0 & \text{pre } x \in (1; \infty) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ f je rýdzo konvexná,

f je konvexná aj konkávna,

$\Rightarrow$ f je rýdzo konvexná.

$f'(0)$, $f'(1)$, $f''(0)$, $f''(1)$ neexistujú,

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1,\ x \in R.$

$f(x),\quad f'(x) = 3x^2-2x-1,\quad f''(x) = 6x-2$ sú spojité na $D(f)=R$,

$f''(x)=0 \ \Leftrightarrow\ x = \frac{1}{3}$, t. j. f'' nemení znamienko na $(-\infty; \frac{1}{3})$, $(\frac{1}{3}; \infty)$.

$x \in (-\infty; \frac{1}{3})$: $f''(0)=-2$, $f''(x)<0$, f je rýdzo konkávna

$x \in (\frac{1}{3}; \infty)$: $f''(1)=4$, $f''(x)>0$, f je rýdzo konvexná

$\frac{1}{3}$ je inflexný bod.

$f(x) = \max\{x, x^2\},\ x \in R.$

$f(x)=x^2$ pre $x \in (-\infty; 0\rangle \cup \langle 1; \infty)$, resp. $f(x)=x$ pre $x \in \langle 0; 1\rangle$ je spojitá na R.

Body $x=0$, $x=1$ sú určené koreňmi rovnice $x=x^2$, t. j. $x-x^2=x(1-x)=0$.

$$f'(x)=\begin{cases} 2x, \\ 1, \\ 2x, \end{cases} \quad f''(x)=\begin{cases} 2>0 & \text{pre } x\in(-\infty;0) \\ 0 & \text{pre } x\in(0;1), \\ 2>0 & \text{pre } x\in(1;\infty) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ f je rýdzo konvexná,

f je konvexná aj konkávna,

$\Rightarrow$ f je rýdzo konvexná.

$f'(0)$, $f'(1)$, $f''(0)$, $f''(1)$ neexistujú, f je konvexná na celom $D(f)=R$.

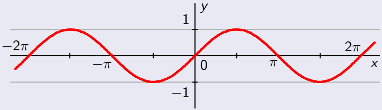
Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \sin x,\ x \in R.$

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \sin x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \sin x$, $x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,

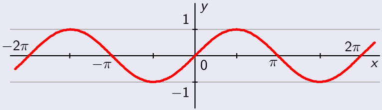


Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \sin x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \sin x$, $x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,

$f'(x) = \cos x$,

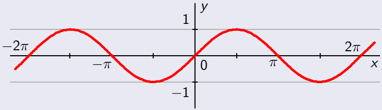


Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \sin x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \sin x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,

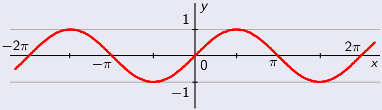
$$f'(x) = \cos x,\ f''(x) = -\sin x,$$



Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \sin x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \sin x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,
$f'(x) = \cos x,\ f''(x) = -\sin x,\ f'''(x) = -\cos x$ sú spojité na $D(f) = R$.



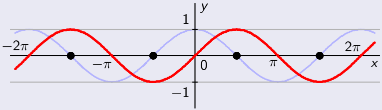
Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \sin x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \sin x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,

$f'(x) = \cos x,\ f''(x) = -\sin x,\ f'''(x) = -\cos x$ sú spojité na $D(f) = R$.

$f'(x) = \cos x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z.$

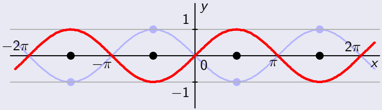


Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \sin x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \sin x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,
$f'(x) = \cos x,\ f''(x) = -\sin x,\ f'''(x) = -\cos x$ sú spojité na $D(f) = R$.

$f'(x) = \cos x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z.$
$f''\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$,

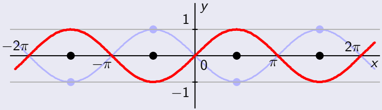


Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \sin x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \sin x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,
$f'(x) = \cos x,\ f''(x) = -\sin x,\ f'''(x) = -\cos x$ sú spojité na $D(f) = R$.

$f'(x) = \cos x = 0 \;\Leftrightarrow\; x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z.$
$f''(\frac{\pi}{2} + k\pi) = -\sin(\frac{\pi}{2} + k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$, t. j. extrém:



Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \sin x,\ x \in R.$

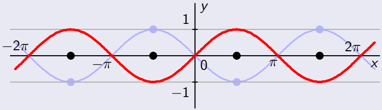
Funkcia $f(x) = \sin x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,
$f'(x) = \cos x,\ f''(x) = -\sin x,\ f'''(x) = -\cos x$ sú spojité na $D(f) = R$.

$f'(x) = \cos x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z.$

$f''(\frac{\pi}{2} + k\pi) = -\sin(\frac{\pi}{2} + k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$, t. j. extrém:

$-\sin(\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = -1 < 0,$

$-\sin(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = 1 > 0,$



Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \sin x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \sin x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,

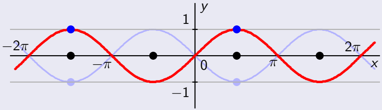
$f'(x) = \cos x,\ f''(x) = -\sin x,\ f'''(x) = -\cos x$ sú spojité na $D(f) = R$.

$f'(x) = \cos x = 0 \iff x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z.$

$f''(\frac{\pi}{2} + k\pi) = -\sin(\frac{\pi}{2} + k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$, t. j. extrém:

$-\sin(\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = -1 < 0$, t. j. $\sin(\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = 1$ je lokálne maximum,

$-\sin(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = 1 > 0$,

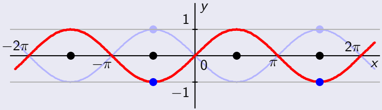


Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \sin x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \sin x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,
$f'(x) = \cos x,\ f''(x) = -\sin x,\ f'''(x) = -\cos x$ sú spojité na $D(f) = R$.

$f'(x) = \cos x = 0 \iff x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z.$
$f''(\frac{\pi}{2} + k\pi) = -\sin(\frac{\pi}{2} + k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$, t. j. extrém:
$-\sin(\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = -1 < 0$, t. j. $\sin(\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = 1$ je lokálne maximum,
$-\sin(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = 1 > 0$, t. j. $\sin(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = -1$ je lokálne minimum.



Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \sin x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \sin x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,
$f'(x) = \cos x,\ f''(x) = -\sin x,\ f'''(x) = -\cos x$ sú spojité na $D(f) = R$.

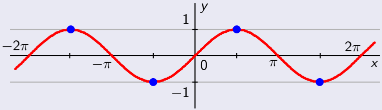
$f'(x) = \cos x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z.$

$f''(\frac{\pi}{2} + k\pi) = -\sin(\frac{\pi}{2} + k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$, t. j. extrém:

$-\sin(\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = -1 < 0$, t. j. $\sin(\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = 1$ je lokálne maximum,

$-\sin(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = 1 > 0$, t. j. $\sin(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = -1$ je lokálne minimum.

V bodoch $\pm\frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in Z$ sú aj globálne extrémy.



Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \sin x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \sin x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,
$f'(x) = \cos x,\ f''(x) = -\sin x,\ f'''(x) = -\cos x$ sú spojité na $D(f) = R$.

$f'(x) = \cos x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z.$

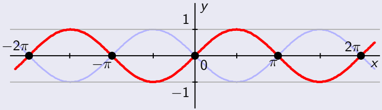
$f''(\frac{\pi}{2} + k\pi) = -\sin(\frac{\pi}{2} + k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$, t. j. extrém:

$-\sin(\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = -1 < 0$, t. j. $\sin(\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = 1$ je lokálne maximum,

$-\sin(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = 1 > 0$, t. j. $\sin(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = -1$ je lokálne minimum.

V bodoch $\pm\frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in Z$ sú aj globálne extrémy.

$f''(x) = -\sin x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = k\pi,\ k \in Z.$



Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \sin x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \sin x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,
$f'(x) = \cos x,\ f''(x) = -\sin x,\ f'''(x) = -\cos x$ sú spojité na $D(f) = R$.

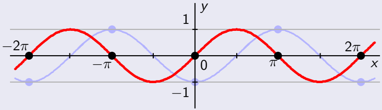
$f'(x) = \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z.$
$f''(\frac{\pi}{2} + k\pi) = -\sin(\frac{\pi}{2} + k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$, t. j. extrém:

$-\sin(\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = -1 < 0$, t. j. $\sin(\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = 1$ je lokálne maximum,

$-\sin(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = 1 > 0$, t. j. $\sin(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = -1$ je lokálne minimum.

V bodoch $\pm\frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in Z$ sú aj globálne extrémy.

$f''(x) = -\sin x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = k\pi,\ k \in Z.$
$f'''(k\pi) = -\cos(k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$,



Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \sin x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \sin x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,

$f'(x) = \cos x,\ f''(x) = -\sin x,\ f'''(x) = -\cos x$ sú spojité na $D(f) = R$.

$f'(x) = \cos x = 0 \iff x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z.$

$f''(\frac{\pi}{2} + k\pi) = -\sin(\frac{\pi}{2} + k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$, t. j. extrém:

$-\sin(\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = -1 < 0$, t. j. $\sin(\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = 1$ je lokálne maximum,

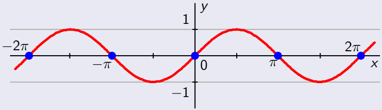
$-\sin(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = 1 > 0$, t. j. $\sin(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = -1$ je lokálne minimum.

V bodoch $\pm\frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in Z$ sú aj globálne extrémy.

$f''(x) = -\sin x = 0 \iff x = k\pi,\ k \in Z.$

$f'''(k\pi) = -\cos(k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$,

t. j. bod $x = k\pi,\ k \in Z$ je inflexný.



Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \sin x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \sin x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,
$f'(x) = \cos x,\ f''(x) = -\sin x,\ f'''(x) = -\cos x$ sú spojité na $D(f) = R$.

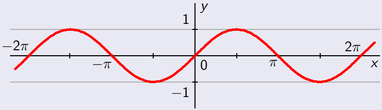
$f'(x) = \cos x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z.$
$f''(\frac{\pi}{2} + k\pi) = -\sin(\frac{\pi}{2} + k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$, t. j. extrém:

$-\sin(\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = -1 < 0$, t. j. $\sin(\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = 1$ je lokálne maximum,

$-\sin(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = 1 > 0$, t. j. $\sin(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = -1$ je lokálne minimum.

V bodoch $\pm\frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in Z$ sú aj globálne extrémy.

$f''(x) = -\sin x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = k\pi,\ k \in Z.$
$f'''(k\pi) = -\cos(k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$,
t. j. bod $x = k\pi,\ k \in Z$ je inflexný.



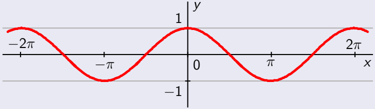
Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \cos x,\ x \in R.$

Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \cos x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \cos x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,

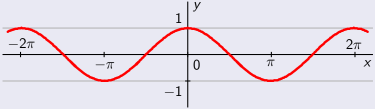


Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \cos x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \cos x$, $x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,

$f'(x) = -\sin x$,

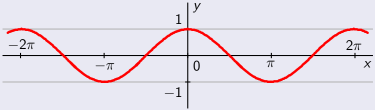


Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \cos x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \cos x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,

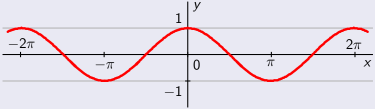
$$f'(x) = -\sin x,\ f''(x) = -\cos x,$$



Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \cos x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \cos x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,
$f'(x) = -\sin x,\ f''(x) = -\cos x,\ f'''(x) = \sin x$ sú spojité na $D(f) = R$.

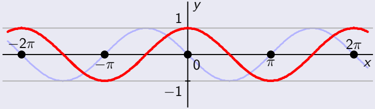


Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \cos x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \cos x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,
$f'(x) = -\sin x,\ f''(x) = -\cos x,\ f'''(x) = \sin x$ sú spojité na $D(f) = R$.

$f'(x) = -\sin x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = k\pi,\ k \in Z.$

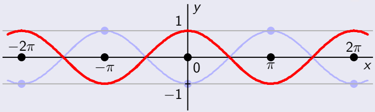


Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \cos x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \cos x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,
$f'(x) = -\sin x,\ f''(x) = -\cos x,\ f'''(x) = \sin x$ sú spojité na $D(f) = R$.

$f'(x) = -\sin x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = k\pi,\ k \in Z.$
$f''(k\pi) = -\cos(k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$,

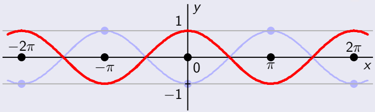


Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \cos x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \cos x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,
$f'(x) = -\sin x,\ f''(x) = -\cos x,\ f'''(x) = \sin x$ sú spojité na $D(f) = R$.

$f'(x) = -\sin x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = k\pi,\ k \in Z.$
$f''(k\pi) = -\cos(k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$, t. j. extrém:



Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \cos x,\ x \in R.$

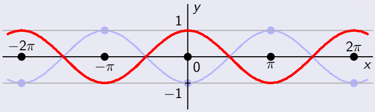
Funkcia $f(x) = \cos x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,
$f'(x) = -\sin x,\ f''(x) = -\cos x,\ f'''(x) = \sin x$ sú spojité na $D(f) = R$.

$f'(x) = -\sin x = 0 \;\Leftrightarrow\; x = k\pi,\ k \in Z.$

$f''(k\pi) = -\cos(k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$, t. j. extrém:

$-\cos(0+2k\pi) = -1 < 0,$

$-\cos(\pi+2k\pi) = 1 > 0,$



Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \cos x$, $x \in R$.

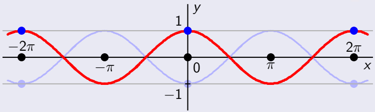
Funkcia $f(x) = \cos x$, $x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,
$f'(x) = -\sin x$, $f''(x) = -\cos x$, $f'''(x) = \sin x$ sú spojité na $D(f) = R$.

$f'(x) = -\sin x = 0 \;\Leftrightarrow\; x = k\pi,\ k \in Z.$

$f''(k\pi) = -\cos(k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$, t. j. extrém:

$-\cos(0+2k\pi) = -1 < 0$, t. j. $\cos(0+2k\pi)=1$ je lokálne maximum,

$-\cos(\pi+2k\pi) = 1 > 0$,



Konvexnosť a konkávnosť funkcie

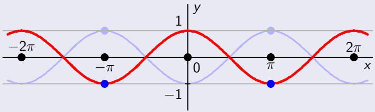
$f(x) = \cos x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \cos x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,
$f'(x) = -\sin x,\ f''(x) = -\cos x,\ f'''(x) = \sin x$ sú spojité na $D(f) = R$.

$f'(x) = -\sin x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = k\pi,\ k \in Z.$

$f''(k\pi) = -\cos(k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$, t. j. extrém:

- $\cos(0+2k\pi) = -1 < 0$, t. j. $\cos(0+2k\pi) = 1$ je lokálne maximum,
- $\cos(\pi+2k\pi) = 1 > 0$, t. j. $\cos(\pi+2k\pi) = -1$ je lokálne minimum.



Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \cos x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \cos x$, $x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,
$f'(x) = -\sin x$, $f''(x) = -\cos x$, $f'''(x) = \sin x$ sú spojité na $D(f) = R$.

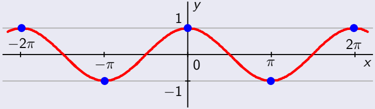
$f'(x) = -\sin x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = k\pi,\ k \in Z.$

$f''(k\pi) = -\cos(k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$, t. j. extrém:

$-\cos(0+2k\pi) = -1 < 0$, t. j. $\cos(0+2k\pi) = 1$ je lokálne maximum,

$-\cos(\pi+2k\pi) = 1 > 0$, t. j. $\cos(\pi+2k\pi) = -1$ je lokálne minimum.

V bodoch $k\pi$, $k \in Z$ sú aj globálne extrémy.



Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \cos x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \cos x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,

$f'(x) = -\sin x,\ f''(x) = -\cos x,\ f'''(x) = \sin x$ sú spojité na $D(f) = R$.

$f'(x) = -\sin x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = k\pi,\ k \in Z.$

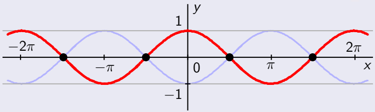
$f''(k\pi) = -\cos(k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$, t. j. extrém:

$-\cos(0+2k\pi) = -1 < 0$, t. j. $\cos(0+2k\pi) = 1$ je lokálne maximum,

$-\cos(\pi+2k\pi) = 1 > 0$, t. j. $\cos(\pi+2k\pi) = -1$ je lokálne minimum.

V bodoch $k\pi,\ k \in Z$ sú aj globálne extrémy.

$f''(x) = -\cos x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z.$



Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \cos x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \cos x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,
$f'(x) = -\sin x,\ f''(x) = -\cos x,\ f'''(x) = \sin x$ sú spojité na $D(f) = R$.

$f'(x) = -\sin x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = k\pi,\ k \in Z.$

$f''(k\pi) = -\cos(k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$, t. j. extrém:

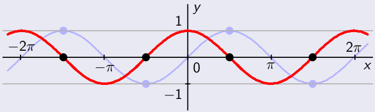
$-\cos(0+2k\pi) = -1 < 0$, t. j. $\cos(0+2k\pi) = 1$ je lokálne maximum,

$-\cos(\pi+2k\pi) = 1 > 0$, t. j. $\cos(\pi+2k\pi) = -1$ je lokálne minimum.

V bodoch $k\pi,\ k \in Z$ sú aj globálne extrémy.

$f''(x) = -\cos x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z.$

$f'''(\frac{\pi}{2} + k\pi) = \sin(\frac{\pi}{2} + k\pi) = (-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$,



Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \cos x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \cos x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,
$f'(x) = -\sin x,\ f''(x) = -\cos x,\ f'''(x) = \sin x$ sú spojité na $D(f) = R$.

$f'(x) = -\sin x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = k\pi,\ k \in Z.$

$f''(k\pi) = -\cos(k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$, t. j. extrém:

$-\cos(0+2k\pi) = -1 < 0$, t. j. $\cos(0+2k\pi) = 1$ je lokálne maximum,

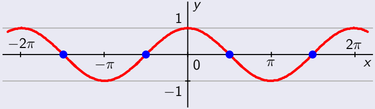
$-\cos(\pi+2k\pi) = 1 > 0$, t. j. $\cos(\pi+2k\pi) = -1$ je lokálne minimum.

V bodoch $k\pi,\ k \in Z$ sú aj globálne extrémy.

$f''(x) = -\cos x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z.$

$f'''(\frac{\pi}{2} + k\pi) = \sin(\frac{\pi}{2} + k\pi) = (-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$,

t. j. bod $x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$ je inflexný.



Konvexnosť a konkávnosť funkcie

$f(x) = \cos x,\ x \in R.$

Funkcia $f(x) = \cos x,\ x \in R$ je spojitá na celom $D(f) = R$,
$f'(x) = -\sin x,\ f''(x) = -\cos x,\ f'''(x) = \sin x$ sú spojité na $D(f) = R$.

$f'(x) = -\sin x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = k\pi,\ k \in Z.$

$f''(k\pi) = -\cos(k\pi) = -(-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$, t. j. extrém:

$-\cos(0+2k\pi) = -1 < 0$, t. j. $\cos(0+2k\pi) = 1$ je lokálne maximum,

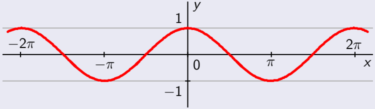
$-\cos(\pi+2k\pi) = 1 > 0$, t. j. $\cos(\pi+2k\pi) = -1$ je lokálne minimum.

V bodoch $k\pi,\ k \in Z$ sú aj globálne extrémy.

$f''(x) = -\cos x = 0 \ \Leftrightarrow\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z.$

$f'''(\frac{\pi}{2} + k\pi) = \sin(\frac{\pi}{2} + k\pi) = (-1)^k \neq 0$ pre $k \in Z$,

t. j. bod $x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$ je inflexný.



Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou $f^{(n)}$

$f'(x_0) = f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,\ f^{(n)}(x_0) \neq 0, \qquad n \in N.$

$f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,\ f^{(n)}(x_0) \neq 0, \qquad n \in N,\ n \geq 2.$

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou $f^{(n)}$

$f'(x_0) = f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,\ f^{(n)}(x_0) \neq 0,$ $n \in N.$

$f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,\ f^{(n)}(x_0) \neq 0,$ [hodnota $f'(x_0)$ nás nezaujíma] $n \in N,\ n \geq 2.$

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou $f^{(n)}$

$f'(x_0) = f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,\ f^{(n)}(x_0) \neq 0,$ $n \in N.$

n je nepárne, t. j. $n = 2k-1$, kde $k \in N$.

$f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,\ f^{(n)}(x_0) \neq 0,$ [hodnota $f'(x_0)$ nás nezaujíma] $n \in N,\ n \geq 2.$

n je nepárne, t. j. $n = 2k+1$, kde $k \in N$.

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou $f^{(n)}$

$f'(x_0) = f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,\ f^{(n)}(x_0) \neq 0,\qquad n \in N.$

n je nepárne, t. j. $n = 2k-1$, kde $k \in N$.

$\Rightarrow$ V bode x_0 nie je lokálny extrém,

$f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,\ f^{(n)}(x_0) \neq 0,$ [hodnota $f'(x_0)$ nás nezaujíma] $n \in N,\ n \geq 2.$

n je nepárne, t. j. $n = 2k+1$, kde $k \in N$. $\Rightarrow$ x_0 je inflexný bod.

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou $f^{(n)}$

$f'(x_0) = f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,\ f^{(n)}(x_0) \neq 0,$ $n \in N.$

n je nepárne, t. j. $n = 2k-1$, kde $k \in N$.

$\Rightarrow$ V bode x_0 nie je lokálny extrém, f je v bode x_0 rýdzo monotónna:

$f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,\ f^{(n)}(x_0) \neq 0,$ [hodnota $f'(x_0)$ nás nezaujíma] $n \in N,\ n \geq 2.$

n je nepárne, t. j. $n = 2k+1$, kde $k \in N$. $\Rightarrow$ x_0 je inflexný bod.

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou $f^{(n)}$

$f'(x_0) = f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,\ f^{(n)}(x_0) \neq 0,$ $n \in N.$

n je nepárne, t. j. $n = 2k-1$, kde $k \in N$.

$\Rightarrow$ V bode x_0 nie je lokálny extrém, f je v bode x_0 rýdzo monotónna:

rastúca pre $f^{(n)}(x_0) > 0$,

$f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,\ f^{(n)}(x_0) \neq 0,$ [hodnota $f'(x_0)$ nás nezaujíma] $n \in N,\ n \geq 2.$

n je nepárne, t. j. $n = 2k+1$, kde $k \in N$. $\Rightarrow$ x_0 je inflexný bod.

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou $f^{(n)}$

$f'(x_0) = f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,\ f^{(n)}(x_0) \neq 0,\qquad n \in N.$

n je nepárne, t. j. $n = 2k-1$, kde $k \in N$.

$\Rightarrow$ V bode x_0 nie je lokálny extrém, f je v bode x_0 rýdzo monotónna:

rastúca pre $f^{(n)}(x_0) > 0$, resp. klesajúca pre $f^{(n)}(x_0) < 0$.

$f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,\ f^{(n)}(x_0) \neq 0,$ [hodnota $f'(x_0)$ nás nezaujíma] $n \in N,\ n \geq 2.$

n je nepárne, t. j. $n = 2k+1$, kde $k \in N$. $\Rightarrow$ x_0 je inflexný bod.

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou $f^{(n)}$

$f'(x_0) = f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0$, $f^{(n)}(x_0) \neq 0$, $n \in N$.

n je párne, t. j. $n = 2k$, kde $k \in N$.

$f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0$, $f^{(n)}(x_0) \neq 0$, [hodnota $f'(x_0)$ nás nezaujíma] $n \in N$, $n \geq 2$.

n je párne, t. j. $n = 2k$, kde $k \in N$.

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou $f^{(n)}$

$f'(x_0) = f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,\ f^{(n)}(x_0) \neq 0,$ $n \in N.$

n je párne, t. j. $n = 2k$, kde $k \in N$.

$\Rightarrow$ V bode x_0 je ostrý lokálny extrém:

$f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,\ f^{(n)}(x_0) \neq 0,$ [hodnota $f'(x_0)$ nás nezaujíma] $n \in N,\ n \geq 2.$

n je párne, t. j. $n = 2k$, kde $k \in N$. $\Rightarrow$ f je v bode x_0

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou $f^{(n)}$

$f'(x_0) = f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,\ f^{(n)}(x_0) \neq 0,$ $n \in N.$

n je párne, t. j. $n = 2k$, kde $k \in N$.

$\Rightarrow$ V bode x_0 je ostrý lokálny extrém:

minimum pre $f^{(n)}(x_0) > 0$,

$f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,\ f^{(n)}(x_0) \neq 0,$ [hodnota $f'(x_0)$ nás nezaujíma] $n \in N,\ n \geq 2.$

n je párne, t. j. $n = 2k$, kde $k \in N$. $\Rightarrow$ f je v bode x_0

rýdzo konvexná pre $f^{(n)}(x_0) > 0$,

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou $f^{(n)}$

$f'(x_0) = f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0$, $f^{(n)}(x_0) \neq 0$, $n \in N$.

n je párne, t. j. $n = 2k$, kde $k \in N$.

$\Rightarrow$ V bode x_0 je ostrý lokálny extrém:

minimum pre $f^{(n)}(x_0) > 0$, resp. maximum pre $f^{(n)}(x_0) < 0$.

$f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0$, $f^{(n)}(x_0) \neq 0$, [hodnota $f'(x_0)$ nás nezaujíma] $n \in N$, $n \geq 2$.

n je párne, t. j. $n = 2k$, kde $k \in N$. $\Rightarrow$ f je v bode x_0

rýdzo konvexná pre $f^{(n)}(x_0) > 0$, resp. rýdzo konkávna pre $f^{(n)}(x_0) < 0$.

Vyšetrovanie vlastností funkcie pomocou $f^{(n)}$

$f'(x_0) = f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,\ f^{(n)}(x_0) \neq 0,$ $n \in N.$

n je nepárne, t. j. $n = 2k-1$, kde $k \in N$.

$\Rightarrow$ V bode x_0 nie je lokálny extrém, f je v bode x_0 rýdzo monotónna:

rastúca pre $f^{(n)}(x_0) > 0$, resp. klesajúca pre $f^{(n)}(x_0) < 0$.

n je párne, t. j. $n = 2k$, kde $k \in N$.

$\Rightarrow$ V bode x_0 je ostrý lokálny extrém:

minimum pre $f^{(n)}(x_0) > 0$, resp. maximum pre $f^{(n)}(x_0) < 0$.

$f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,\ f^{(n)}(x_0) \neq 0,$ [hodnota $f'(x_0)$ nás nezaujíma] $n \in N,\ n \geq 2.$

n je nepárne, t. j. $n = 2k+1$, kde $k \in N$. $\Rightarrow$ x_0 je inflexný bod.

n je párne, t. j. $n = 2k$, kde $k \in N$. $\Rightarrow$ f je v bode x_0

rýdzo konvexná pre $f^{(n)}(x_0) > 0$, resp. rýdzo konkávna pre $f^{(n)}(x_0) < 0$.

Asymptotické vlastnosti funkcií

Pri vyšetrovaní priebehu funkcie je dôležité preskúmať jej vlastnosti:

Asymptotické vlastnosti funkcií

Pri vyšetrovaní priebehu funkcie je dôležité preskúmať jej vlastnosti:

- v bodoch nespojitosti (hlavne neodstrániteľnej 2. druhu),

Asymptotické vlastnosti funkcií

Pri vyšetrovaní priebehu funkcie je dôležité preskúmať jej vlastnosti:

- v bodoch nespojitosti (hlavne neodstrániteľnej 2. druhu),
- v bodoch $\pm\infty$.

Asymptotické vlastnosti funkcií

Pri vyšetrovaní priebehu funkcie je dôležité preskúmať jej vlastnosti:

- v bodoch nespojitosti (hlavne neodstrániteľnej 2. druhu),
- v bodoch $\pm\infty$.

$f, g \colon P(a) \to R,$ $\quad a \in R \cup \{\pm\infty\}$, $P(a) = O(a) - \{a\}$ je prstencové okolie.

Asymptotické vlastnosti funkcií

Pri vyšetrovaní priebehu funkcie je dôležité preskúmať jej vlastnosti:

- v bodoch nespojitosti (hlavne neodstrániteľnej 2. druhu),
- v bodoch $\pm\infty$.

$f, g\colon P(a) \to R,$ $a \in R \cup \{\pm\infty\}$, $P(a) = O(a) - \{a\}$ je prstencové okolie.

Funkcia f sa asymptoticky rovná funkcii g v bode a,

Asymptotické vlastnosti funkcií

Pri vyšetrovaní priebehu funkcie je dôležité preskúmať jej vlastnosti:

- v bodoch nespojitosti (hlavne neodstrániteľnej 2. druhu),
- v bodoch $\pm\infty$.

$f, g\colon P(a) \to R$, $a \in R \cup \{\pm\infty\}$, $P(a) = O(a) - \{a\}$ je prstencové okolie.

Funkcia f sa asymptoticky rovná funkcii g v bode a, ozn. $f \sim g$, $x \to a$

Asymptotické vlastnosti funkcií

Pri vyšetrovaní priebehu funkcie je dôležité preskúmať jej vlastnosti:

- v bodoch nespojitosti (hlavne neodstrániteľnej 2. druhu),
- v bodoch $\pm\infty$.

$f, g\colon P(a) \to R$, $a \in R \cup \{\pm\infty\}$, $P(a) = O(a) - \{a\}$ je prstencové okolie.

Funkcia f sa asymptoticky rovná funkcii g v bode a, ozn. $f \sim g$, $x \to a$

práve vtedy, ak platí $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$, t. j. $\lim\limits_{x\to a} \frac{g(x)}{f(x)} = 1$.

Asymptotické vlastnosti funkcií

Pri vyšetrovaní priebehu funkcie je dôležité preskúmať jej vlastnosti:

- v bodoch nespojitosti (hlavne neodstrániteľnej 2. druhu),
- v bodoch $\pm\infty$.

$f, g \colon P(a) \to R$, $a \in R \cup \{\pm\infty\}$, $P(a) = O(a) - \{a\}$ je prstencové okolie.

Funkcia f sa asymptoticky rovná funkcii g v bode a, ozn. $f \sim g$, $x \to a$

práve vtedy, ak platí $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$, t. j. $\lim\limits_{x\to a} \frac{g(x)}{f(x)} = 1$.

V zmysle predchádzajúcej definície sa funkcie

$f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = 0$ v bodoch $\pm\infty$ asymptoticky nerovnajú,

Asymptotické vlastnosti funkcií

Pri vyšetrovaní priebehu funkcie je dôležité preskúmať jej vlastnosti:

- v bodoch nespojitosti (hlavne neodstrániteľnej 2. druhu),
- v bodoch $\pm\infty$.

$f, g\colon P(a) \to R,$ $a \in R \cup \{\pm\infty\}$, $P(a) = O(a) - \{a\}$ je prstencové okolie.

Funkcia f sa asymptoticky rovná funkcii g v bode a, ozn. $f \sim g,\ x \to a$

práve vtedy, ak platí $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$, t. j. $\lim\limits_{x\to a} \frac{g(x)}{f(x)} = 1$.

V zmysle predchádzajúcej definície sa funkcie

$f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = 0$ v bodoch $\pm\infty$ asymptoticky nerovnajú,

pretože $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ neexistuje, resp. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{g(x)}{f(x)} = 0$.

Asymptotické vlastnosti funkcií

Pri vyšetrovaní priebehu funkcie je dôležité preskúmať jej vlastnosti:

- v bodoch nespojitosti (hlavne neodstrániteľnej 2. druhu),
- v bodoch $\pm\infty$.

$f, g\colon P(a) \to R,$ $a \in R \cup \{\pm\infty\}$, $P(a) = O(a) - \{a\}$ je prstencové okolie.

Funkcia f sa asymptoticky rovná funkcii g v bode a, ozn. $f \sim g,\ x \to a$

práve vtedy, ak platí $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 1$, t. j. $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{g(x)}{f(x)} = 1$.

V zmysle predchádzajúcej definície sa funkcie

$f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = 0$ v bodoch $\pm\infty$ asymptoticky nerovnajú,

pretože $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{f(x)}{g(x)}$ neexistuje, resp. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{g(x)}{f(x)} = 0$.

Funkcia $g(x) = 0$, $x \in R$ predstavuje priamku

Asymptotické vlastnosti funkcií

Pri vyšetrovaní priebehu funkcie je dôležité preskúmať jej vlastnosti:

- v bodoch nespojitosti (hlavne neodstrániteľnej 2. druhu),
- v bodoch $\pm\infty$.

$f, g\colon P(a) \to R$, $a \in R \cup \{\pm\infty\}$, $P(a) = O(a) - \{a\}$ je prstencové okolie.

Funkcia f sa asymptoticky rovná funkcii g v bode a, ozn. $f \sim g$, $x \to a$

práve vtedy, ak platí $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$, t. j. $\lim\limits_{x\to a} \frac{g(x)}{f(x)} = 1$.

V zmysle predchádzajúcej definície sa funkcie
$f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = 0$ v bodoch $\pm\infty$ asymptoticky nerovnajú,
pretože $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ neexistuje, resp. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{g(x)}{f(x)} = 0$.

Funkcia $g(x) = 0$, $x \in R$ predstavuje priamku

a má zmysel ju asymptoticky porovnávať v bodoch $\pm\infty$ s inými funkciami,

Asymptotické vlastnosti funkcií

Pri vyšetrovaní priebehu funkcie je dôležité preskúmať jej vlastnosti:

- v bodoch nespojitosti (hlavne neodstrániteľnej 2. druhu),
- v bodoch $\pm\infty$.

$f, g\colon P(a) \to R$, $a \in R \cup \{\pm\infty\}$, $P(a) = O(a) - \{a\}$ je prstencové okolie.

Funkcia f sa asymptoticky rovná funkcii g v bode a, ozn. $f \sim g$, $x \to a$

práve vtedy, ak platí $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$, t. j. $\lim\limits_{x\to a} \frac{g(x)}{f(x)} = 1$.

V zmysle predchádzajúcej definície sa funkcie

$f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = 0$ v bodoch $\pm\infty$ asymptoticky nerovnajú,

pretože $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ neexistuje, resp. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{g(x)}{f(x)} = 0$.

Funkcia $g(x) = 0$, $x \in R$ predstavuje priamku

a má zmysel ju asymptoticky porovnávať v bodoch $\pm\infty$ s inými funkciami,

predstavuje horizontálnu (vodorovnú) asymptotu.

Asymptotické vlastnosti funkcií

Priamka $x = a$, $a \in R$ sa nazýva vertikálna asymptota,
resp. asymptota bez smernice (grafu) funkcie f,

Asymptotické vlastnosti funkcií

Priamka $x = a$, $a \in R$ sa nazýva vertikálna asymptota,
resp. asymptota bez smernice (grafu) funkcie f,

ak aspoň jedna z limít $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ je nevlastná.

Asymptotické vlastnosti funkcií

Priamka $x = a$, $a \in R$ sa nazýva vertikálna asymptota, resp. asymptota bez smernice (grafu) funkcie f,

ak aspoň jedna z limít $\lim_{x \to a^-} f(x)$, $\lim_{x \to a^+} f(x)$ je nevlastná.

Priamka $y = kx + q$, $x \in R$ (kde $k, q \in R$) sa nazýva asymptota so smernicou (grafu) funkcie f,

Asymptotické vlastnosti funkcií

Priamka $x = a$, $a \in R$ sa nazýva vertikálna asymptota,
resp. asymptota bez smernice (grafu) funkcie f,

ak aspoň jedna z limít $\lim\limits_{x \to a^-} f(x)$, $\lim\limits_{x \to a^+} f(x)$ je nevlastná.

Priamka $y = kx + q$, $x \in R$ (kde $k, q \in R$) sa nazýva
asymptota so smernicou (grafu) funkcie f,

ak platí $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - (kx + q)] = 0$, resp. $\lim\limits_{x \to \infty} [f(x) - (kx + q)] = 0$.

Asymptotické vlastnosti funkcií

Priamka $x = a$, $a \in R$ sa nazýva vertikálna asymptota, resp. asymptota bez smernice (grafu) funkcie f,

ak aspoň jedna z limít $\lim\limits_{x \to a^-} f(x)$, $\lim\limits_{x \to a^+} f(x)$ je nevlastná.

Priamka $y = kx+q$, $x \in R$ (kde $k, q \in R$) sa nazýva asymptota so smernicou (grafu) funkcie f,

ak platí $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - (kx+q)] = 0$, resp. $\lim\limits_{x \to \infty} [f(x) - (kx+q)] = 0$.

Priamka $y = kx+q$ je asymptotou aj vtedy, ak graf funkcie f okolo nej osciluje.

Asymptotické vlastnosti funkcií

Priamka $x = a$, $a \in R$ sa nazýva vertikálna asymptota, resp. asymptota bez smernice (grafu) funkcie f,

ak aspoň jedna z limít $\lim\limits_{x \to a^-} f(x)$, $\lim\limits_{x \to a^+} f(x)$ je nevlastná.

Priamka $y = kx+q$, $x \in R$ (kde $k, q \in R$) sa nazýva asymptota so smernicou (grafu) funkcie f,

ak platí $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - (kx+q)] = 0$, resp. $\lim\limits_{x \to \infty} [f(x) - (kx+q)] = 0$.

Priamka $y = kx+q$ je asymptotou aj vtedy, ak graf funkcie f okolo nej osciluje.

Číslo k predstavuje smernicu priamky,

Asymptotické vlastnosti funkcií

Priamka $x = a$, $a \in R$ sa nazýva vertikálna asymptota,
resp. asymptota bez smernice (grafu) funkcie f,

ak aspoň jedna z limít $\lim\limits_{x \to a^-} f(x)$, $\lim\limits_{x \to a^+} f(x)$ je nevlastná.

Priamka $y = kx+q$, $x \in R$ (kde $k, q \in R$) sa nazýva
asymptota so smernicou (grafu) funkcie f,

ak platí $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - (kx+q)] = 0$, resp. $\lim\limits_{x \to \infty} [f(x) - (kx+q)] = 0$.

Priamka $y = kx+q$ je asymptotou aj vtedy, ak graf funkcie f okolo nej osciluje.

Číslo k predstavuje smernicu priamky, pre $k = 0$ sa priamka $y = kx+q$,
t. j. $y = q$ nazýva horizontálna (vodorovná) asymptota funkcie f.

Asymptotické vlastnosti funkcií

Priamka $x = a$, $a \in R$ sa nazýva vertikálna asymptota, resp. asymptota bez smernice (grafu) funkcie f,

ak aspoň jedna z limít $\lim\limits_{x \to a^-} f(x)$, $\lim\limits_{x \to a^+} f(x)$ je nevlastná.

Priamka $y = kx+q$, $x \in R$ (kde $k, q \in R$) sa nazýva asymptota so smernicou (grafu) funkcie f,

ak platí $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - (kx+q)] = 0$, resp. $\lim\limits_{x \to \infty} [f(x) - (kx+q)] = 0$.

Priamka $y = kx+q$ je asymptotou aj vtedy, ak graf funkcie f okolo nej osciluje.

Číslo k predstavuje smernicu priamky, pre $k=0$ sa priamka $y=kx+q$, t. j. $y=q$ nazýva horizontálna (vodorovná) asymptota funkcie f.

Priamka $y = kx+q$, $x \in R$ je asymptotou so smernicou funkcie f

Asymptotické vlastnosti funkcií

Priamka $x = a$, $a \in R$ sa nazýva vertikálna asymptota, resp. asymptota bez smernice (grafu) funkcie f,

ak aspoň jedna z limít $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ je nevlastná.

Priamka $y = kx+q$, $x \in R$ (kde $k, q \in R$) sa nazýva asymptota so smernicou (grafu) funkcie f,

ak platí $\lim\limits_{x\to -\infty} [f(x) - (kx+q)] = 0$, resp. $\lim\limits_{x\to \infty} [f(x) - (kx+q)] = 0$.

Priamka $y = kx+q$ je asymptotou aj vtedy, ak graf funkcie f okolo nej osciluje.

Číslo k predstavuje smernicu priamky, pre $k=0$ sa priamka $y=kx+q$, t. j. $y=q$ nazýva horizontálna (vodorovná) asymptota funkcie f.

Priamka $y = kx+q$, $x \in R$ je asymptotou so smernicou funkcie f

$\Leftrightarrow$ existujú konečné limity $k = \lim\limits_{x\to \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$, $\quad q = \lim\limits_{x\to \pm\infty} \big[f(x) - kx\big]$.

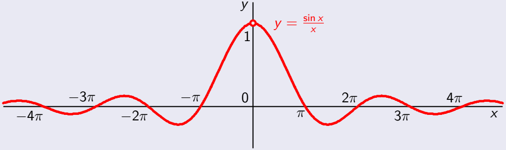
Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = \frac{\sin x}{x},\ x \in R - \{0\}$

Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = \frac{\sin x}{x}$, $x \in R - \{0\}$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R - \{0\}$.

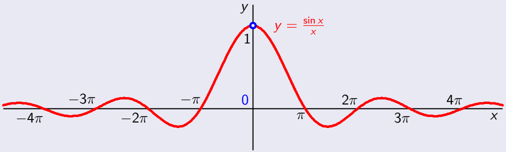


Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = \frac{\sin x}{x}$, $x \in R - \{0\}$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R - \{0\}$.

Bod $x_0 = 0$ je odstrániteľný bod nespojitosti, pretože $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x^2} = 1$.



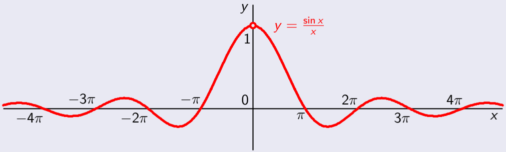
Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = \frac{\sin x}{x}$, $x \in R - \{0\}$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R - \{0\}$.

Bod $x_0 = 0$ je odstrániteľný bod nespojitosti, pretože $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x^2} = 1$.

Iné body nespojitosti f nemá,



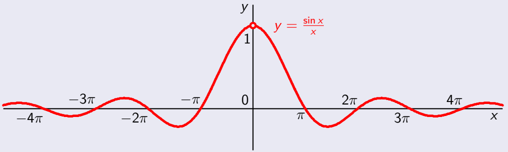
Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = \frac{\sin x}{x}$, $x \in R - \{0\}$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R - \{0\}$.

Bod $x_0 = 0$ je odstrániteľný bod nespojitosti, pretože $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x^2} = 1$.

Iné body nespojitosti f nemá, t. j. neexistujú nevlastné jednostranné limity v bodoch $a \in R$



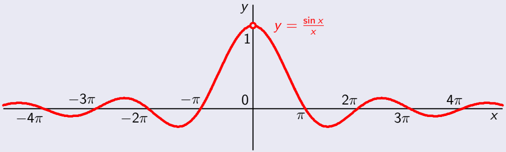
Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = \frac{\sin x}{x}$, $x \in R - \{0\}$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R - \{0\}$.

Bod $x_0 = 0$ je odstrániteľný bod nespojitosti, pretože $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x^2} = 1$.

Iné body nespojitosti f nemá, t. j. neexistujú nevlastné jednostranné limity v bodoch $a \in R$ a funkcia f nemá asymptoty bez smernice (vertikálne).



Asymptotické vlastnosti funkcií

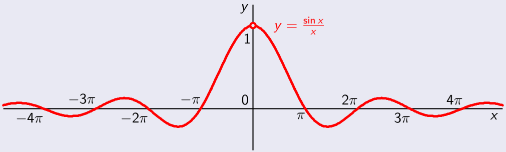
$f(x) = \frac{\sin x}{x}$, $x \in R - \{0\}$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R - \{0\}$.

Bod $x_0 = 0$ je odstrániteľný bod nespojitosti, pretože $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x^2} = 1$.

Iné body nespojitosti f nemá, t. j. neexistujú nevlastné jednostranné limity v bodoch $a \in R$ a funkcia f nemá asymptoty bez smernice (vertikálne).

$$k = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\sin x}{x^2}$$



Asymptotické vlastnosti funkcií

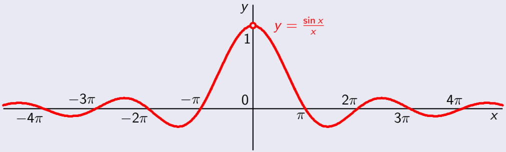
$f(x) = \frac{\sin x}{x}$, $x \in R - \{0\}$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R - \{0\}$.

Bod $x_0 = 0$ je odstrániteľný bod nespojitosti, pretože $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x^2} = 1$.

Iné body nespojitosti f nemá, t. j. neexistujú nevlastné jednostranné limity v bodoch $a \in R$ a funkcia f nemá asymptoty bez smernice (vertikálne).

$$k = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\sin x}{x^2} = \left[\begin{array}{c|c} -1 \leq \sin x \leq 1 & \\ \sin x \text{ je ohraničená} & -\frac{1}{x^2} \leq \frac{\sin x}{x^2} \leq \frac{1}{x^2} \end{array} \right] = 0$$



Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = \frac{\sin x}{x}$, $x \in R - \{0\}$

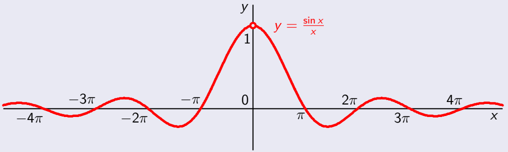
Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R - \{0\}$.

Bod $x_0 = 0$ je odstrániteľný bod nespojitosti, pretože $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x^2} = 1$.

Iné body nespojitosti f nemá, t. j. neexistujú nevlastné jednostranné limity v bodoch $a \in R$ a funkcia f nemá asymptoty bez smernice (vertikálne).

$$k = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{\sin x}{x^2} = \left[\begin{array}{c} -1 \leq \sin x \leq 1 \\ \sin x \text{ je ohraničená} \end{array} \middle| -\frac{1}{x^2} \leq \frac{\sin x}{x^2} \leq \frac{1}{x^2} \right] = 0,$$

$$q = \lim_{x \to \pm\infty} \left[f(x) - kx \right]$$



Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = \frac{\sin x}{x}$, $x \in R - \{0\}$

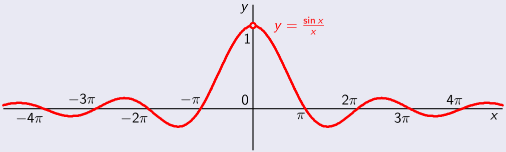
Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R - \{0\}$.

Bod $x_0 = 0$ je odstrániteľný bod nespojitosti, pretože $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x^2} = 1$.

Iné body nespojitosti f nemá, t. j. neexistujú nevlastné jednostranné limity v bodoch $a \in R$ a funkcia f nemá asymptoty bez smernice (vertikálne).

$$k = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{\sin x}{x^2} = \left[\begin{array}{c} -1 \leq \sin x \leq 1 \\ \sin x \text{ je ohraničená} \end{array} \middle| -\tfrac{1}{x^2} \leq \tfrac{\sin x}{x^2} \leq \tfrac{1}{x^2} \right] = 0,$$

$$q = \lim_{x \to \pm\infty} \left[f(x) - kx \right] = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{\sin x}{x}$$



Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = \frac{\sin x}{x}$, $x \in R - \{0\}$

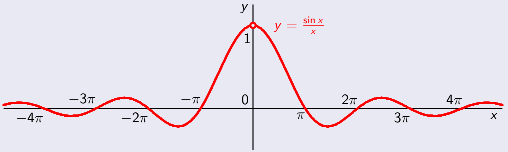
Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R - \{0\}$.

Bod $x_0 = 0$ je odstrániteľný bod nespojitosti, pretože $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x^2} = 1$.

Iné body nespojitosti f nemá, t. j. neexistujú nevlastné jednostranné limity v bodoch $a \in R$ a funkcia f nemá asymptoty bez smernice (vertikálne).

$$k = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\sin x}{x^2} = \left[\begin{array}{c} -1 \leq \sin x \leq 1 \\ \sin x \text{ je ohraničená} \end{array} \middle| -\tfrac{1}{x^2} \leq \tfrac{\sin x}{x^2} \leq \tfrac{1}{x^2} \right] = 0,$$

$$q = \lim_{x\to\pm\infty} \left[f(x) - kx \right] = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\sin x}{x} = \left[\begin{array}{c} -1 \leq \sin x \leq 1 \\ \sin x \text{ je ohraničená} \end{array} \middle| -\tfrac{1}{x} \leq \tfrac{\sin x}{x} \leq \tfrac{1}{x} \right] = 0$$



Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = \frac{\sin x}{x}$, $x \in R - \{0\}$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R - \{0\}$.

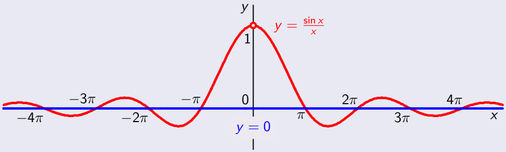
Bod $x_0 = 0$ je odstrániteľný bod nespojitosti, pretože $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x^2} = 1$.

Iné body nespojitosti f nemá, t. j. neexistujú nevlastné jednostranné limity v bodoch $a \in R$ a funkcia f nemá asymptoty bez smernice (vertikálne).

$$k = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{\sin x}{x^2} = \left[\begin{array}{c|c} -1 \leq \sin x \leq 1 & \\ \sin x \text{ je ohraničená} & -\frac{1}{x^2} \leq \frac{\sin x}{x^2} \leq \frac{1}{x^2} \end{array} \right] = 0,$$

$$q = \lim_{x \to \pm\infty} \left[f(x) - kx \right] = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{\sin x}{x} = \left[\begin{array}{c|c} -1 \leq \sin x \leq 1 & \\ \sin x \text{ je ohraničená} & -\frac{1}{x} \leq \frac{\sin x}{x} \leq \frac{1}{x} \end{array} \right] = 0.$$

Priamka $y = kx + q = 0 \cdot x + 0$,



Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = \frac{\sin x}{x}$, $x \in R - \{0\}$ pre $x \to \pm\infty$ osciluje okolo asymptoty $y = 0$.

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R - \{0\}$.

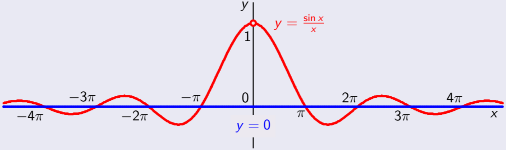
Bod $x_0 = 0$ je odstrániteľný bod nespojitosti, pretože $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x^2} = 1$.

Iné body nespojitosti f nemá, t. j. neexistujú nevlastné jednostranné limity v bodoch $a \in R$ a funkcia f nemá asymptoty bez smernice (vertikálne).

$$k = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\sin x}{x^2} = \left[\begin{array}{c|c} -1 \leq \sin x \leq 1 & -\frac{1}{x^2} \leq \frac{\sin x}{x^2} \leq \frac{1}{x^2} \\ \sin x \text{ je ohraničená} & \end{array} \right] = 0,$$

$$q = \lim_{x\to\pm\infty} \left[f(x) - kx \right] = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\sin x}{x} = \left[\begin{array}{c|c} -1 \leq \sin x \leq 1 & -\frac{1}{x} \leq \frac{\sin x}{x} \leq \frac{1}{x} \\ \sin x \text{ je ohraničená} & \end{array} \right] = 0.$$

Priamka $y = kx + q = 0 \cdot x + 0$, t. j. $y = 0$ je asymptota so smernicou funkcie f.



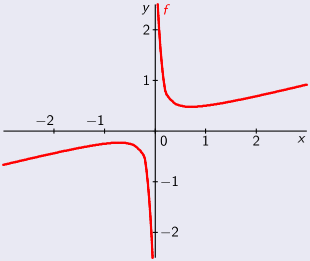
Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = \frac{2x^2+x+1}{8x}$, $x \in R - \{0\}$

Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = \frac{2x^2+x+1}{8x}$, $x \in R - \{0\}$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R - \{0\}$.

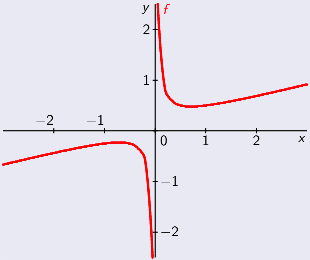


Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = \frac{2x^2+x+1}{8x}$, $x \in R-\{0\}$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R-\{0\}$.

Bod $x_0 = 0$ je neodstrániteľný bod nespojitosti II. druhu,



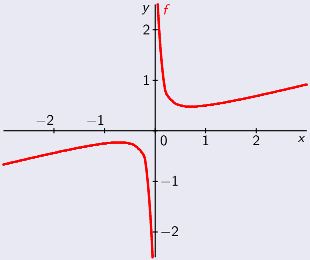
Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = \frac{2x^2+x+1}{8x}$, $x \in R - \{0\}$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R - \{0\}$.

Bod $x_0 = 0$ je neodstrániteľný bod nespojitosti II. druhu,

pretože $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} \left[\frac{x}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8x}\right] = -\infty$, $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \left[\frac{x}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8x}\right] = \infty$.



Asymptotické vlastnosti funkcií

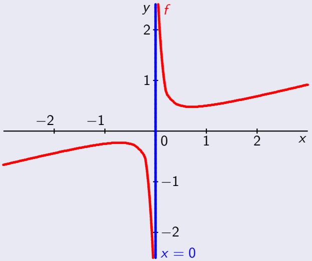
$f(x) = \frac{2x^2+x+1}{8x}$, $x \in R - \{0\}$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R - \{0\}$.

Bod $x_0 = 0$ je neodstrániteľný bod nespojitosti II. druhu,

pretože $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^-} \left[\frac{x}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8x}\right] = -\infty$, $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} \left[\frac{x}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8x}\right] = \infty$.

Priamka $x = 0$ je asymptotou bez smernice.



Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = \frac{2x^2+x+1}{8x}$, $x \in R - \{0\}$

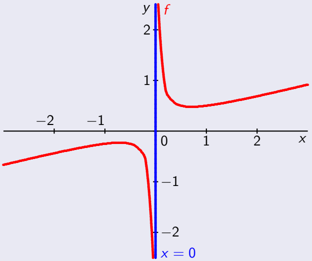
Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R - \{0\}$.

Bod $x_0 = 0$ je neodstrániteľný bod nespojitosti II. druhu,

pretože $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} \left[\frac{x}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8x}\right] = -\infty$, $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \left[\frac{x}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8x}\right] = \infty$.

Priamka $x = 0$ je asymptotou bez smernice.

$$k = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{2x^2+x+1}{8x^2}$$



Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = \frac{2x^2+x+1}{8x}$, $x \in R - \{0\}$

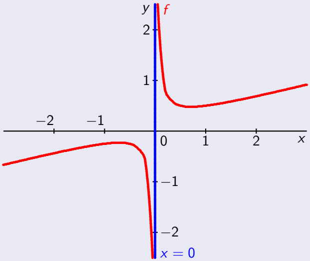
Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R - \{0\}$.

Bod $x_0 = 0$ je neodstrániteľný bod nespojitosti II. druhu,

pretože $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} \left[\frac{x}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8x}\right] = -\infty$, $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \left[\frac{x}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8x}\right] = \infty$.

Priamka $x = 0$ je asymptotou bez smernice.

$$k = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{2x^2+x+1}{8x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{8x} + \frac{1}{8x^2}\right] = \frac{1}{4}$$



Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = \frac{2x^2+x+1}{8x}$, $x \in R - \{0\}$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R - \{0\}$.

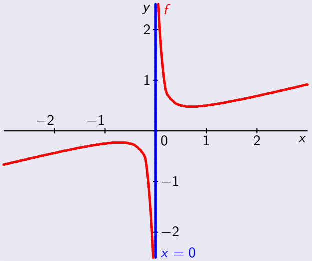
Bod $x_0 = 0$ je neodstrániteľný bod nespojitosti II. druhu,

pretože $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} \left[\frac{x}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8x}\right] = -\infty$, $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \left[\frac{x}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8x}\right] = \infty$.

Priamka $x = 0$ je asymptotou bez smernice.

$$k = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{2x^2+x+1}{8x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{8x} + \frac{1}{8x^2}\right] = \frac{1}{4},$$

$$q = \lim_{x\to\pm\infty} \left[f(x) - kx\right]$$



Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = \frac{2x^2+x+1}{8x}$, $x \in R - \{0\}$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R - \{0\}$.

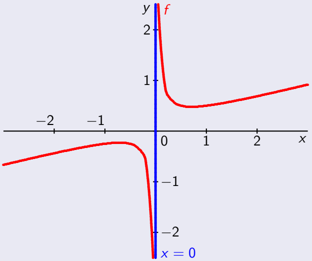
Bod $x_0 = 0$ je neodstrániteľný bod nespojitosti II. druhu,

pretože $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} \left[\frac{x}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8x}\right] = -\infty$, $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \left[\frac{x}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8x}\right] = \infty$.

Priamka $x = 0$ je asymptotou bez smernice.

$$k = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{2x^2+x+1}{8x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{8x} + \frac{1}{8x^2}\right] = \frac{1}{4},$$

$$q = \lim_{x\to\pm\infty} \left[f(x) - kx\right] = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{x}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8x} - \frac{x}{4}\right] = \frac{1}{8}.$$



Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = \frac{2x^2+x+1}{8x}$, $x \in R-\{0\}$ má asymptoty $x=0$ a $y=\frac{2x+1}{8}$, $x \in R$.

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R-\{0\}$.

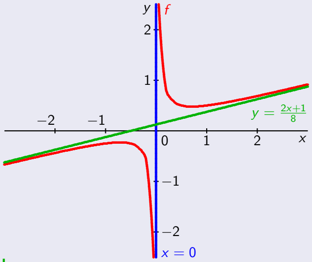
Bod $x_0 = 0$ je neodstrániteľný bod nespojitosti II. druhu,

pretože $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} \left[\frac{x}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8x}\right] = -\infty$, $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \left[\frac{x}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8x}\right] = \infty$.

Priamka $x=0$ je asymptotou bez smernice.

$$k = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{2x^2+x+1}{8x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{1}{4}+\frac{1}{8x}+\frac{1}{8x^2}\right] = \frac{1}{4},$$

$$q = \lim_{x\to\pm\infty} \left[f(x)-kx\right] = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{x}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8x} - \frac{x}{4}\right] = \frac{1}{8}.$$



Priamka $y = \frac{x}{4}+\frac{1}{8} = \frac{2x+1}{8}$, $x \in R$

je asymptotou so smernicou.

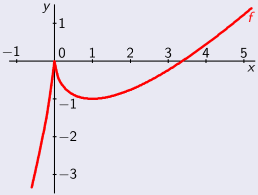
Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2},\ x \in R$

Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$, $x \in R$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R$.

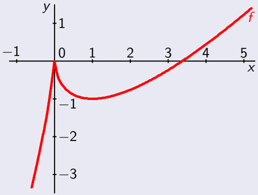


Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$, $x \in R$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R$.

Funkcia f nemá body nespojitosti,

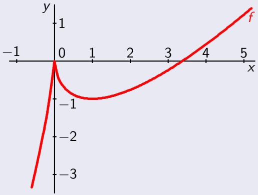


Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$, $x \in R$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R$.

Funkcia f nemá body nespojitosti, t. j. neexistujú jednostranné nevlastné limity v bodoch $a \in R$

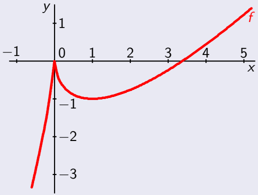


Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$, $x \in R$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R$.

Funkcia f nemá body nespojitosti, t. j. neexistujú jednostranné nevlastné limity v bodoch $a \in R$ a funkcia f nemá asymptoty bez smernice (vertikálne).



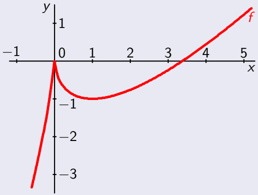
Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$, $x \in R$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R$.

Funkcia f nemá body nespojitosti, t. j. neexistujú jednostranné nevlastné limity v bodoch $a \in R$ a funkcia f nemá asymptoty bez smernice (vertikálne).

$$k = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{2x - 3\sqrt[3]{x^2}}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3\sqrt[3]{x^2}}{x}\right]$$



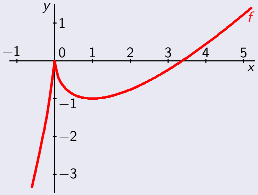
Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2},\ x \in R$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R$.

Funkcia f nemá body nespojitosti, t. j. neexistujú jednostranné nevlastné limity v bodoch $a \in R$ a funkcia f nemá asymptoty bez smernice (vertikálne).

$$k = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{2x - 3\sqrt[3]{x^2}}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3\sqrt[3]{x^2}}{x}\right] = \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3\sqrt[3]{|x|^2}}{\operatorname{sgn} x \cdot |x|} \qquad \right]$$



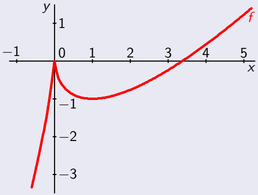
Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2},\ x \in R$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R$.

Funkcia f nemá body nespojitosti, t. j. neexistujú jednostranné nevlastné limity v bodoch $a \in R$ a funkcia f nemá asymptoty bez smernice (vertikálne).

$$k = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{2x - 3\sqrt[3]{x^2}}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3\sqrt[3]{x^2}}{x}\right] = \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3\sqrt[3]{|x|^2}}{\operatorname{sgn} x \cdot |x|} \cdot \frac{\sqrt[3]{|x|}}{\sqrt[3]{|x|}}\right]$$



Asymptotické vlastnosti funkcií

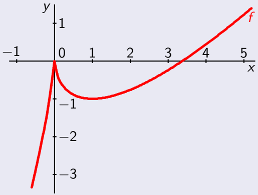
$f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$, $x \in R$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R$.

Funkcia f nemá body nespojitosti, t. j. neexistujú jednostranné nevlastné limity v bodoch $a \in R$ a funkcia f nemá asymptoty bez smernice (vertikálne).

$$k = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{2x - 3\sqrt[3]{x^2}}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3\sqrt[3]{x^2}}{x}\right] = \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3\sqrt[3]{|x|^2}}{\operatorname{sgn} x \cdot |x|} \cdot \frac{\sqrt[3]{|x|}}{\sqrt[3]{|x|}}\right]$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3 \cdot |x|}{\operatorname{sgn} x \cdot |x| \cdot \sqrt[3]{|x|}}\right]$$



Asymptotické vlastnosti funkcií

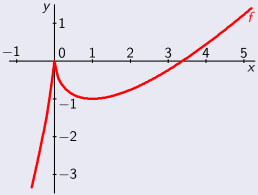
$f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2},\ x \in R$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R$.

Funkcia f nemá body nespojitosti, t. j. neexistujú jednostranné nevlastné limity v bodoch $a \in R$ a funkcia f nemá asymptoty bez smernice (vertikálne).

$$k = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{2x-3\sqrt[3]{x^2}}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3\sqrt[3]{x^2}}{x}\right] = \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3\sqrt[3]{|x|^2}}{\operatorname{sgn} x \cdot |x|} \cdot \frac{\sqrt[3]{|x|}}{\sqrt[3]{|x|}}\right]$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3 \cdot |x|}{\operatorname{sgn} x \cdot |x| \cdot \sqrt[3]{|x|}}\right] = \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3}{\operatorname{sgn} x \cdot \sqrt[3]{|x|}}\right] = 2 - \frac{3}{\pm\infty} = 2,$$



Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$, $x \in R$

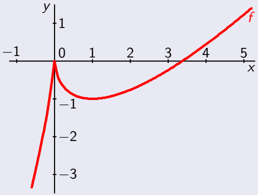
Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R$.

Funkcia f nemá body nespojitosti, t. j. neexistujú jednostranné nevlastné limity v bodoch $a \in R$ a funkcia f nemá asymptoty bez smernice (vertikálne).

$$k = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{2x-3\sqrt[3]{x^2}}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3\sqrt[3]{x^2}}{x}\right] = \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3\sqrt[3]{|x|^2}}{\operatorname{sgn} x \cdot |x|} \cdot \frac{\sqrt[3]{|x|}}{\sqrt[3]{|x|}}\right]$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3\cdot|x|}{\operatorname{sgn} x\cdot|x|\cdot\sqrt[3]{|x|}}\right] = \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3}{\operatorname{sgn} x\cdot\sqrt[3]{|x|}}\right] = 2 - \frac{3}{\pm\infty} = 2,$$

$$q = \lim_{x\to\pm\infty} [f(x) - kx] = \lim_{x\to\pm\infty} [2x - 3\sqrt[3]{x^2} - 2x]$$



Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$, $x \in R$

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R$.

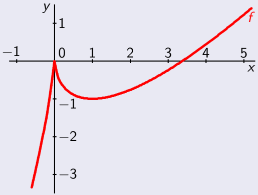
Funkcia f nemá body nespojitosti, t. j. neexistujú jednostranné nevlastné limity v bodoch $a \in R$ a funkcia f nemá asymptoty bez smernice (vertikálne).

$$k = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{2x-3\sqrt[3]{x^2}}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3\sqrt[3]{x^2}}{x}\right] = \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3\sqrt[3]{|x|^2}}{\operatorname{sgn} x \cdot |x|} \cdot \frac{\sqrt[3]{|x|}}{\sqrt[3]{|x|}}\right]$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3\cdot|x|}{\operatorname{sgn} x \cdot |x| \cdot \sqrt[3]{|x|}}\right] = \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3}{\operatorname{sgn} x \cdot \sqrt[3]{|x|}}\right] = 2 - \frac{3}{\pm\infty} = 2,$$

$$q = \lim_{x\to\pm\infty} [f(x) - kx] = \lim_{x\to\pm\infty} [2x - 3\sqrt[3]{x^2} - 2x]$$

$$= -3 \lim_{x\to\pm\infty} \sqrt[3]{x^2} = \pm\infty \notin R.$$



Asymptotické vlastnosti funkcií

$f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$, $x \in R$ nemá žiadne asymptoty.

Funkcia f je spojitá pre všetky $x \in D(f) = R$.

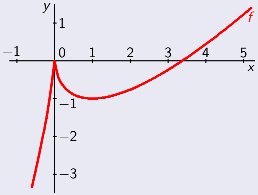
Funkcia f nemá body nespojitosti, t. j. neexistujú jednostranné nevlastné limity v bodoch $a \in R$ a funkcia f nemá asymptoty bez smernice (vertikálne).

$$k = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{2x-3\sqrt[3]{x^2}}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3\sqrt[3]{x^2}}{x}\right] = \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3\sqrt[3]{|x|^2}}{\operatorname{sgn} x \cdot |x|} \cdot \frac{\sqrt[3]{|x|}}{\sqrt[3]{|x|}}\right]$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3\cdot|x|}{\operatorname{sgn} x \cdot |x| \cdot \sqrt[3]{|x|}}\right] = \lim_{x\to\pm\infty} \left[2 - \frac{3}{\operatorname{sgn} x \cdot \sqrt[3]{|x|}}\right] = 2 - \frac{3}{\pm\infty} = 2,$$

$$q = \lim_{x\to\pm\infty} [f(x) - kx] = \lim_{x\to\pm\infty} \left[2x - 3\sqrt[3]{x^2} - 2x\right]$$

$$= -3 \lim_{x\to\pm\infty} \sqrt[3]{x^2} = \pm\infty \notin R.$$



Asymptoty so smernicou neexistujú.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Vyšetriť priebeh funkcie f znamená určiť:

Vyšetrenie priebehu funkcie

Vyšetriť priebeh funkcie f znamená určiť:

- Definičný obor $D(f)$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Vyšetriť priebeh funkcie f znamená určiť:

- Definičný obor $D(f)$, body a intervaly spojitosti a nespojitosti.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Vyšetriť priebeh funkcie f znamená určiť:

- Definičný obor $D(f)$, body a intervaly spojitosti a nespojitosti.
- Párnosť, nepárnosť, periodickosť,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Vyšetriť priebeh funkcie f znamená určiť:

- Definičný obor $D(f)$, body a intervaly spojitosti a nespojitosti.
- Párnosť, nepárnosť, periodickosť, resp. iné špeciálne vlastnosti.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Vyšetriť priebeh funkcie f znamená určiť:

- Definičný obor $D(f)$, body a intervaly spojitosti a nespojitosti.
- Párnosť, nepárnosť, periodickosť, resp. iné špeciálne vlastnosti.
- Jednostranné limity v bodoch nespojitosti,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Vyšetriť priebeh funkcie f znamená určiť:

- Definičný obor $D(f)$, body a intervaly spojitosti a nespojitosti.
- Párnosť, nepárnosť, periodickosť, resp. iné špeciálne vlastnosti.
- Jednostranné limity v bodoch nespojitosti,
  v hraničných bodoch

Vyšetrenie priebehu funkcie

Vyšetriť priebeh funkcie f znamená určiť:

- Definičný obor $D(f)$, body a intervaly spojitosti a nespojitosti.
- Párnosť, nepárnosť, periodickosť, resp. iné špeciálne vlastnosti.
- Jednostranné limity v bodoch nespojitosti, v hraničných bodoch a v bodoch $\pm\infty$.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Vyšetriť priebeh funkcie f znamená určiť:

- Definičný obor $D(f)$, body a intervaly spojitosti a nespojitosti.
- Párnosť, nepárnosť, periodickosť, resp. iné špeciálne vlastnosti.
- Jednostranné limity v bodoch nespojitosti,
  v hraničných bodoch a v bodoch $\pm\infty$.
- Nulové body,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Vyšetriť priebeh funkcie f znamená určiť:

- Definičný obor $D(f)$, body a intervaly spojitosti a nespojitosti.
- Párnosť, nepárnosť, periodickosť, resp. iné špeciálne vlastnosti.
- Jednostranné limity v bodoch nespojitosti,
  v hraničných bodoch a v bodoch $\pm\infty$.
- Nulové body, intervaly, na ktorých je funkcia kladná a záporná.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Vyšetriť priebeh funkcie f znamená určiť:

- Definičný obor $D(f)$, body a intervaly spojitosti a nespojitosti.
- Párnosť, nepárnosť, periodickosť, resp. iné špeciálne vlastnosti.
- Jednostranné limity v bodoch nespojitosti,
  v hraničných bodoch a v bodoch $\pm\infty$.
- Nulové body, intervaly, na ktorých je funkcia kladná a záporná.
- f',

Vyšetrenie priebehu funkcie

Vyšetriť priebeh funkcie f znamená určiť:

- Definičný obor $D(f)$, body a intervaly spojitosti a nespojitosti.
- Párnosť, nepárnosť, periodickosť, resp. iné špeciálne vlastnosti.
- Jednostranné limity v bodoch nespojitosti,
  v hraničných bodoch a v bodoch $\pm\infty$.
- Nulové body, intervaly, na ktorých je funkcia kladná a záporná.
- f', stacionárne body,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Vyšetriť priebeh funkcie f znamená určiť:

- Definičný obor $D(f)$, body a intervaly spojitosti a nespojitosti.
- Párnosť, nepárnosť, periodickosť, resp. iné špeciálne vlastnosti.
- Jednostranné limity v bodoch nespojitosti,
  v hraničných bodoch a v bodoch $\pm\infty$.
- Nulové body, intervaly, na ktorých je funkcia kladná a záporná.
- f', stacionárne body, lokálne a globálne extrémy,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Vyšetriť priebeh funkcie f znamená určiť:

- Definičný obor $D(f)$, body a intervaly spojitosti a nespojitosti.
- Párnosť, nepárnosť, periodickosť, resp. iné špeciálne vlastnosti.
- Jednostranné limity v bodoch nespojitosti, v hraničných bodoch a v bodoch $\pm\infty$.
- Nulové body, intervaly, na ktorých je funkcia kladná a záporná.
- f', stacionárne body, lokálne a globálne extrémy, intervaly, na ktorých je funkcia rastúca, klesajúca a konštantná.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Vyšetriť priebeh funkcie f znamená určiť:

- Definičný obor $D(f)$, body a intervaly spojitosti a nespojitosti.
- Párnosť, nepárnosť, periodickosť, resp. iné špeciálne vlastnosti.
- Jednostranné limity v bodoch nespojitosti,
  v hraničných bodoch a v bodoch $\pm\infty$.
- Nulové body, intervaly, na ktorých je funkcia kladná a záporná.
- f', stacionárne body, lokálne a globálne extrémy,
  intervaly, na ktorých je funkcia rastúca, klesajúca a konštantná.
- f'',

Vyšetrenie priebehu funkcie

Vyšetriť priebeh funkcie f znamená určiť:

- Definičný obor $D(f)$, body a intervaly spojitosti a nespojitosti.
- Párnosť, nepárnosť, periodickosť, resp. iné špeciálne vlastnosti.
- Jednostranné limity v bodoch nespojitosti, v hraničných bodoch a v bodoch $\pm\infty$.
- Nulové body, intervaly, na ktorých je funkcia kladná a záporná.
- f', stacionárne body, lokálne a globálne extrémy, intervaly, na ktorých je funkcia rastúca, klesajúca a konštantná.
- f'', inflexné body,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Vyšetriť priebeh funkcie f znamená určiť:

- Definičný obor $D(f)$, body a intervaly spojitosti a nespojitosti.
- Párnosť, nepárnosť, periodickosť, resp. iné špeciálne vlastnosti.
- Jednostranné limity v bodoch nespojitosti, v hraničných bodoch a v bodoch $\pm\infty$.
- Nulové body, intervaly, na ktorých je funkcia kladná a záporná.
- f', stacionárne body, lokálne a globálne extrémy, intervaly, na ktorých je funkcia rastúca, klesajúca a konštantná.
- f'', inflexné body, intervaly, na ktorých je funkcia konvexná a konkávna.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Vyšetriť priebeh funkcie f znamená určiť:

- Definičný obor $D(f)$, body a intervaly spojitosti a nespojitosti.
- Párnosť, nepárnosť, periodickosť, resp. iné špeciálne vlastnosti.
- Jednostranné limity v bodoch nespojitosti, v hraničných bodoch a v bodoch $\pm\infty$.
- Nulové body, intervaly, na ktorých je funkcia kladná a záporná.
- f', stacionárne body, lokálne a globálne extrémy, intervaly, na ktorých je funkcia rastúca, klesajúca a konštantná.
- f'', inflexné body, intervaly, na ktorých je funkcia konvexná a konkávna.
- Asymptoty bez smernice a asymptoty so smernicou.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Vyšetriť priebeh funkcie f znamená určiť:

- Definičný obor $D(f)$, body a intervaly spojitosti a nespojitosti.
- Párnosť, nepárnosť, periodickosť, resp. iné špeciálne vlastnosti.
- Jednostranné limity v bodoch nespojitosti,
  v hraničných bodoch a v bodoch $\pm\infty$.
- Nulové body, intervaly, na ktorých je funkcia kladná a záporná.
- f', stacionárne body, lokálne a globálne extrémy,
  intervaly, na ktorých je funkcia rastúca, klesajúca a konštantná.
- f'', inflexné body, intervaly, na ktorých je funkcia konvexná a konkávna.
- Asymptoty bez smernice a asymptoty so smernicou.
- Obor hodnôt $H(f)$

Vyšetrenie priebehu funkcie

Vyšetriť priebeh funkcie f znamená určiť:

- Definičný obor $D(f)$, body a intervaly spojitosti a nespojitosti.
- Párnosť, nepárnosť, periodickosť, resp. iné špeciálne vlastnosti.
- Jednostranné limity v bodoch nespojitosti,
  v hraničných bodoch a v bodoch $\pm\infty$.
- Nulové body, intervaly, na ktorých je funkcia kladná a záporná.
- f', stacionárne body, lokálne a globálne extrémy,
  intervaly, na ktorých je funkcia rastúca, klesajúca a konštantná.
- f'', inflexné body, intervaly, na ktorých je funkcia konvexná a konkávna.
- Asymptoty bez smernice a asymptoty so smernicou.
- Obor hodnôt $H(f)$ a načrtnúť graf funkcie.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0.$

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0$.

Hodnota $f(0) = 0$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0$.

Hodnota $f(0) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0)$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0$.

Hodnota $f(0) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0)$, f je kladná na $(0; \infty)$.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0$.

Hodnota $f(0) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0)$, f je kladná na $(0; \infty)$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $x \in R$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0.$

Hodnota $f(0) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0)$, f je kladná na $(0; \infty)$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $x \in R$, $f'(-1) = f'(1) = 0$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f)=R$, f je spojitá pre všetky $x\in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0.$

Hodnota $f(0) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0)$, f je kladná na $(0; \infty)$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $x\in R$, $f'(-1)=f'(1)=0$,

f je rastúca na $\langle -1; 1\rangle$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f)=R$, f je spojitá pre všetky $x\in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0$.

Hodnota $f(0) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0)$, f je kladná na $(0; \infty)$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $x\in R$, $f'(-1)=f'(1)=0$,

f je rastúca na $\langle -1; 1\rangle$, f je klesajúca na $(-\infty; -1\rangle$ a na $\langle 1; \infty)$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0.$

Hodnota $f(0) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0)$, f je kladná na $(0; \infty)$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $x \in R$, $f'(-1) = f'(1) = 0$,

f je rastúca na $\langle -1; 1\rangle$, f je klesajúca na $(-\infty; -1\rangle$ a na $\langle 1; \infty)$,

$f(-1) = -2$ je lokálne aj globálne min,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0.$

Hodnota $f(0) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0)$, f je kladná na $(0; \infty)$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $x \in R$, $f'(-1) = f'(1) = 0$,

f je rastúca na $\langle -1; 1\rangle$, f je klesajúca na $(-\infty; -1\rangle$ a na $\langle 1; \infty)$,

$f(-1) = -2$ je lokálne aj globálne min, $f(1) = 2$ je lokálne aj globálne max.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0.$

Hodnota $f(0) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0)$, f je kladná na $(0; \infty)$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $x \in R$, $f'(-1) = f'(1) = 0$,

f je rastúca na $\langle -1; 1\rangle$, f je klesajúca na $(-\infty; -1\rangle$ a na $\langle 1; \infty)$,

$f(-1) = -2$ je lokálne aj globálne min, $f(1) = 2$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$, $x \in R$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f)=R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0.$

Hodnota $f(0) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0)$, f je kladná na $(0; \infty)$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $x \in R$, $f'(-1)=f'(1)=0$,

f je rastúca na $\langle -1; 1\rangle$, f je klesajúca na $(-\infty; -1\rangle$ a na $\langle 1; \infty)$,

$f(-1)=-2$ je lokálne aj globálne min, $f(1)=2$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$, $x \in R$, $f''(-\sqrt{3})=f''(0)=f''(\sqrt{3})=0$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f)=R$, f je spojitá pre všetky $x\in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0.$

Hodnota $f(0) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0)$, f je kladná na $(0; \infty)$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $x\in R$, $f'(-1)=f'(1)=0$,

f je rastúca na $\langle -1; 1\rangle$, f je klesajúca na $(-\infty; -1\rangle$ a na $\langle 1; \infty)$,

$f(-1)=-2$ je lokálne aj globálne min, $f(1)=2$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$, $x\in R$, $f''(-\sqrt{3})=f''(0)=f''(\sqrt{3})=0$, $f(\pm\sqrt{3}) = \pm\frac{\sqrt{3}}{4}$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0$.

Hodnota $f(0) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0)$, f je kladná na $(0; \infty)$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $x \in R$, $f'(-1) = f'(1) = 0$,

f je rastúca na $\langle -1; 1\rangle$, f je klesajúca na $(-\infty; -1\rangle$ a na $\langle 1; \infty)$,

$f(-1) = -2$ je lokálne aj globálne min, $f(1) = 2$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$, $x \in R$, $f''(-\sqrt{3}) = f''(0) = f''(\sqrt{3}) = 0$, $f(\pm\sqrt{3}) = \pm\frac{\sqrt{3}}{4}$,

f je rýdzo konkávna na $(-\infty; -\sqrt{3}\rangle$ a na $\langle 0; \sqrt{3}\rangle$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0.$

Hodnota $f(0) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0)$, f je kladná na $(0; \infty)$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $x \in R$, $f'(-1) = f'(1) = 0$,

f je rastúca na $\langle -1; 1\rangle$, f je klesajúca na $(-\infty; -1\rangle$ a na $\langle 1; \infty)$,
$f(-1) = -2$ je lokálne aj globálne min, $f(1) = 2$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$, $x \in R$, $f''(-\sqrt{3}) = f''(0) = f''(\sqrt{3}) = 0$, $f(\pm\sqrt{3}) = \pm\frac{\sqrt{3}}{4}$,

f je rýdzo konkávna na $(-\infty; -\sqrt{3}\rangle$ a na $\langle 0; \sqrt{3}\rangle$, f je rýdzo konvexná na $\langle -\sqrt{3}; 0\rangle$ a na $\langle \sqrt{3}; \infty)$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0$.

Hodnota $f(0) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0)$, f je kladná na $(0; \infty)$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $x \in R$, $f'(-1) = f'(1) = 0$,

f je rastúca na $\langle -1; 1\rangle$, f je klesajúca na $(-\infty; -1\rangle$ a na $\langle 1; \infty)$,

$f(-1) = -2$ je lokálne aj globálne min, $f(1) = 2$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$, $x \in R$, $f''(-\sqrt{3}) = f''(0) = f''(\sqrt{3}) = 0$, $f(\pm\sqrt{3}) = \pm\frac{\sqrt{3}}{4}$,

f je rýdzo konkávna na $(-\infty; -\sqrt{3}\rangle$ a na $\langle 0; \sqrt{3}\rangle$, f je rýdzo konvexná na $\langle -\sqrt{3}; 0\rangle$ a na $\langle \sqrt{3}; \infty)$, inflexné body sú $\pm\sqrt{3}$, 0.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0.$

Hodnota $f(0) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0)$, f je kladná na $(0; \infty)$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $x \in R$, $f'(-1) = f'(1) = 0$,

f je rastúca na $\langle -1; 1\rangle$, f je klesajúca na $(-\infty; -1\rangle$ a na $\langle 1; \infty)$,

$f(-1) = -2$ je lokálne aj globálne min, $f(1) = 2$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$, $x \in R$, $f''(-\sqrt{3}) = f''(0) = f''(\sqrt{3}) = 0$, $f(\pm\sqrt{3}) = \pm\frac{\sqrt{3}}{4}$,

f je rýdzo konkávna na $(-\infty; -\sqrt{3}\rangle$ a na $\langle 0; \sqrt{3}\rangle$, f je rýdzo konvexná na $\langle -\sqrt{3}; 0\rangle$ a na $\langle \sqrt{3}; \infty)$, inflexné body sú $\pm\sqrt{3}$, 0.

Asymptota so smernicou je $y = 0$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0$.

Hodnota $f(0) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0)$, f je kladná na $(0; \infty)$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $x \in R$, $f'(-1) = f'(1) = 0$,

f je rastúca na $\langle -1; 1\rangle$, f je klesajúca na $(-\infty; -1\rangle$ a na $\langle 1; \infty)$,
$f(-1) = -2$ je lokálne aj globálne min, $f(1) = 2$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$, $x \in R$, $f''(-\sqrt{3}) = f''(0) = f''(\sqrt{3}) = 0$, $f(\pm\sqrt{3}) = \pm\frac{\sqrt{3}}{4}$,

f je rýdzo konkávna na $(-\infty; -\sqrt{3}\rangle$ a na $\langle 0; \sqrt{3}\rangle$, f je rýdzo konvexná na $\langle -\sqrt{3}; 0\rangle$ a na $\langle \sqrt{3}; \infty)$, inflexné body sú $\pm\sqrt{3}$, 0.

Asymptota so smernicou je $y = 0$, asymptoty bez smernice neexistujú.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f)=R$, f je spojitá pre všetky $x\in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0$.

Hodnota $f(0) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0)$, f je kladná na $(0; \infty)$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $x\in R$, $f'(-1)=f'(1)=0$,

f je rastúca na $\langle -1; 1\rangle$, f je klesajúca na $(-\infty; -1\rangle$ a na $\langle 1; \infty)$,
$f(-1)=-2$ je lokálne aj globálne min, $f(1)=2$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$, $x\in R$, $f''(-\sqrt{3})=f''(0)=f''(\sqrt{3})=0$, $f(\pm\sqrt{3}) = \pm\frac{\sqrt{3}}{4}$,

f je rýdzo konkávna na $(-\infty; -\sqrt{3}\rangle$ a na $\langle 0; \sqrt{3}\rangle$, f je rýdzo konvexná na $\langle -\sqrt{3}; 0\rangle$ a na $\langle \sqrt{3}; \infty)$, inflexné body sú $\pm\sqrt{3}$, 0.

Asymptota so smernicou je $y=0$, asymptoty bez smernice neexistujú.

Obor hodnôt $H(f) = \langle -2; 2\rangle$.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0$.

Hodnota $f(0) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0)$, f je kladná na $(0; \infty)$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $x \in R$, $f'(-1) = f'(1) = 0$,

f je rastúca na $\langle -1; 1\rangle$, f je klesajúca na $(-\infty; -1\rangle$ a na $\langle 1; \infty)$,
$f(-1) = -2$ je lokálne aj globálne min, $f(1) = 2$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$, $x \in R$, $f''(-\sqrt{3}) = f''(0) = f''(\sqrt{3}) = 0$, $f(\pm\sqrt{3}) = \pm\frac{\sqrt{3}}{4}$,

f je rýdzo konkávna na $(-\infty; -\sqrt{3}\rangle$ a na $\langle 0; \sqrt{3}\rangle$, f je rýdzo konvexná na $\langle -\sqrt{3}; 0\rangle$ a na $\langle \sqrt{3}; \infty)$, inflexné body sú $\pm\sqrt{3}$, 0.

Asymptota so smernicou je $y = 0$, asymptoty bez smernice neexistujú.

Obor hodnôt $H(f) = \langle -2; 2\rangle$.

Tabuľka vybraných hodnôt funkcie,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$, f nemá body nespojitosti.

f nie je periodická, f nie je párna, f je nepárna. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0$.

Hodnota $f(0) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0)$, f je kladná na $(0; \infty)$.

$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$, $x \in R$, $f'(-1) = f'(1) = 0$,

f je rastúca na $\langle -1; 1\rangle$, f je klesajúca na $(-\infty; -1\rangle$ a na $\langle 1; \infty)$,

$f(-1) = -2$ je lokálne aj globálne min, $f(1) = 2$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$, $x \in R$, $f''(-\sqrt{3}) = f''(0) = f''(\sqrt{3}) = 0$, $f(\pm\sqrt{3}) = \pm\frac{\sqrt{3}}{4}$,

f je rýdzo konkávna na $(-\infty; -\sqrt{3}\rangle$ a na $\langle 0; \sqrt{3}\rangle$, f je rýdzo konvexná na $\langle -\sqrt{3}; 0\rangle$ a na $\langle \sqrt{3}; \infty)$, inflexné body sú $\pm\sqrt{3}$, 0.

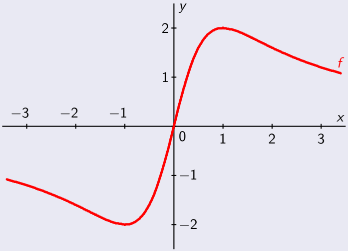
Asymptota so smernicou je $y = 0$, asymptoty bez smernice neexistujú.

Obor hodnôt $H(f) = \langle -2; 2\rangle$.

Tabuľka vybraných hodnôt funkcie, graf funkcie.

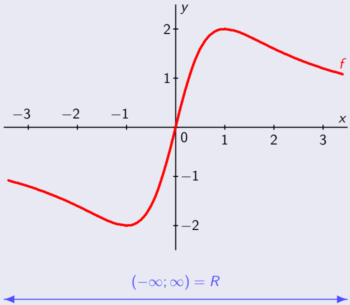
Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.



Vyšetrenie priebehu funkcie

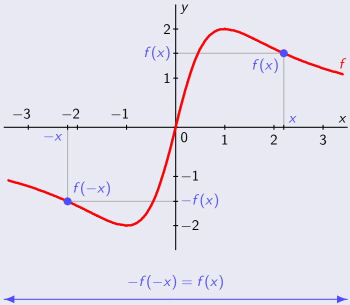
Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.



$D(f) = R$, f je spojitá pre všetky $x \in R$

Vyšetrenie priebehu funkcie

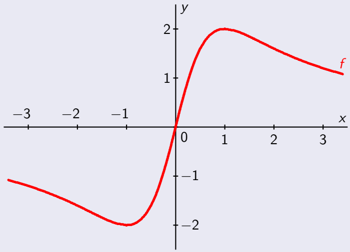
Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.



nie je periodická, nie je párna, je nepárna

Vyšetrenie priebehu funkcie

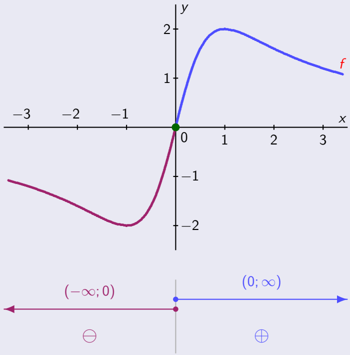
Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.



$$\lim_{x\to-\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0, \quad \lim_{x\to\infty} \frac{4x}{1+x^2} = 0$$

Vyšetrenie priebehu funkcie

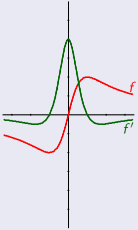
Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

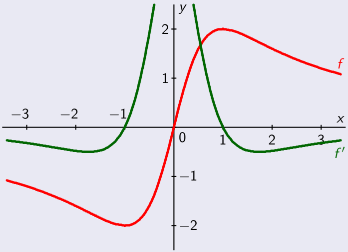


záporná na $(-\infty; 0)$, $f(0) = 0$, kladná na $(0; \infty)$

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

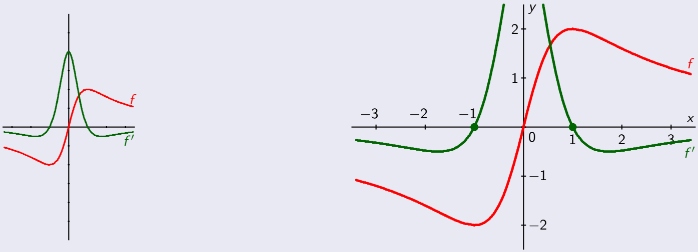




$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2}, \; x \in R,$

Vyšetrenie priebehu funkcie

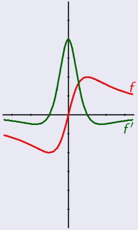
Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

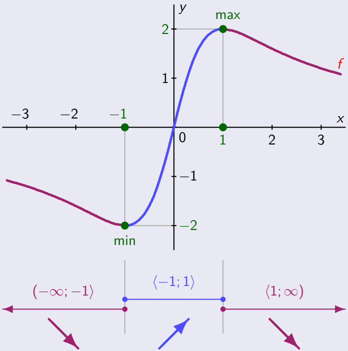


$$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2},\ x \in R, \quad f'(-1) = 0, \quad f'(1) = 0$$

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.



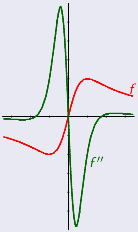


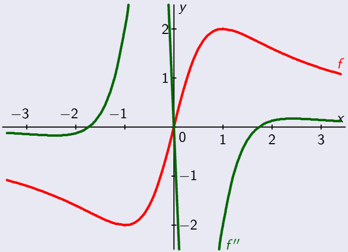
klesá na $(-\infty; -1\rangle$, rastie na $\langle -1; 1\rangle$, klesá na $\langle 1; \infty)$

$f(-1) = -2$ lokálne a globálne min, $f(1) = 2$ lokálne a globálne max

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

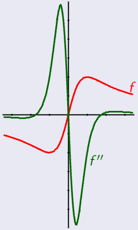


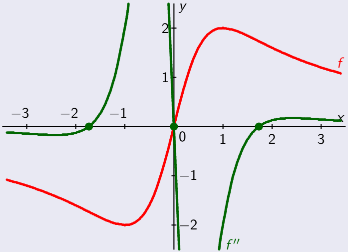


$f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$, $x \in R$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

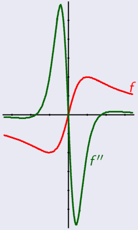


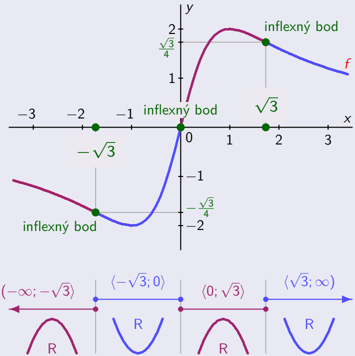


$$f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3},\ x \in R, \quad f''(-\sqrt{3}) = 0, \quad f''(0) = 0, \quad f''(\sqrt{3}) = 0$$

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.



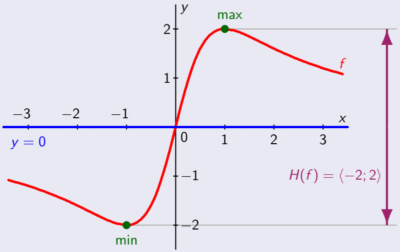


rýdzo konkávna na $(-\infty; -\sqrt{3}\rangle$ a na $\langle 0; \sqrt{3}\rangle$, rýdzo konvexná na $\langle -\sqrt{3}; 0\rangle$ a na $\langle \sqrt{3}; \infty)$

inflexné body $-\sqrt{3}$, 0, $\sqrt{3}$

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

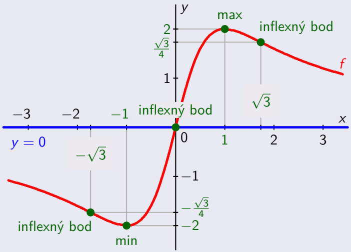


asymptota so smernicou $y = 0$, asymptota bez smernice neexistuje, $H(f) = \langle -2; 2\rangle$

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

<table>
<tr><td>$(-\infty; -\sqrt{3})$</td><td>$(-\sqrt{3}; -1)$</td><td>$(-1; 0)$</td><td>$(0; 1)$</td><td>$(1; \sqrt{3})$</td><td>$(\sqrt{3}; \infty)$</td></tr>
<tr><td colspan="6">0 . . . nulový bod</td></tr>
<tr><td colspan="3">− záporná −
$f(x) = \frac{4x}{1+x^2} < 0$</td><td colspan="3">+ kladná +
$f(x) = \frac{4x}{1+x^2} > 0$</td></tr>
<tr><td colspan="6">−1 . . . lokálne min 1 . . . lokálne max</td></tr>
<tr><td colspan="2">↘ klesá ↘
$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2} < 0$</td><td colspan="2">↗ rastie ↗
$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2} > 0$</td><td colspan="2">↘ klesá ↘
$f'(x) = \frac{4(1-x^2)}{(1+x^2)^2} < 0$</td></tr>
<tr><td colspan="6">$-\sqrt{3}$ . . . inflexný bod 0 . . . inflexný bod $\sqrt{3}$ . . . inflexný bod</td></tr>
<tr><td>∩ konkávna ∩
$f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3} < 0$</td><td>∪ konvexná ∪
$f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3} > 0$</td><td colspan="2">∩ konkávna ∩
$f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3} < 0$</td><td colspan="2">∪ konvexná ∪
$f''(x) = \frac{8x(x^2-3)}{(1+x^2)^3} > 0$</td></tr>
</table>



graf funkcie $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, $x \in R$

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x)=\frac{8x-16}{x^2}=\frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f)=R-\{0\}$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.

Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.
Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.

Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.
Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.

Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to 0} \frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty,$$

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.
Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to 0} \frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty, \quad \lim_{x\to\pm\infty} \frac{8x-16}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right] = 0.$$

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.
Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to 0} \frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty, \quad \lim_{x\to\pm\infty} \frac{8x-16}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right] = 0.$$

Hodnota $f(2) = 0$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.

Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to 0} \frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty, \quad \lim_{x\to\pm\infty} \frac{8x-16}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right] = 0.$$

Hodnota $f(2) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0) \cup (0; 2)$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.
Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to 0} \frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty, \quad \lim_{x\to\pm\infty} \frac{8x-16}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right] = 0.$$

Hodnota $f(2) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0) \cup (0; 2)$, f je kladná na $(2; \infty)$.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.
Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to 0} \frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty, \quad \lim_{x\to\pm\infty} \frac{8x-16}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right] = 0.$$

Hodnota $f(2) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0) \cup (0; 2)$, f je kladná na $(2; \infty)$.

$f'(x) = \frac{8(4-x)}{x^3}$, $x \in R - \{0\}$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.
Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to 0} \frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty, \quad \lim_{x\to\pm\infty} \frac{8x-16}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right] = 0.$$

Hodnota $f(2) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0) \cup (0; 2)$, f je kladná na $(2; \infty)$.

$f'(x) = \frac{8(4-x)}{x^3}$, $x \in R - \{0\}$, $f'(4) = 0$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.
Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to 0} \frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty, \qquad \lim_{x\to\pm\infty} \frac{8x-16}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right] = 0.$$

Hodnota $f(2) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0) \cup (0; 2)$, f je kladná na $(2; \infty)$.

$f'(x) = \frac{8(4-x)}{x^3}$, $x \in R - \{0\}$, $f'(4) = 0$, f je klesajúca na $(-\infty; 0)$ a na $\langle 4; \infty)$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.
Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to 0} \frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty, \quad \lim_{x\to\pm\infty} \frac{8x-16}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right] = 0.$$

Hodnota $f(2) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0) \cup (0; 2)$, f je kladná na $(2; \infty)$.

$f'(x) = \frac{8(4-x)}{x^3}$, $x \in R - \{0\}$, $f'(4) = 0$, f je klesajúca na $(-\infty; 0)$ a na $\langle 4; \infty)$,
f je rastúca na $(0; 4\rangle$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.
Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to 0} \frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty, \quad \lim_{x\to\pm\infty} \frac{8x-16}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right] = 0.$$

Hodnota $f(2) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0) \cup (0; 2)$, f je kladná na $(2; \infty)$.

$f'(x) = \frac{8(4-x)}{x^3}$, $x \in R - \{0\}$, $f'(4) = 0$, f je klesajúca na $(-\infty; 0)$ a na $\langle 4; \infty)$,
f je rastúca na $(0; 4\rangle$, $f(4) = 1$ je lokálne aj globálne max.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.
Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to 0} \frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty, \quad \lim_{x\to\pm\infty} \frac{8x-16}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right] = 0.$$

Hodnota $f(2) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0)\cup(0; 2)$, f je kladná na $(2; \infty)$.

$f'(x) = \frac{8(4-x)}{x^3}$, $x \in R - \{0\}$, $f'(4) = 0$, f je klesajúca na $(-\infty; 0)$ a na $\langle 4; \infty)$,
f je rastúca na $(0; 4\rangle$, $f(4) = 1$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{16(x-6)}{x^4}$, $x \in R - \{0\}$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.
Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty$, $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{8x-16}{x^2} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \left[\frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right] = 0$.

Hodnota $f(2) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0) \cup (0; 2)$, f je kladná na $(2; \infty)$.

$f'(x) = \frac{8(4-x)}{x^3}$, $x \in R - \{0\}$, $f'(4) = 0$, f je klesajúca na $(-\infty; 0)$ a na $\langle 4; \infty)$,
f je rastúca na $(0; 4\rangle$, $f(4) = 1$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{16(x-6)}{x^4}$, $x \in R - \{0\}$, $f''(6) = 0$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.
Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to 0} \frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty, \quad \lim_{x\to\pm\infty} \frac{8x-16}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right] = 0.$$

Hodnota $f(2) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0) \cup (0; 2)$, f je kladná na $(2; \infty)$.

$f'(x) = \frac{8(4-x)}{x^3}$, $x \in R - \{0\}$, $f'(4) = 0$, f je klesajúca na $(-\infty; 0)$ a na $\langle 4; \infty)$,
f je rastúca na $(0; 4\rangle$, $f(4) = 1$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{16(x-6)}{x^4}$, $x \in R - \{0\}$, $f''(6) = 0$, f je rýdzo konvexná na $\langle 6; \infty)$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.
Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to 0} \frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty, \quad \lim_{x\to\pm\infty} \frac{8x-16}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right] = 0.$$

Hodnota $f(2) = 0$, f je záporná na $(-\infty;0)\cup(0;2)$, f je kladná na $(2;\infty)$.

$f'(x) = \frac{8(4-x)}{x^3}$, $x \in R - \{0\}$, $f'(4) = 0$, f je klesajúca na $(-\infty;0)$ a na $\langle 4;\infty)$,
f je rastúca na $(0;4\rangle$, $f(4) = 1$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{16(x-6)}{x^4}$, $x \in R - \{0\}$, $f''(6) = 0$, f je rýdzo konvexná na $\langle 6;\infty)$,
f je rýdzo konkávna na $(-\infty;0)$ a na $(0;6\rangle$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.
Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to 0} \frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty, \quad \lim_{x\to\pm\infty} \frac{8x-16}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right] = 0.$$

Hodnota $f(2) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0) \cup (0; 2)$, f je kladná na $(2; \infty)$.

$f'(x) = \frac{8(4-x)}{x^3}$, $x \in R - \{0\}$, $f'(4) = 0$, f je klesajúca na $(-\infty; 0)$ a na $\langle 4; \infty)$,
f je rastúca na $(0; 4\rangle$, $f(4) = 1$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{16(x-6)}{x^4}$, $x \in R - \{0\}$, $f''(6) = 0$, f je rýdzo konvexná na $\langle 6; \infty)$,
f je rýdzo konkávna na $(-\infty; 0)$ a na $(0; 6\rangle$, inflexný bod je 6,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.
Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to 0} \frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty, \quad \lim_{x\to\pm\infty} \frac{8x-16}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right] = 0.$$

Hodnota $f(2) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0) \cup (0; 2)$, f je kladná na $(2; \infty)$.

$f'(x) = \frac{8(4-x)}{x^3}$, $x \in R - \{0\}$, $f'(4) = 0$, f je klesajúca na $(-\infty; 0)$ a na $\langle 4; \infty)$,
f je rastúca na $(0; 4\rangle$, $f(4) = 1$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{16(x-6)}{x^4}$, $x \in R - \{0\}$, $f''(6) = 0$, f je rýdzo konvexná na $\langle 6; \infty)$,
f je rýdzo konkávna na $(-\infty; 0)$ a na $(0; 6\rangle$, inflexný bod je 6, $f(6) = \frac{8}{9}$.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.
Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to 0} \frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty, \quad \lim_{x\to\pm\infty} \frac{8x-16}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right] = 0.$$

Hodnota $f(2) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0) \cup (0; 2)$, f je kladná na $(2; \infty)$.

$f'(x) = \frac{8(4-x)}{x^3}$, $x \in R - \{0\}$, $f'(4) = 0$, f je klesajúca na $(-\infty; 0)$ a na $\langle 4; \infty)$,
f je rastúca na $(0; 4\rangle$, $f(4) = 1$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{16(x-6)}{x^4}$, $x \in R - \{0\}$, $f''(6) = 0$, f je rýdzo konvexná na $\langle 6; \infty)$,
f je rýdzo konkávna na $(-\infty; 0)$ a na $(0; 6\rangle$, inflexný bod je 6, $f(6) = \frac{8}{9}$.

Asymptota so smernicou je $y = 0$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.
Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to 0} \frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty, \quad \lim_{x\to\pm\infty} \frac{8x-16}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right] = 0.$$

Hodnota $f(2) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0) \cup (0; 2)$, f je kladná na $(2; \infty)$.

$f'(x) = \frac{8(4-x)}{x^3}$, $x \in R - \{0\}$, $f'(4) = 0$, f je klesajúca na $(-\infty; 0)$ a na $\langle 4; \infty)$,
f je rastúca na $(0; 4\rangle$, $f(4) = 1$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{16(x-6)}{x^4}$, $x \in R - \{0\}$, $f''(6) = 0$, f je rýdzo konvexná na $\langle 6; \infty)$,
f je rýdzo konkávna na $(-\infty; 0)$ a na $(0; 6\rangle$, inflexný bod je 6, $f(6) = \frac{8}{9}$.

Asymptota so smernicou je $y = 0$, asymptota bez smernice je $x = 0$.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.

Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to 0} \frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty, \quad \lim_{x\to\pm\infty} \frac{8x-16}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right] = 0.$$

Hodnota $f(2) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0) \cup (0; 2)$, f je kladná na $(2; \infty)$.

$f'(x) = \frac{8(4-x)}{x^3}$, $x \in R - \{0\}$, $f'(4) = 0$, f je klesajúca na $(-\infty; 0)$ a na $\langle 4; \infty)$,

f je rastúca na $(0; 4\rangle$, $f(4) = 1$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{16(x-6)}{x^4}$, $x \in R - \{0\}$, $f''(6) = 0$, f je rýdzo konvexná na $\langle 6; \infty)$,

f je rýdzo konkávna na $(-\infty; 0)$ a na $(0; 6\rangle$, inflexný bod je 6, $f(6) = \frac{8}{9}$.

Asymptota so smernicou je $y = 0$, asymptota bez smernice je $x = 0$.

Obor hodnôt $H(f) = (-\infty; 1\rangle$.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f)=R-\{0\}$, f je spojitá pre všetky $x\in D(f)$.
Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to 0}\frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty, \quad \lim_{x\to\pm\infty}\frac{8x-16}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty}\left[\frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right] = 0.$$

Hodnota $f(2) = 0$, f je záporná na $(-\infty;0)\cup(0;2)$, f je kladná na $(2;\infty)$.

$f'(x)=\frac{8(4-x)}{x^3}$, $x\in R-\{0\}$, $f'(4)=0$, f je klesajúca na $(-\infty;0)$ a na $\langle 4;\infty)$,
f je rastúca na $(0;4\rangle$, $f(4)=1$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{16(x-6)}{x^4}$, $x\in R-\{0\}$, $f''(6)=0$, f je rýdzo konvexná na $\langle 6;\infty)$,
f je rýdzo konkávna na $(-\infty;0)$ a na $(0;6\rangle$, inflexný bod je 6, $f(6) = \frac{8}{9}$.

Asymptota so smernicou je $y=0$, asymptota bez smernice je $x=0$.

Obor hodnôt $H(f) = (-\infty;1\rangle$.

Tabuľka vybraných hodnôt funkcie,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$D(f) = R - \{0\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.
Bod 0 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to 0} \frac{8x-16}{x^2} = \frac{0-16}{0^+} = \frac{-16}{0^+} = -\infty, \quad \lim_{x\to\pm\infty} \frac{8x-16}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \left[\frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right] = 0.$$

Hodnota $f(2) = 0$, f je záporná na $(-\infty; 0) \cup (0; 2)$, f je kladná na $(2; \infty)$.

$f'(x) = \frac{8(4-x)}{x^3}$, $x \in R - \{0\}$, $f'(4) = 0$, f je klesajúca na $(-\infty; 0)$ a na $\langle 4; \infty)$,
f je rastúca na $(0; 4\rangle$, $f(4) = 1$ je lokálne aj globálne max.

$f''(x) = \frac{16(x-6)}{x^4}$, $x \in R - \{0\}$, $f''(6) = 0$, f je rýdzo konvexná na $\langle 6; \infty)$,
f je rýdzo konkávna na $(-\infty; 0)$ a na $(0; 6\rangle$, inflexný bod je 6, $f(6) = \frac{8}{9}$.

Asymptota so smernicou je $y = 0$, asymptota bez smernice je $x = 0$.

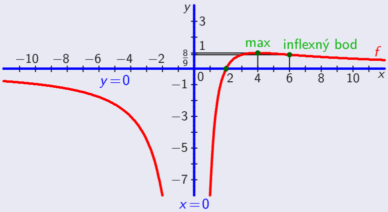
Obor hodnôt $H(f) = (-\infty; 1\rangle$.

Tabuľka vybraných hodnôt funkcie, graf funkcie.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2} = \frac{8(x-2)}{x^2}$.

$(-\infty;0)$	$(0;2)$	$(2;4)$	$(4;6)$	$(6;\infty)$
0 . . . bod nespojitosti	2 . . . nulový bod			
− záporná − $f(x) = \frac{8(x-2)}{x^2} < 0$	− záporná − $f(x) = \frac{8(x-2)}{x^2} < 0$	+ kladná + $f(x) = \frac{8(x-2)}{x^2} > 0$		
		4 . . . lokálne max		
$\searrow$ klesá $\searrow$ $f'(x) = \frac{8(4-x)}{x^3} < 0$	$\nearrow$ rastie $\nearrow$ $f'(x) = \frac{8(4-x)}{x^3} > 0$		$\searrow$ klesá $\searrow$ $f'(x) = \frac{8(4-x)}{x^3} < 0$	
			6 . . . inflexný bod	
$\cap$ konkávna $\cap$ $f''(x) < 0$	$\cap$ konkávna $\cap$ $f''(x) = \frac{16(x-6)}{x^4} < 0$			$\cup$ konvexná $\cup$ $f''(x) > 0$



graf funkcie $f(x) = \frac{8x-16}{x^2}$, $x \in R$

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$D(f) = R - \{-2\}$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$D(f) = R - \{-2\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$D(f) = R - \{-2\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.

Bod -2 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$D(f) = R - \{-2\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.

Bod -2 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

$f(x) = \frac{1-x}{x+2} = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \leq 1$, $x \neq -2$, t. j. pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$D(f) = R - \{-2\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.

Bod -2 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

$f(x) = \frac{1-x}{x+2} = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \leq 1$, $x \neq -2$, t. j. pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$,

$f(x) = \frac{x-1}{x+2} = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \geq 1$, t. j. pre $x \in \langle 1; \infty)$.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$D(f) = R - \{-2\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.

Bod -2 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

$f(x) = \frac{1-x}{x+2} = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \leq 1$, $x \neq -2$, t. j. pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$,

$f(x) = \frac{x-1}{x+2} = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \geq 1$, t. j. pre $x \in \langle 1; \infty)$.

f nie je periodická,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$D(f) = R - \{-2\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.

Bod -2 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

$f(x) = \frac{1-x}{x+2} = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \leq 1$, $x \neq -2$, t. j. pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$,

$f(x) = \frac{x-1}{x+2} = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \geq 1$, t. j. pre $x \in \langle 1; \infty)$.

f nie je periodická, f nie je párna,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$D(f) = R - \{-2\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.

Bod -2 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

$f(x) = \frac{1-x}{x+2} = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \leq 1$, $x \neq -2$, t. j. pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$,

$f(x) = \frac{x-1}{x+2} = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \geq 1$, t. j. pre $x \in \langle 1; \infty)$.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$D(f) = R - \{-2\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.

Bod -2 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

$f(x) = \frac{1-x}{x+2} = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \leq 1$, $x \neq -2$, t. j. pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$,

$f(x) = \frac{x-1}{x+2} = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \geq 1$, t. j. pre $x \in \langle 1; \infty)$.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to -2^-} \frac{1-x}{x+2} = \lim_{x\to -2^-} \left[\frac{3}{x+2} - 1\right] = -\infty,$$

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$D(f) = R - \{-2\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.

Bod -2 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

$f(x) = \frac{1-x}{x+2} = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \leq 1$, $x \neq -2$, t. j. pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$,

$f(x) = \frac{x-1}{x+2} = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \geq 1$, t. j. pre $x \in \langle 1; \infty)$.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to -2^-} \frac{1-x}{x+2} = \lim_{x\to -2^-} \left[\frac{3}{x+2} - 1\right] = -\infty, \quad \lim_{x\to -2^+} \frac{1-x}{x+2} = \lim_{x\to -2^+} \left[\frac{3}{x+2} - 1\right] = \infty.$$

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$D(f) = R - \{-2\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.

Bod -2 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

$f(x) = \frac{1-x}{x+2} = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \leq 1$, $x \neq -2$, t. j. pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$,

$f(x) = \frac{x-1}{x+2} = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \geq 1$, t. j. pre $x \in \langle 1; \infty)$.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to -2^-} \frac{1-x}{x+2} = \lim_{x\to -2^-} \left[\frac{3}{x+2} - 1\right] = -\infty, \quad \lim_{x\to -2^+} \frac{1-x}{x+2} = \lim_{x\to -2^+} \left[\frac{3}{x+2} - 1\right] = \infty.$$

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{1-x}{x+2} = \lim_{x\to \infty} \left[\frac{3}{x+2} - 1\right] = -1,$$

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$D(f) = R - \{-2\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.

Bod -2 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

$f(x) = \frac{1-x}{x+2} = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \leq 1$, $x \neq -2$, t. j. pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$,

$f(x) = \frac{x-1}{x+2} = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \geq 1$, t. j. pre $x \in \langle 1; \infty)$.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$\lim\limits_{x\to-2^-} \frac{1-x}{x+2} = \lim\limits_{x\to-2^-} \left[\frac{3}{x+2} - 1\right] = -\infty$, $\quad \lim\limits_{x\to-2^+} \frac{1-x}{x+2} = \lim\limits_{x\to-2^+} \left[\frac{3}{x+2} - 1\right] = \infty$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1-x}{x+2} = \lim\limits_{x\to\infty} \left[\frac{3}{x+2} - 1\right] = -1$, $\quad \lim\limits_{x\to\infty} \frac{x-1}{x+2} = \lim\limits_{x\to\infty} \left[1 - \frac{3}{x+2}\right] = 1$.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x)=\frac{|x-1|}{x+2}$.

$D(f)=R-\{-2\}$, f je spojitá pre všetky $x\in D(f)$.

Bod -2 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

$f(x)=\frac{1-x}{x+2}=\frac{3}{x+2}-1$ pre $x\leq 1,\ x\neq -2$, t. j. pre $x\in(-\infty;-2)\cup(-2;1\rangle$,

$f(x)=\frac{x-1}{x+2}=1-\frac{3}{x+2}$ pre $x\geq 1$, t. j. pre $x\in\langle 1;\infty)$.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$\lim\limits_{x\to -2^-}\frac{1-x}{x+2}=\lim\limits_{x\to -2^-}\left[\frac{3}{x+2}-1\right]=-\infty$, $\quad\lim\limits_{x\to -2^+}\frac{1-x}{x+2}=\lim\limits_{x\to -2^+}\left[\frac{3}{x+2}-1\right]=\infty$.

$\lim\limits_{x\to -\infty}\frac{1-x}{x+2}=\lim\limits_{x\to\infty}\left[\frac{3}{x+2}-1\right]=-1$, $\quad\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x-1}{x+2}=\lim\limits_{x\to\infty}\left[1-\frac{3}{x+2}\right]=1$.

Hodnota $f(1)=0$, hodnota $f(-2)$ neexistuje,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$D(f) = R - \{-2\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.

Bod -2 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

$f(x) = \frac{1-x}{x+2} = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \leq 1$, $x \neq -2$, t. j. pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$,

$f(x) = \frac{x-1}{x+2} = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \geq 1$, t. j. pre $x \in \langle 1; \infty)$.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to -2^-} \frac{1-x}{x+2} = \lim_{x\to -2^-} \left[\frac{3}{x+2} - 1\right] = -\infty, \quad \lim_{x\to -2^+} \frac{1-x}{x+2} = \lim_{x\to -2^+} \left[\frac{3}{x+2} - 1\right] = \infty.$$

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{1-x}{x+2} = \lim_{x\to \infty} \left[\frac{3}{x+2} - 1\right] = -1, \quad \lim_{x\to \infty} \frac{x-1}{x+2} = \lim_{x\to \infty} \left[1 - \frac{3}{x+2}\right] = 1.$$

Hodnota $f(1) = 0$, hodnota $f(-2)$ neexistuje,

f je záporná na $(-\infty; -2)$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$D(f) = R - \{-2\}$, f je spojitá pre všetky $x \in D(f)$.

Bod -2 je bodom neodstrániteľnej nespojitosti 2. druhu.

$f(x) = \frac{1-x}{x+2} = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \leq 1$, $x \neq -2$, t. j. pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$,

$f(x) = \frac{x-1}{x+2} = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \geq 1$, t. j. pre $x \in \langle 1; \infty)$.

f nie je periodická, f nie je párna, f nie je nepárna.

$$\lim_{x\to -2^-} \frac{1-x}{x+2} = \lim_{x\to -2^-} \left[\frac{3}{x+2} - 1\right] = -\infty, \quad \lim_{x\to -2^+} \frac{1-x}{x+2} = \lim_{x\to -2^+} \left[\frac{3}{x+2} - 1\right] = \infty.$$

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{1-x}{x+2} = \lim_{x\to \infty} \left[\frac{3}{x+2} - 1\right] = -1, \quad \lim_{x\to \infty} \frac{x-1}{x+2} = \lim_{x\to \infty} \left[1 - \frac{3}{x+2}\right] = 1.$$

Hodnota $f(1) = 0$, hodnota $f(-2)$ neexistuje,

f je záporná na $(-\infty; -2)$, f je kladná na $(-2; 1)$ a na $(1; \infty)$.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x) = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$, $f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \in \langle 1; \infty)$.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x) = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$, $f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \in \langle 1; \infty)$.

$f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2}$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1)$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x) = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$, $f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \in \langle 1; \infty)$.

$f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2}$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1)$, $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$ pre $x \in (1; \infty)$.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x) = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$, $\quad f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \in \langle 1; \infty)$.

$f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2}$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1)$, $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f'(1)$ neexistuje,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x) = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$, $f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \in \langle 1; \infty)$.

$f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2}$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1)$, $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f'(1)$ neexistuje, f' nemá nulové body,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x) = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$, $f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \in \langle 1; \infty)$.

$f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2} < 0$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1)$, $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f'(1)$ neexistuje, f' nemá nulové body,

f je klesajúca na $(-\infty; -2)$ a na $(-2; 1\rangle$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x) = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$, $f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \in \langle 1; \infty)$.

$f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2} < 0$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1)$, $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2} > 0$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f'(1)$ neexistuje, f' nemá nulové body,

f je klesajúca na $(-\infty; -2)$ a na $(-2; 1\rangle$, f je rastúca na $\langle 1; \infty)$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x)=\frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x)=\frac{3}{x+2}-1$ pre $x\in(-\infty;-2)\cup(-2;1\rangle$, $f(x)=1-\frac{3}{x+2}$ pre $x\in\langle 1;\infty)$.

$f'(x)=\frac{-3}{(x+2)^2}<0$ pre $x\in(-\infty;-2)\cup(-2;1)$, $f'(x)=\frac{3}{(x+2)^2}>0$ pre $x\in(1;\infty)$.

$f'(1)$ neexistuje, f' nemá nulové body,

f je klesajúca na $(-\infty;-2)$ a na $(-2;1\rangle$, f je rastúca na $\langle 1;\infty)$,

$f(1)=0$ je lokálne minimum,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x) = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$, $f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \in \langle 1; \infty)$.

$f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2} < 0$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1)$, $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2} > 0$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f'(1)$ neexistuje, f' nemá nulové body,

f je klesajúca na $(-\infty; -2)$ a na $(-2; 1\rangle$, f je rastúca na $\langle 1; \infty)$,

$f(1) = 0$ je lokálne minimum, globálne extrémy neexistujú.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x) = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$, $f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \in \langle 1; \infty)$.

$f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2} < 0$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1)$, $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2} > 0$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f'(1)$ neexistuje, f' nemá nulové body,

f je klesajúca na $(-\infty; -2)$ a na $(-2; 1\rangle$, f je rastúca na $\langle 1; \infty)$,

$f(1) = 0$ je lokálne minimum, globálne extrémy neexistujú.

$f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3}$ pre $x \in (-\infty; -2)$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x) = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$, $f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \in \langle 1; \infty)$.

$f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2} < 0$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1)$, $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2} > 0$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f'(1)$ neexistuje, f' nemá nulové body,

f je klesajúca na $(-\infty; -2)$ a na $(-2; 1\rangle$, f je rastúca na $\langle 1; \infty)$,

$f(1) = 0$ je lokálne minimum, globálne extrémy neexistujú.

$f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3}$ pre $x \in (-\infty; -2)$, $f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3}$ pre $x \in (-2; 1)$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x) = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$, $f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \in \langle 1; \infty)$.

$f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2} < 0$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1)$, $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2} > 0$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f'(1)$ neexistuje, f' nemá nulové body,

f je klesajúca na $(-\infty; -2)$ a na $(-2; 1\rangle$, f je rastúca na $\langle 1; \infty)$,

$f(1) = 0$ je lokálne minimum, globálne extrémy neexistujú.

$f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3}$ pre $x \in (-\infty; -2)$, $f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3}$ pre $x \in (-2; 1)$,

$f''(x) = \frac{-6}{(x+2)^3}$ pre $x \in (1; \infty)$.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x) = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$, $f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \in \langle 1; \infty)$.

$f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2} < 0$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1)$, $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2} > 0$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f'(1)$ neexistuje, f' nemá nulové body,

f je klesajúca na $(-\infty; -2)$ a na $(-2; 1\rangle$, f je rastúca na $\langle 1; \infty)$,

$f(1) = 0$ je lokálne minimum, globálne extrémy neexistujú.

$f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3}$ pre $x \in (-\infty; -2)$, $f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3}$ pre $x \in (-2; 1)$,

$f''(x) = \frac{-6}{(x+2)^3}$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f''(1)$ neexistuje,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x) = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$, $f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \in \langle 1; \infty)$.

$f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2} < 0$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1)$, $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2} > 0$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f'(1)$ neexistuje, f' nemá nulové body,

f je klesajúca na $(-\infty; -2)$ a na $(-2; 1\rangle$, f je rastúca na $\langle 1; \infty)$,

$f(1) = 0$ je lokálne minimum, globálne extrémy neexistujú.

$f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3}$ pre $x \in (-\infty; -2)$, $f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3}$ pre $x \in (-2; 1)$,

$f''(x) = \frac{-6}{(x+2)^3}$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f''(1)$ neexistuje, f'' nemá nulové body,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x)=\frac{3}{x+2}-1$ pre $x\in(-\infty;-2)\cup(-2;1\rangle$, $f(x)=1-\frac{3}{x+2}$ pre $x\in\langle 1;\infty)$.

$f'(x)=\frac{-3}{(x+2)^2}<0$ pre $x\in(-\infty;-2)\cup(-2;1)$, $f'(x)=\frac{3}{(x+2)^2}>0$ pre $x\in(1;\infty)$.

$f'(1)$ neexistuje, f' nemá nulové body,

f je klesajúca na $(-\infty;-2)$ a na $(-2;1\rangle$, f je rastúca na $\langle 1;\infty)$,

$f(1)=0$ je lokálne minimum, globálne extrémy neexistujú.

$f''(x)=\frac{6}{(x+2)^3}$ pre $x\in(-\infty;-2)$, $f''(x)=\frac{6}{(x+2)^3}>0$ pre $x\in(-2;1)$,

$f''(x)=\frac{-6}{(x+2)^3}$ pre $x\in(1;\infty)$.

$f''(1)$ neexistuje, f'' nemá nulové body, f je rýdzo konvexná na $(-2;1\rangle$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x) = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$, $f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \in \langle 1; \infty)$.

$f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2} < 0$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1)$, $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2} > 0$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f'(1)$ neexistuje, f' nemá nulové body,

f je klesajúca na $(-\infty; -2)$ a na $(-2; 1\rangle$, f je rastúca na $\langle 1; \infty)$,

$f(1) = 0$ je lokálne minimum, globálne extrémy neexistujú.

$f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3} < 0$ pre $x \in (-\infty; -2)$, $f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3} > 0$ pre $x \in (-2; 1)$,

$f''(x) = \frac{-6}{(x+2)^3} < 0$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f''(1)$ neexistuje, f'' nemá nulové body, f je rýdzo konvexná na $(-2; 1\rangle$,

f je rýdzo konkávna na $(-\infty; -2)$ a na $\langle 1; \infty)$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x) = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$, $f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \in \langle 1; \infty)$.

$f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2} < 0$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1)$, $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2} > 0$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f'(1)$ neexistuje, f' nemá nulové body,

f je klesajúca na $(-\infty; -2)$ a na $(-2; 1\rangle$, f je rastúca na $\langle 1; \infty)$,

$f(1) = 0$ je lokálne minimum, globálne extrémy neexistujú.

$f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3} < 0$ pre $x \in (-\infty; -2)$, $f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3} > 0$ pre $x \in (-2; 1)$,

$f''(x) = \frac{-6}{(x+2)^3} < 0$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f''(1)$ neexistuje, f'' nemá nulové body, f je rýdzo konvexná na $(-2; 1\rangle$,

f je rýdzo konkávna na $(-\infty; -2)$ a na $\langle 1; \infty)$, bod 1 je inflexný.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x)=\frac{3}{x+2}-1$ pre $x\in(-\infty;-2)\cup(-2;1\rangle$, $f(x)=1-\frac{3}{x+2}$ pre $x\in\langle 1;\infty)$.

$f'(x)=\frac{-3}{(x+2)^2}<0$ pre $x\in(-\infty;-2)\cup(-2;1)$, $f'(x)=\frac{3}{(x+2)^2}>0$ pre $x\in(1;\infty)$.

$f'(1)$ neexistuje, f' nemá nulové body,

f je klesajúca na $(-\infty;-2)$ a na $(-2;1\rangle$, f je rastúca na $\langle 1;\infty)$,

$f(1)=0$ je lokálne minimum, globálne extrémy neexistujú.

$f''(x)=\frac{6}{(x+2)^3}<0$ pre $x\in(-\infty;-2)$, $f''(x)=\frac{6}{(x+2)^3}>0$ pre $x\in(-2;1)$,

$f''(x)=\frac{-6}{(x+2)^3}<0$ pre $x\in(1;\infty)$.

$f''(1)$ neexistuje, f'' nemá nulové body, f je rýdzo konvexná na $(-2;1\rangle$,

f je rýdzo konkávna na $(-\infty;-2)$ a na $\langle 1;\infty)$, bod 1 je inflexný.

Asymptoty so smernicou sú $y=-1$, $y=1$,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x) = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$, $f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \in \langle 1; \infty)$.

$f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2} < 0$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1)$, $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2} > 0$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f'(1)$ neexistuje, f' nemá nulové body,

f je klesajúca na $(-\infty; -2)$ a na $(-2; 1\rangle$, f je rastúca na $\langle 1; \infty)$,

$f(1) = 0$ je lokálne minimum, globálne extrémy neexistujú.

$f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3} < 0$ pre $x \in (-\infty; -2)$, $f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3} > 0$ pre $x \in (-2; 1)$,

$f''(x) = \frac{-6}{(x+2)^3} < 0$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f''(1)$ neexistuje, f'' nemá nulové body, f je rýdzo konvexná na $(-2; 1\rangle$,

f je rýdzo konkávna na $(-\infty; -2)$ a na $\langle 1; \infty)$, bod 1 je inflexný.

Asymptoty so smernicou sú $y = -1$, $y = 1$, asymptota bez smernice je $x = -2$.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x)=\frac{3}{x+2}-1$ pre $x\in(-\infty;-2)\cup(-2;1\rangle$, $f(x)=1-\frac{3}{x+2}$ pre $x\in\langle 1;\infty)$.

$f'(x)=\frac{-3}{(x+2)^2}<0$ pre $x\in(-\infty;-2)\cup(-2;1)$, $f'(x)=\frac{3}{(x+2)^2}>0$ pre $x\in(1;\infty)$.

$f'(1)$ neexistuje, f' nemá nulové body,

f je klesajúca na $(-\infty;-2)$ a na $(-2;1\rangle$, f je rastúca na $\langle 1;\infty)$,

$f(1)=0$ je lokálne minimum, globálne extrémy neexistujú.

$f''(x)=\frac{6}{(x+2)^3}<0$ pre $x\in(-\infty;-2)$, $f''(x)=\frac{6}{(x+2)^3}>0$ pre $x\in(-2;1)$,

$f''(x)=\frac{-6}{(x+2)^3}<0$ pre $x\in(1;\infty)$.

$f''(1)$ neexistuje, f'' nemá nulové body, f je rýdzo konvexná na $(-2;1\rangle$,

f je rýdzo konkávna na $(-\infty;-2)$ a na $\langle 1;\infty)$, bod 1 je inflexný.

Asymptoty so smernicou sú $y=-1$, $y=1$, asymptota bez smernice je $x=-2$.

Obor hodnôt $H(f)=(-\infty;-1)\cup\langle 0;\infty)$.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x) = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$, $f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \in \langle 1; \infty)$.

$f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2} < 0$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1)$, $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2} > 0$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f'(1)$ neexistuje, f' nemá nulové body,

f je klesajúca na $(-\infty; -2)$ a na $(-2; 1\rangle$, f je rastúca na $\langle 1; \infty)$,

$f(1) = 0$ je lokálne minimum, globálne extrémy neexistujú.

$f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3} < 0$ pre $x \in (-\infty; -2)$, $f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3} > 0$ pre $x \in (-2; 1)$,

$f''(x) = \frac{-6}{(x+2)^3} < 0$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f''(1)$ neexistuje, f'' nemá nulové body, f je rýdzo konvexná na $(-2; 1\rangle$,

f je rýdzo konkávna na $(-\infty; -2)$ a na $\langle 1; \infty)$, bod 1 je inflexný.

Asymptoty so smernicou sú $y = -1$, $y = 1$, asymptota bez smernice je $x = -2$.

Obor hodnôt $H(f) = (-\infty; -1) \cup \langle 0; \infty)$.

Tabuľka vybraných hodnôt,

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$f(x) = \frac{3}{x+2} - 1$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1\rangle$, $f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$ pre $x \in \langle 1; \infty)$.

$f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2} < 0$ pre $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1)$, $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2} > 0$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f'(1)$ neexistuje, f' nemá nulové body,

f je klesajúca na $(-\infty; -2)$ a na $(-2; 1\rangle$, f je rastúca na $\langle 1; \infty)$,

$f(1) = 0$ je lokálne minimum, globálne extrémy neexistujú.

$f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3} < 0$ pre $x \in (-\infty; -2)$, $f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3} > 0$ pre $x \in (-2; 1)$,

$f''(x) = \frac{-6}{(x+2)^3} < 0$ pre $x \in (1; \infty)$.

$f''(1)$ neexistuje, f'' nemá nulové body, f je rýdzo konvexná na $(-2; 1\rangle$,

f je rýdzo konkávna na $(-\infty; -2)$ a na $\langle 1; \infty)$, bod 1 je inflexný.

Asymptoty so smernicou sú $y = -1$, $y = 1$, asymptota bez smernice je $x = -2$.

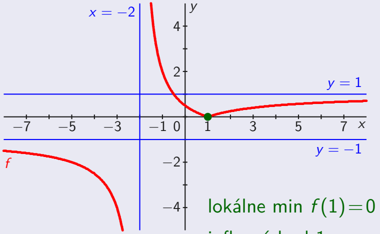
Obor hodnôt $H(f) = (-\infty; -1) \cup \langle 0; \infty)$.

Tabuľka vybraných hodnôt, graf funkcie.

Vyšetrenie priebehu funkcie

Priebeh funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$.

$(-\infty; -2)$	$(-2; 1)$	$(1; \infty)$
-2 ... bod nespojitosti		1 ... nulový bod
$-$ záporná $-$ $f(x) = \frac{1-x}{x+2} < 0$	$+$ kladná $+$ $f(x) = \frac{1-x}{x+2} > 0$	$-$ záporná $-$ $f(x) = \frac{x-1}{x+2} < 0$
		1 ... lokálne min
$\searrow$ klesá $\searrow$ $f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2} < 0$	$\searrow$ klesá $\searrow$ $f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2} < 0$	$\nearrow$ rastie $\nearrow$ $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2} > 0$
		1 ... inflexný bod
$\cap$ konkávna $\cap$ $f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3} < 0$	$\cup$ konvexná $\cup$ $f''(x) = \frac{6}{(x+2)^3} > 0$	$\cap$ konkávna $\cap$ $f''(x) = \frac{-6}{(x+2)^3} < 0$



lokálne min $f(1)=0$

inflexný bod 1

graf funkcie $f(x) = \frac{|x-1|}{x+2}$, $x \in R$